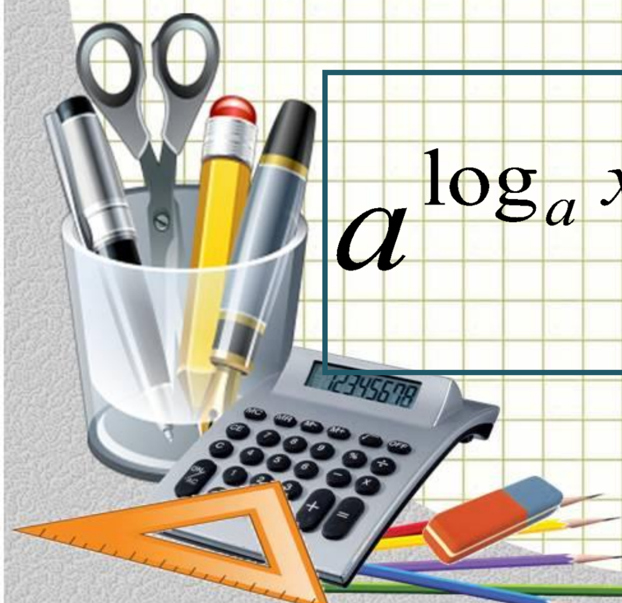
Понятие логарифма. Свойства логарифмов.

Определение логарифма.

Логарифмом положительного числа *b* по положительному и отличному от 1 основанию *a* называется показатель степени, в которую надо возвести число *a*, чтобы получить число b.



$$\boxed{a^{\log_a x} = x, a\rangle 0, x\rangle 0, a \neq 1}$$

$$a^{\log_a x} = x$$

$$а)\ 2^{\log_2 13} = 13$$

$$б)\ \frac{70}{2^{\log_2 5}} = \frac{70}{5} = 14$$

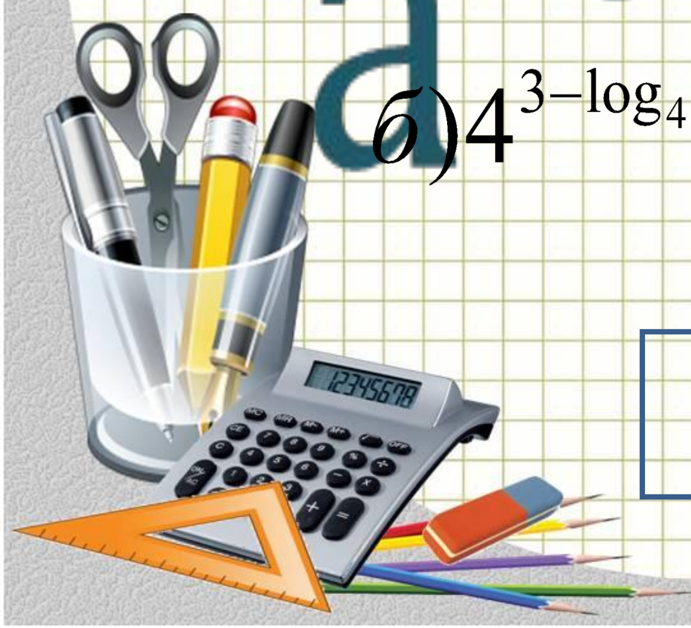
$$в)\ \frac{7^{\log_7 13}}{52} = \frac{13}{52} = \frac{1}{4} = 0{,}25$$

$$\boxed{a^{\log_a x} = x}$$

- $a)\,2^{3+\log_2 9} = 2^3 \cdot 2^{\log_2 9} = 8 \cdot 9 = 72$

$$a^{\log_a x} = x$$

$б)\,4^{3-\log_4 32} = 4^3 : 4^{\log_4 32} = 64 : 32 = 2$



Вычислите:

$а)4^{\log_4 7}$

$б)3^{2+\log_3 11}$

$в)10^{3-\lg 40}$

$г)-5\cdot 2^{\log_2 7}$

$д)\dfrac{5^{\log_5 6}}{48}$

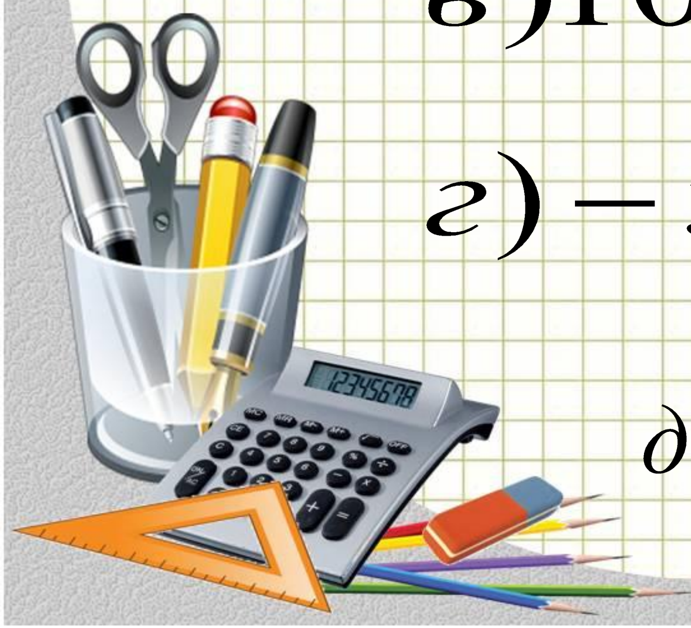
$а)7$

$б)99$

$в)25$

$г)-35$

$д)0{,}125$



Виды логарифмов

Обыкновенные

Натуральные

Десятичные

Обыкновенные логарифмы:

$$\log_2 7$$

Читается: «логарифм 7 по основанию 2»

$$\log_a 1 = 0$$

$$\log_a a = 1$$

$$a^{\log_a x} = x$$

Натуральные логарифмы:

$$\log_e 5 = \ln 5$$

Читается:
«натуральный логарифм 5»

$$\ln 1 = 0$$

$$\ln e = 1$$

$$e^{\ln x} = x$$

Десятичные логарифмы:

$$\log_{10} 3 = \lg 3$$

Читается: «десятичный логарифм 3»

$$\lg 1 = 0$$

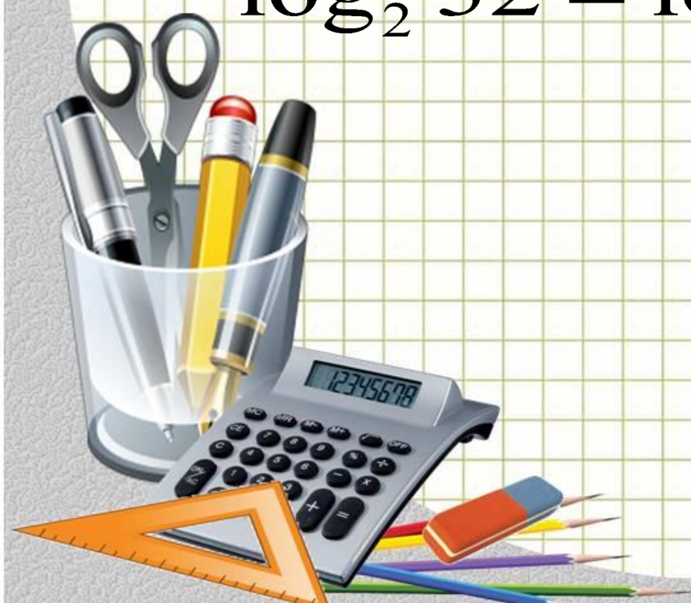
$$\lg 10 = 1$$

$$10^{\lg x} = x$$

Свойства логарифмов

$$\boxed{\log_a x^n = n \cdot \log_a x, a\rangle 0, x\rangle 0, a \neq 1}$$

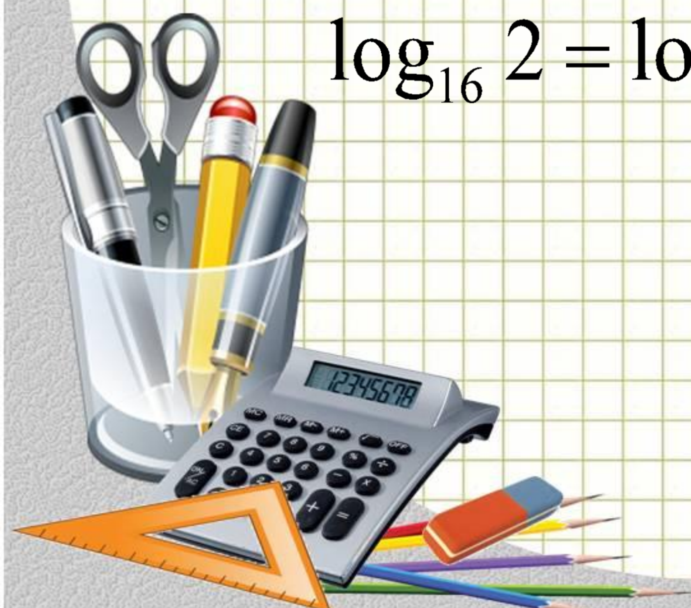
$$\log_2 32 = \log_2 2^5 = 5 \cdot \log_2 2 = 5 \cdot 1 = 5$$



Свойства логарифмов

$$\boxed{\log_{a^k} x = \frac{1}{k}\log_a x, a\rangle 0, x\rangle 0, a \neq 1}$$

$$\log_{16} 2 = \log_{2^4} 2 = \frac{1}{4}\log_2 2 = \frac{1}{4}\cdot 1 = \frac{1}{4} = 0{,}25$$



Свойства логарифмов

$$\log_a x + \log_a y = \log_a (x \cdot y),$$
$$a\rangle 0,\ x\rangle 0,\ y\rangle 0,\ a \neq 1$$

т. е. логарифм произведения равен сумме логарифмов сомножителей (взятых по тому же основанию).

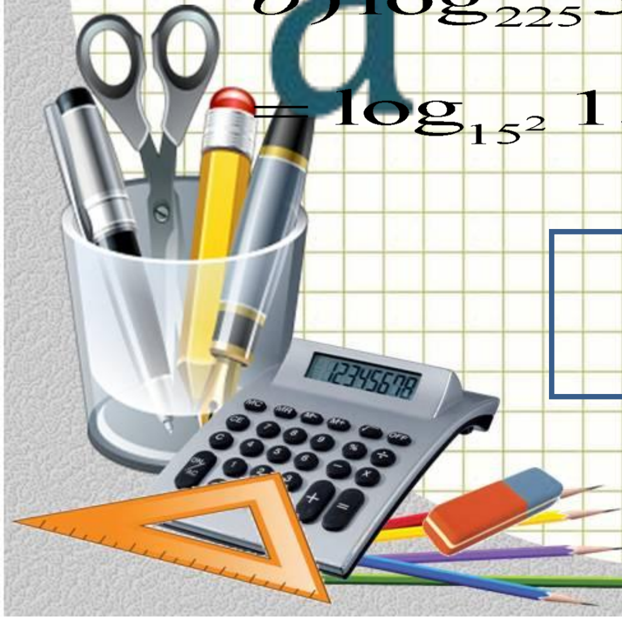
$$\log_6 2 + \log_6 3 = \log_6 (2\cdot 3) = \log_6 6 = 1$$

$$a^{\log_a x} = x$$

$$а)\ \log_{12} 4 + \log_{12} 36 = \log_{12}(4 \cdot 36) =$$
$$= \log_{12} 144 = \log_{12} 12^2 = 2\log_{12} 12 = 2 \cdot 1 = 2$$

$$a^{\log_a x} = x$$

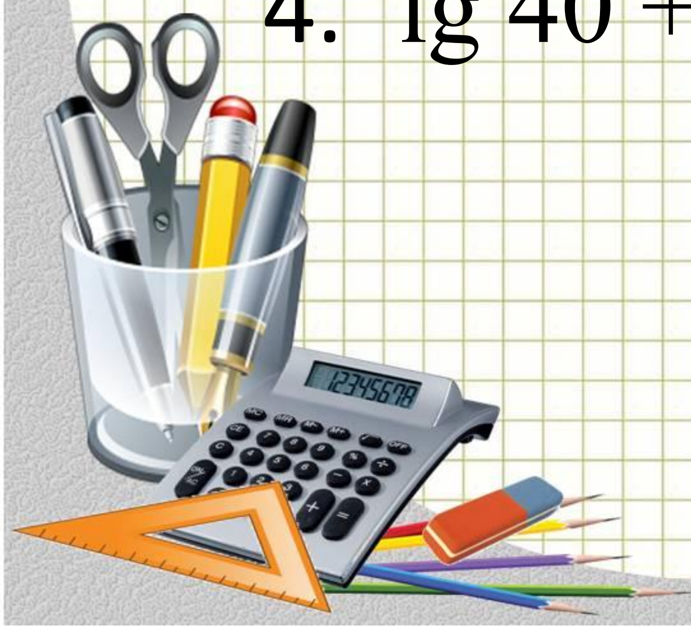
$$б)\ \log_{225} 3 + \log_{225} 5 = \log_{225} 15 =$$
$$= \log_{15^2} 15 = \frac{1}{2}\log_{15} 15 = \frac{1}{2} \cdot 1 = \frac{1}{2} = 0{,}5$$



Вычислите:

1. $\log_{18} 2 + \log_{18} 9$
2. $\log_{4} 8 + \log_{4} 32$
3. $\log_{32} 2 + \log_{32} 2$
4. $\lg 40 + \lg 25$

1) 1
2) 4
3) 0,2
4) 3



Свойства логарифмов

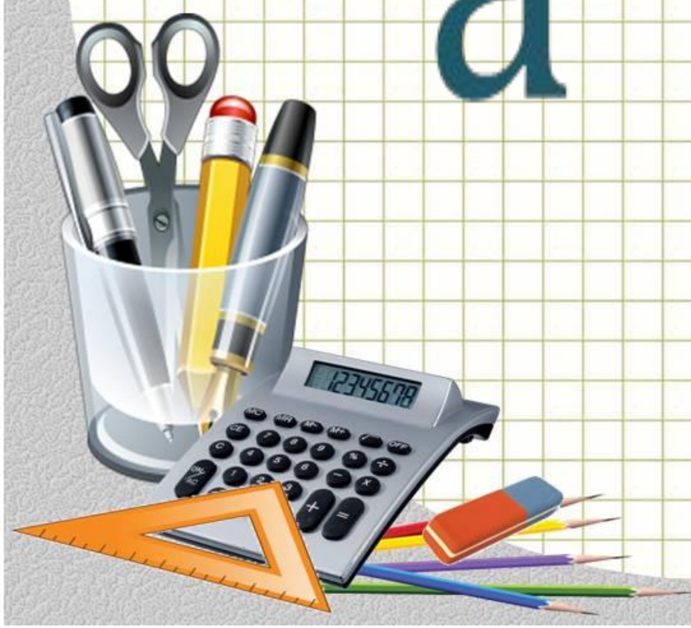
- $$a^{\log_a x} = x$$

Свойства логарифмов

•

$$a^{\log_a x} = x$$

$$\log_3 \frac{1}{7} = -\log_3 7$$



$$a^{\log_a x} = x$$

$$a^{\log_a x} = x$$

$$a)\ \log_3 \frac{1}{81} = -\log_3 81 = -\log_3 3^4 = -4\log_3 3 = -4\cdot 1 = -4$$

$$б)\ \log_3 11 - \log_3 \frac{11}{27} = \log_3 (11 : \frac{11}{27}) =$$

$$= \log_3 (11 \cdot \frac{27}{11}) = \log_3 27 =$$

$$= \log_3 3^3 = 3\log_3 3 = 3\cdot 1 = 3$$

Вычислите:

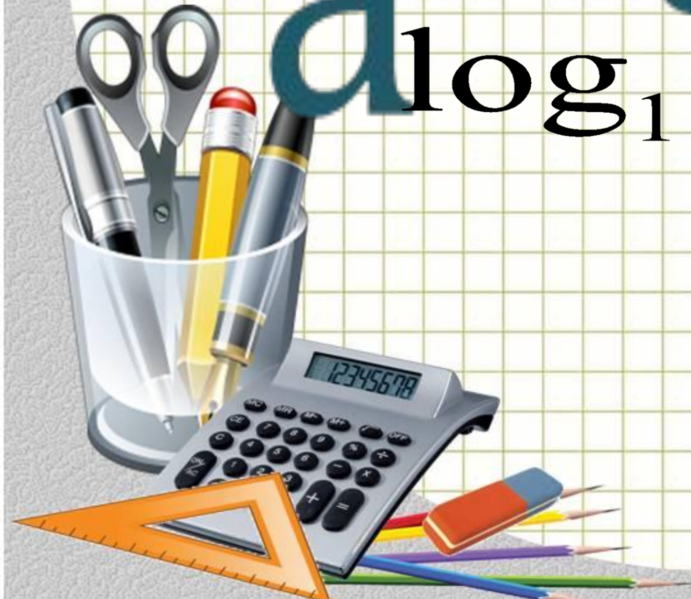
1. $\log_6 216 - \log_6 36$
2. $\log_3 243 - \log_3 27$
3. $\log_{0,2} 40 - \log_{0,2} 8$
4. $\log_2 64 - \log_2 4$

1) 1
2) 2
3) -1
4) 4

Свойства логарифмов

- $$a^{\log_a x} = x$$

$$\log_{11} 3 \cdot \log_3 11 = 1$$



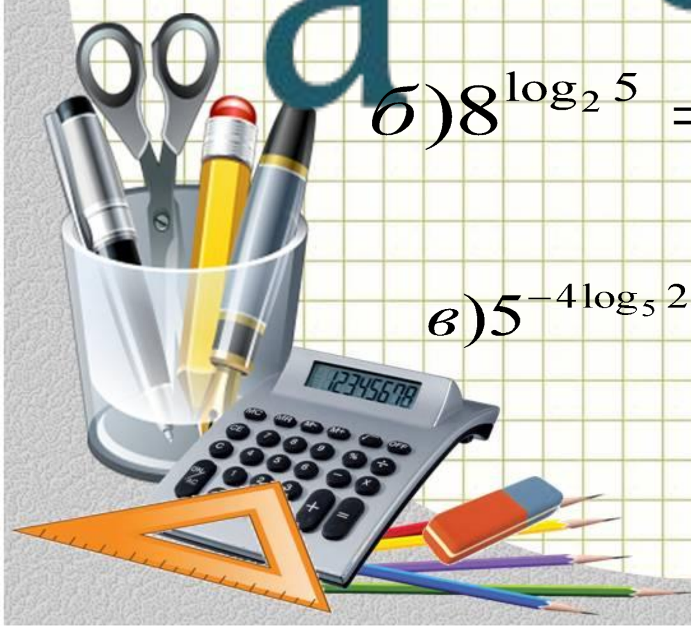
$$\boxed{a^{\log_a x} = x}$$

- $a)\ \log_3 5 \cdot \log_5 9 = \log_3 5 \cdot \log_5 3^2 =$
  $= 2\log_3 5 \cdot \log_5 3 = 2 \cdot 1 = 2$

$$\boxed{a^{\log_a x} = x}$$

$б)\ 8^{\log_2 5} = 2^{3\log_2 5} = 2^{\log_2 5^3} = 5^3 = 125$

$в)\ 5^{-4\log_5 2} = 5^{\log_5 2^{-4}} = 2^{-4} = \frac{1}{2^4} = \frac{1}{16} = 0{,}0625$



Вычислите:

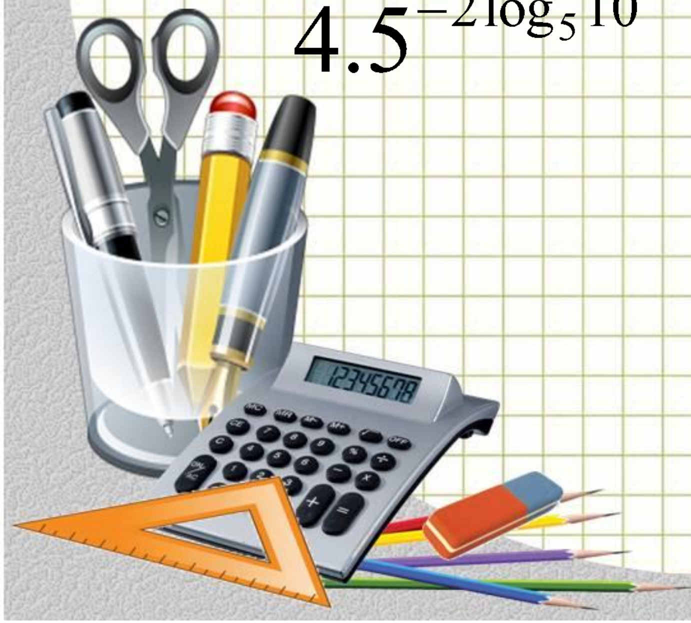
$1. \log_2 7 \cdot \log_7 8$

$2. \log_5 11 \cdot \log_{11} 625$

$3. 81^{\log_3 2}$

$4. 5^{-2\log_5 10}$

1) 3
2) 4
3) 16
4) 0,01



Примеры

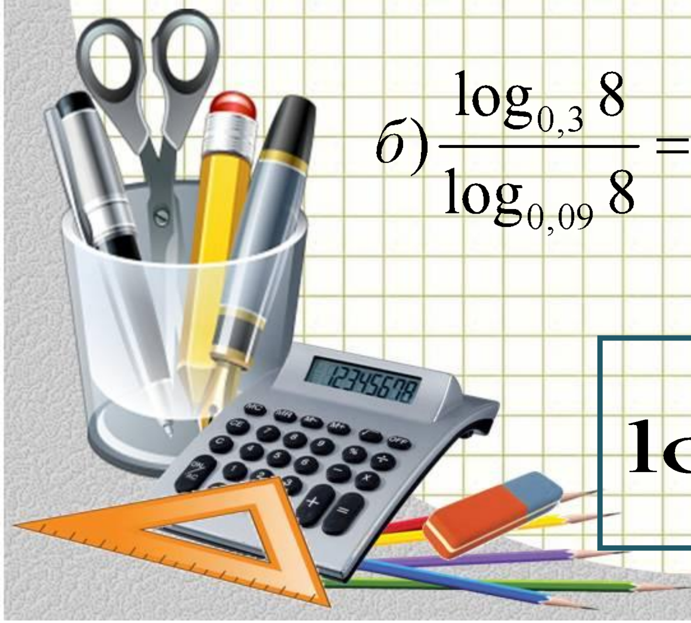
$$a)\ \frac{\ln 216}{\ln\sqrt[4]{6}}=\frac{\ln 6^3}{\ln 6^{\frac{1}{4}}}=\frac{3\ln 6}{\frac{1}{4}\ln 6}=\frac{3}{\frac{1}{4}}=3\cdot\frac{4}{1}=12$$

$$\boxed{\sqrt[n]{a}=a^{\frac{1}{n}}}$$

$$\boxed{\log_a x^n=n\cdot\log_a x}$$

$$б)\ \frac{\log_{0,3}8}{\log_{0,09}8}=\frac{\log_{0,3}8}{\log_{0,3^2}8^2}=\frac{\log_{0,3}8}{\frac{1}{2}\log_{0,3}8}=\frac{1}{\frac{1}{2}}=1:\frac{1}{2}=1\cdot\frac{2}{1}=2$$

$$\boxed{\log_{a^k}x=\frac{1}{k}\log_a x}$$



Вычислите:

1. $\dfrac{\lg 100}{\lg \sqrt[6]{10}}$

2. $\dfrac{\log_{0,2} 125}{\log_{0,2} 5}$

3. $\dfrac{\log_5 81}{\log_5 9}$

4. $\dfrac{\log_{\frac{1}{2}} 7}{\log_{\frac{1}{2}} 49}$

1) 12
2) 3
3) 2
4) 0,5

Справочная информация.

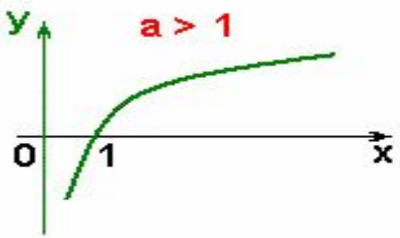
Логарифм

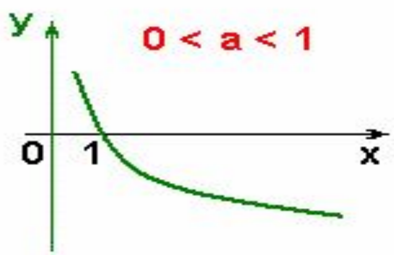
$\log_a x = b$, если $a^b = x$

$\log_a a^b = b$	$a^{\log_a x} = x$

Логарифмическая функция

$y = \log_a x$ $\quad a > 0,\ a \neq 1$





$\lg x = \log_{10} x$	$e^{\ln x} = x$
$\ln x = \log_e x$	$e^{x \ln a} = a^x$
$e = 2{,}71828\ldots$	$\ln e^x = x$

Свойства

1) $\log_a xy = \log_a x + \log_a y$

2) $\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$

3) $\log_a x^p = p \cdot \log_a x$

4) $\log_a 1 = 0$ $\qquad$ 5) $\log_a a = 1$

6) $\log_{a^n} x = \frac{1}{n} \log_a x$

7) $\log_{a^n} a^m = \frac{m}{n}$

8) $\log_{\left(\frac{1}{a}\right)^n} a^m = -\frac{m}{n}$

9) $\log_{a^n} \left(\frac{1}{a}\right)^m = -\frac{m}{n}$

10) $\log_b x = \frac{\log_a x}{\log_a b}$