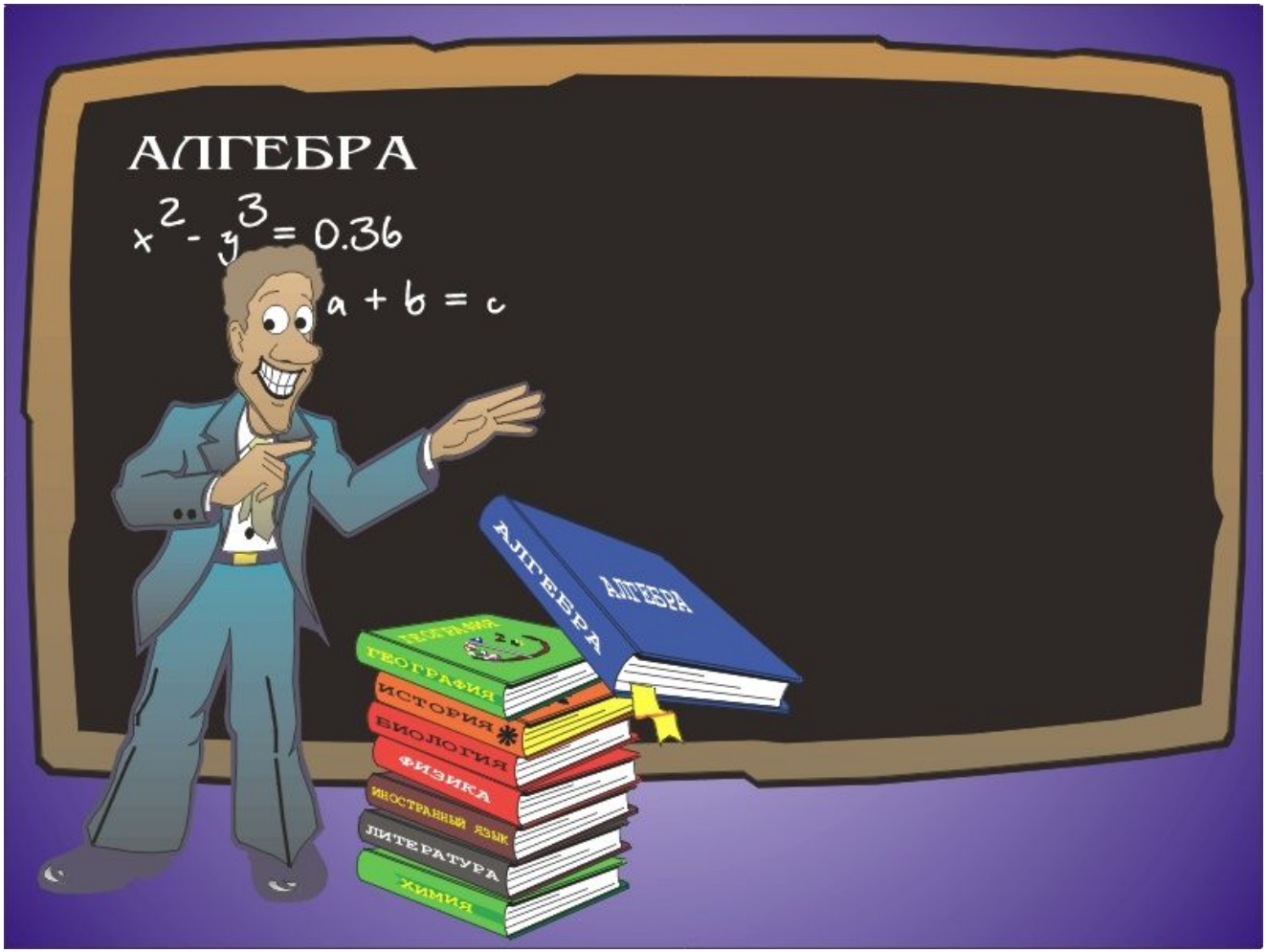
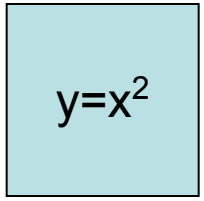
Квадратичная функция



Учитель математики МОУ ООШ п. Романовка Завгородняя Т. И.

Примеры квадратичной функции

- Площадь квадрата y со стороной x вычисляется по формуле $y=x^2$



- Если тело брошено вверх со скоростью v, то расстояние s от него до поверхности земли в момент времени t определяется формулой

$$s = -\frac{gt^2}{2} + vt + s_0$$

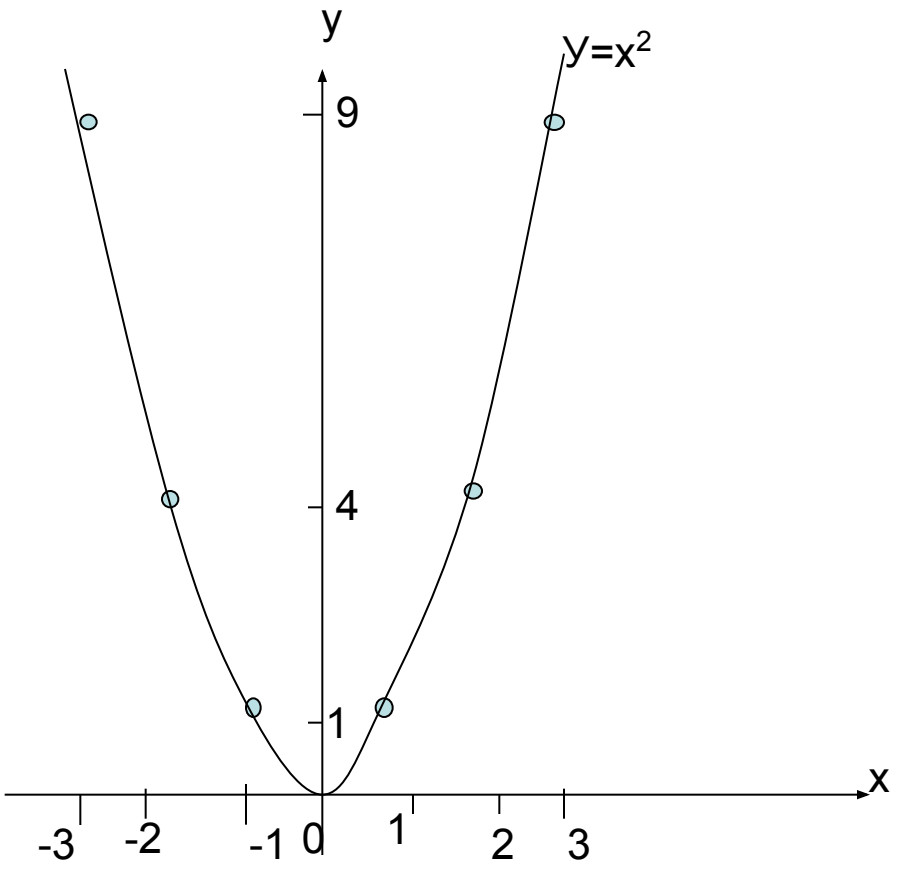
<u>Определение.</u> Функция $y=ax^2+bx+c$, где a, b и c заданные действительные числа, $a \neq 0$, x – действительная переменная, называется **квадратичной функцией.**

Построение графика квадратичной функции $y=x^2$

1. Для того, чтобы построить график функции $y=x^2$, необходимо составить таблицу соответственных значений x и y.

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	9	4	1	0	1	4	9

2. Построим эти точки на координатной плоскости, а затем через них Проведём плавную линию. Мы получим график функции $y=x^2$.



Свойства функции $y = x^2$

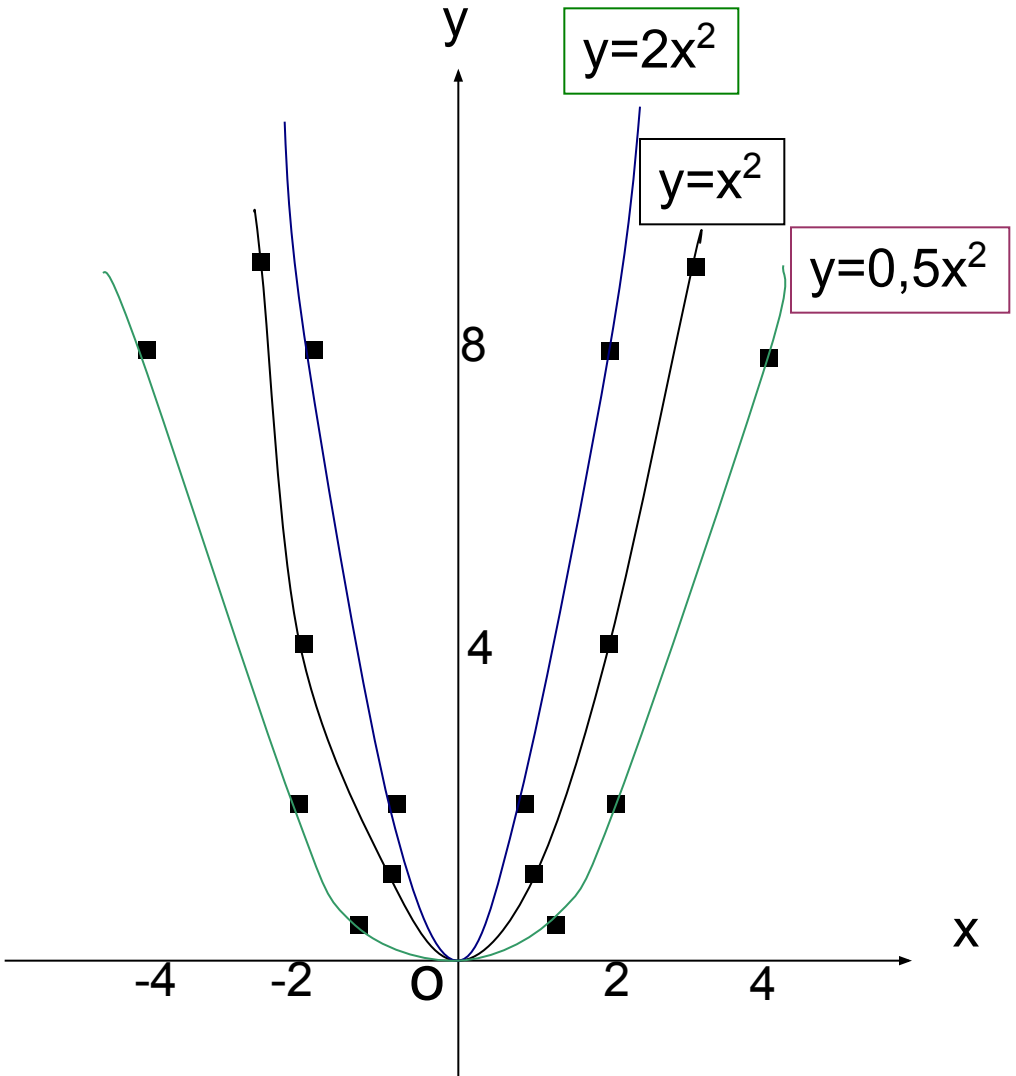
1). Значение функции $y=x^2$ положительно при $x \neq 0$ и равно нулю при $x=0$ Парабола $y=x^2$ проходит через начало координат, а остальные точки лежат выше оси абсцисс. Говорят, что парабола $y=x^2$ касается оси абсцисс в точке (0; 0)

2). График функции $y=x^2$ симметричен относительно оси ординат. Таким образом, ось ординат является осью симметрии параболы. Точку пересечения параболы с её осью симметрии называют вершиной параболы.

3). Функция $y=x^2$ возрастает на промежутке $[0; +\infty)$; убывает на промежутке $(-\infty; 0]$

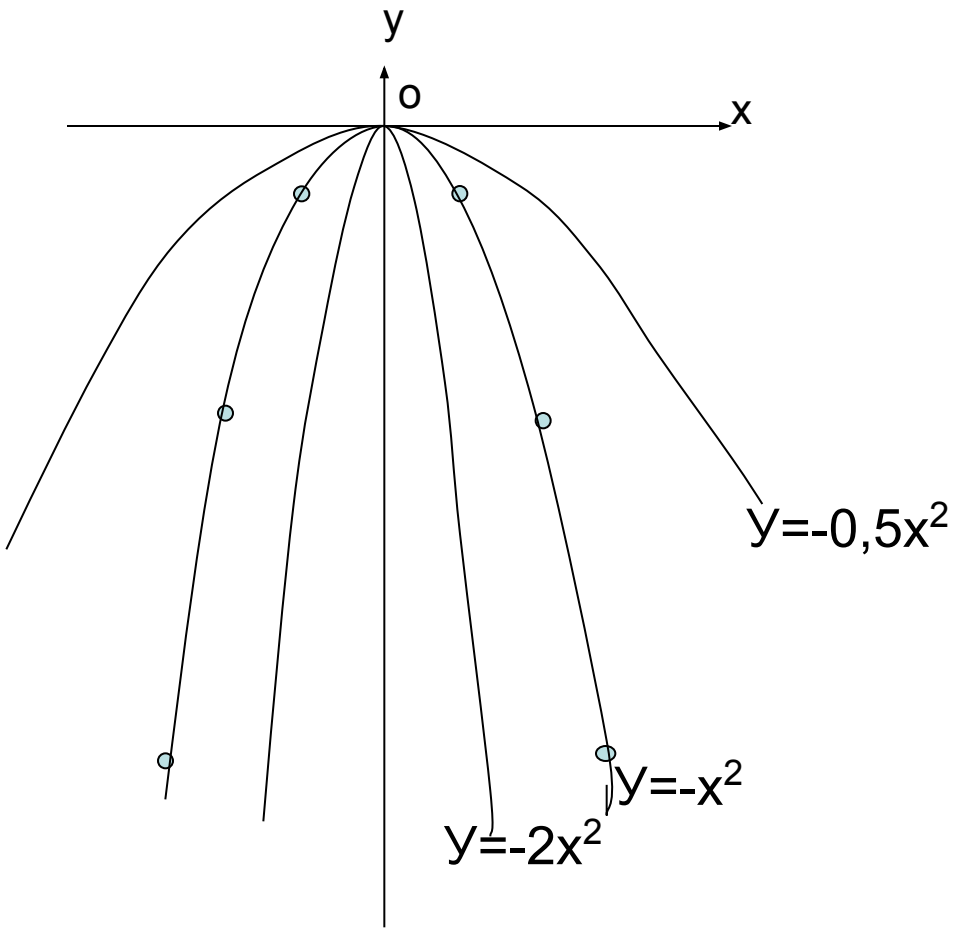
4). Наименьшее значение функции равна нулю при $x=0$

График квадратичной функции $y=kx^2$ с положительным коэффициентом k.



Чем больше коэффициент, тем круче поднимаются ветви параболы.
Чем меньше коэффициент, тем ветви параболы ближе к оси Ox

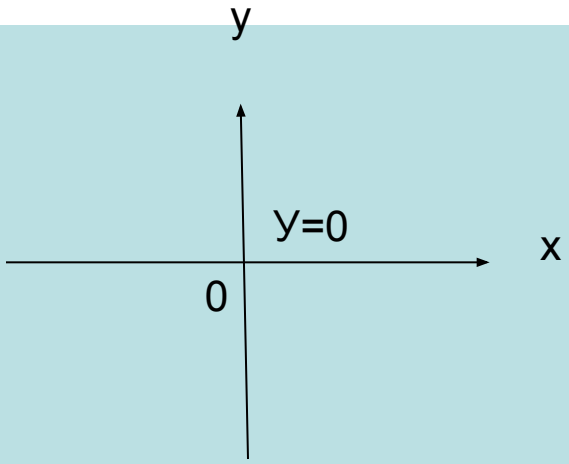
График квадратичной функции $y=kx^2$ с отрицательным коэффициентом k



Когда коэффициент k отрицательный, то ветви параболы направлены вниз.

Чем меньше модуль коэффициента k, тем ветви параболы ближе к оси Ох

Если в функции $y=ax^2$
коэффициент $a=0$,
то график превратится в
прямую линию,
совпадающую
с осью абсцисс.



Если в функции $y=ax^2+вx+c$
коэффициент а равен нулю,
то квадратичная функция
$У=ax^2+вx+c$ превратится в
линейную функцию.
Поэтому, рассматривая
квадратичную функцию,
обычно подразумевают, что
коэффициент $a\neq0$

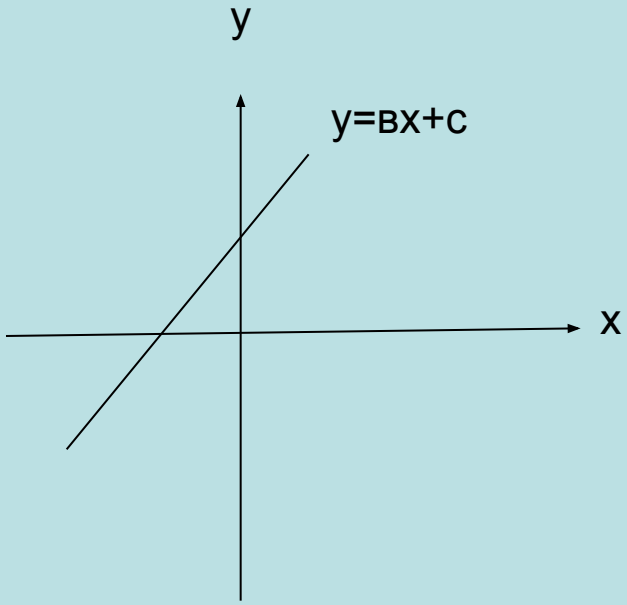


Схема построения графика функции $y=ax^2+вx+c$

1.Находим координаты вершины параболы $(x_0;y_0)$ с помощью формул:

$$x_0 = -\frac{в}{2a};$$

$$У_0(x_0)=ax_0^2+вx_0+c$$

2. Проводим ось симметрии параболы $y=ax^2+вx+c$, которая проходит через вершину параболы параллельно оси ординат.

3. Находим нули функции, если они есть, приравнивая $ax^2+вx+c$ к нулю.

4. Находим симметричные относительно её оси симметрии несколько точек. Вычисляем значения функции в этих точках.

5).Проводим через построенные точки параболу. Ветви параболы направлены вверх при $a>0$, вниз при $a<0$.

По данной схеме построить график функции $y=x^2-4x+3$

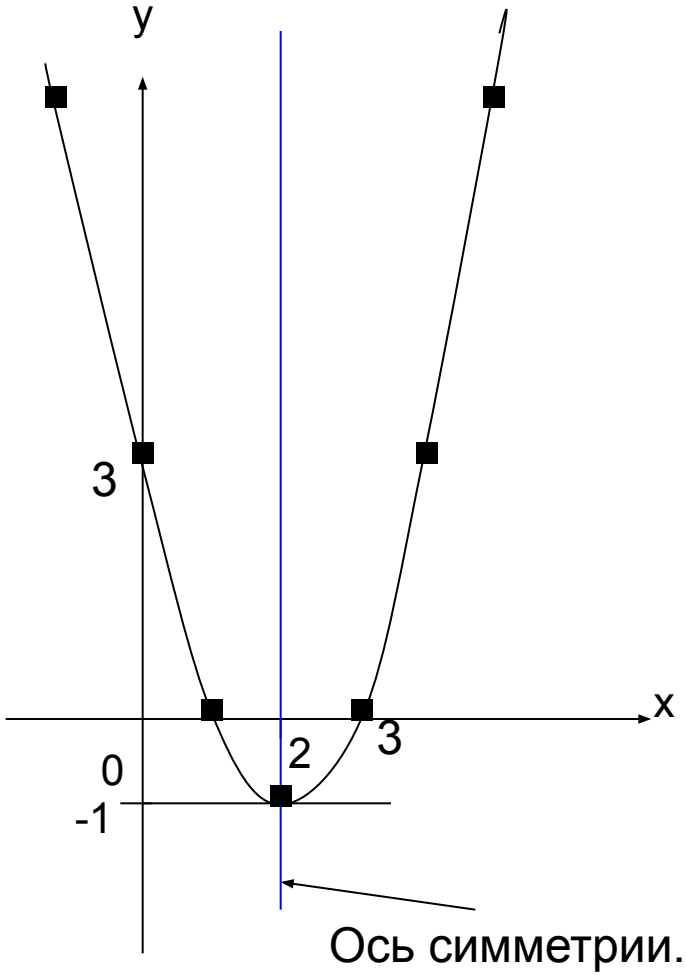
1. Вычислим координаты вершины параболы: $x_0 = -\frac{-4}{2} = 2$; $y_0=4-8+3=-1$
   Построим точку (2; -1)

2. Проведём ось симметрии через точку (2; -1) параллельно оси ординат.

3. Найдём нули функции, решая уравнение $X^2-4x+3=0$. $x_1=1$; $x_2=3$.
Построим точки (1;0) и(3; 0)

4.Построим симметричные точки.

x	0	4	-1	5
y	3	3	8	8



Построить график функции $y=-4x^2+4x-1$ и по графику:

1).Найти значения x, при которых значения функции положительны; отрицательны.

2).Найти промежутки возрастания и убывания функции.

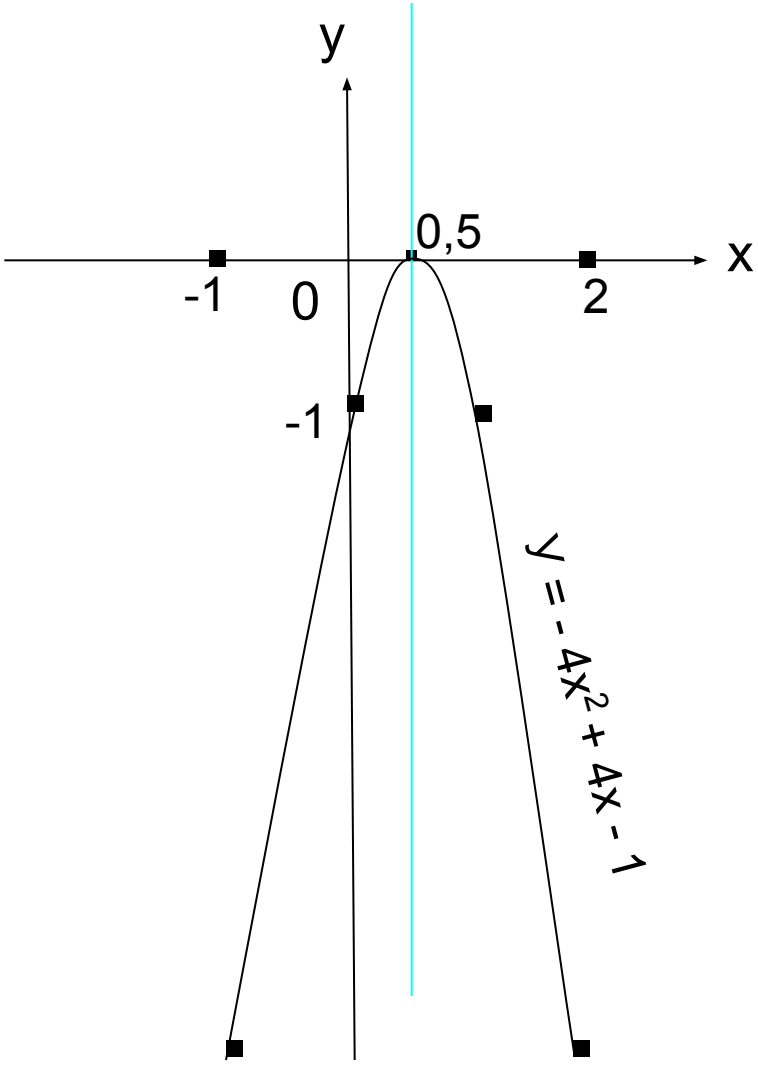
3). Выяснить, при каком значении x функция принимает наибольшее или наименьшее значение, и найти его.

Проверка: функция квадратичная, график – парабола, ветви направлены вниз, так как коэффициент **а** отрицательный.

1). Найдём координаты вершины

$$x_0 = -\frac{в}{2a} = -\frac{4}{-8} = \frac{1}{2}\ ; \qquad У_0=0$$

Строим точку с координатами (0,5; 0)



2).Проводим через неё ось симметрии параллельно оси ординат.

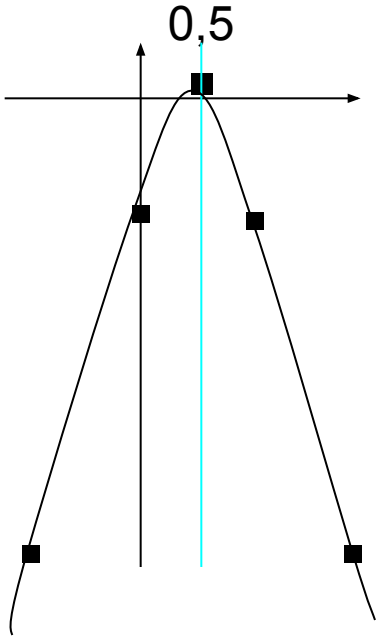
3). Находим симметричные точки

x	0	1	-1	2
y	-1	-1	-9	-9

4). Проведём через полученные точки параболу.

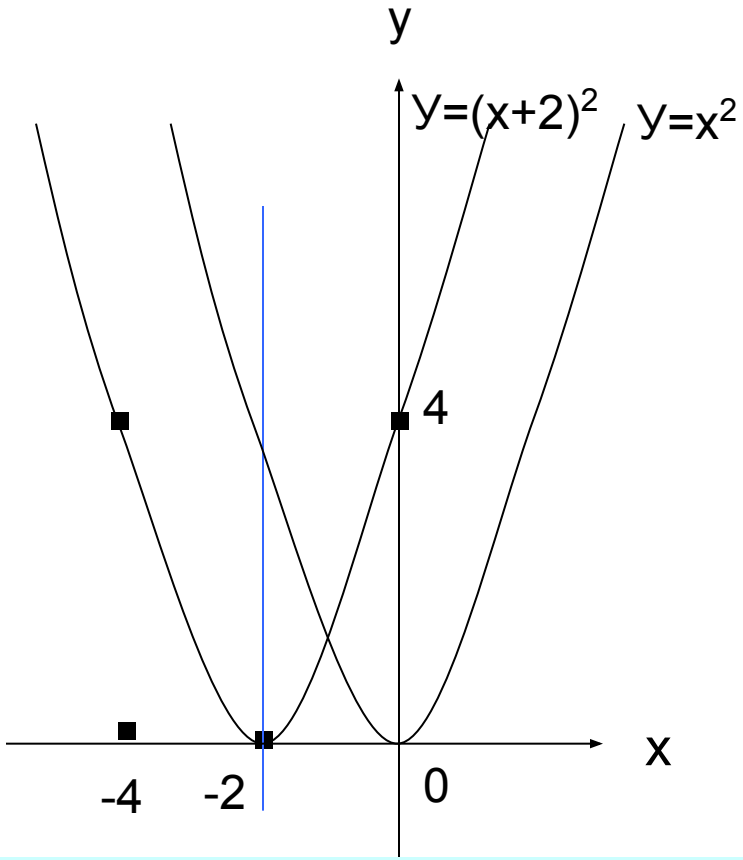
1). Значения функции $y = -4x^2 + 4x - 1$ положительны при x € Ø; отрицательны при x € $(-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$

2). Функция возрастает на промежутке $(-\infty; 0{,}5]$; функция убывает на промежутке $[0{,}5; +\infty)$

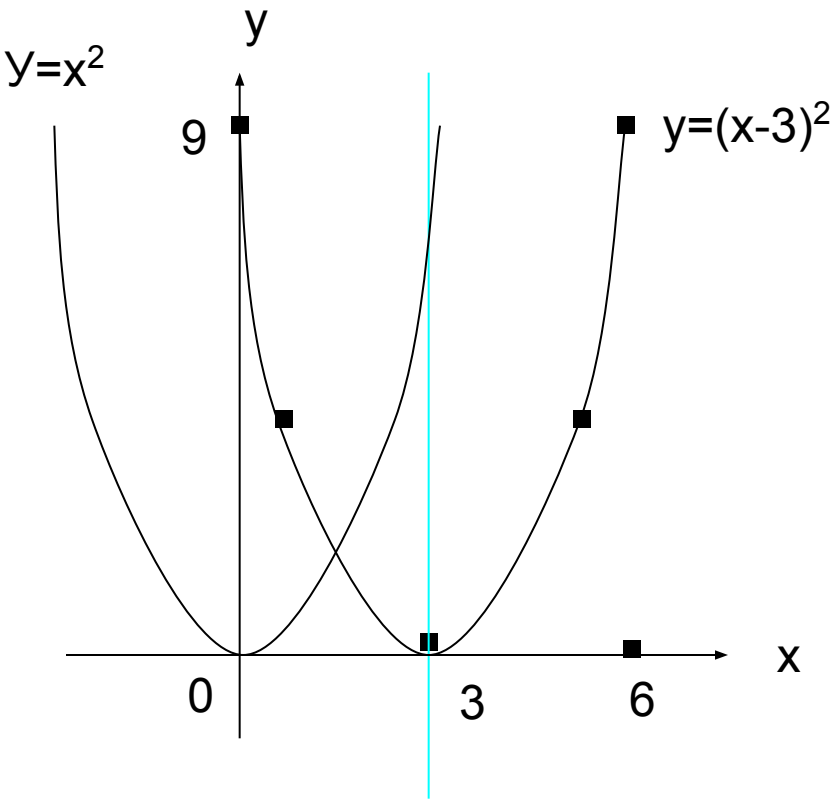


3). При $x=0{,}5$ функция принимает наибольшее значение, равное нулю.

Построить графики функций $y=(x+2)^2$ и $y=(x-3)^2$

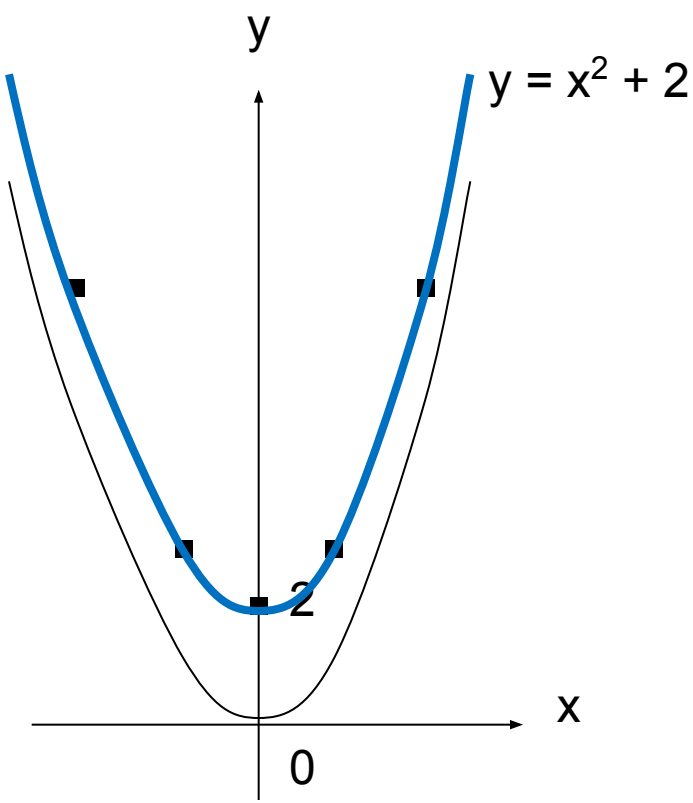


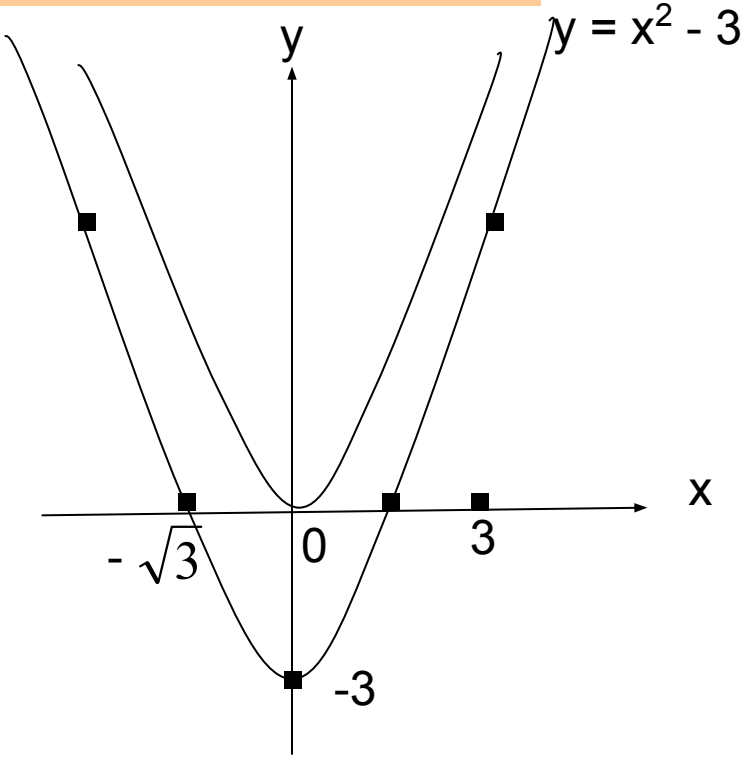
Графиком функции $y=(x+2)^2$ является парабола, получаемая сдвигом параболы $y=x^2$ на две единицы влево вдоль оси абсцисс.



Графиком функции $y=(x-3)^2$ является парабола, получаемая сдвигом параболы $y=x^2$ на три единицы вправо вдоль оси абсцисс.

Построить графики функций $y = x^2 + 2$ и $y = x^2 - 3$





Графиком функции $y=x^2+2$ является парабола, получаемая сдвигом параболы $y=x^2$ на две единицы вверх по оси Оу.

Графиком функции $y = x^2 – 3$ является парабола, получаемая сдвигом параболы $y = x^2$ на три единицы вниз по оси Оу.

Тест по теме «Квадратичная функция»

1. Найти нули функции $y = 2x^2 + 5x - 7$ [$y = 5x^2 - 8x - 4$]

.А). 3,5; 1 Б). -7; 2
В).-3,5; 1 Г). 7; -2

[А). 2; -4/5 Б). 2; -0,4
В).-2; 0,4 Г). 1; 0,2]

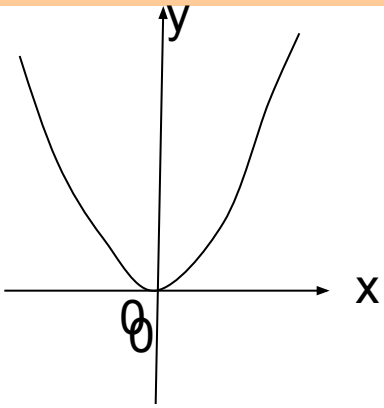
2. Определить направление ветвей параболы $y = 4x^2$ [$y = - 3x^2$]

А). Ветви направлены вниз.
Б). Ветви направлены вверх.

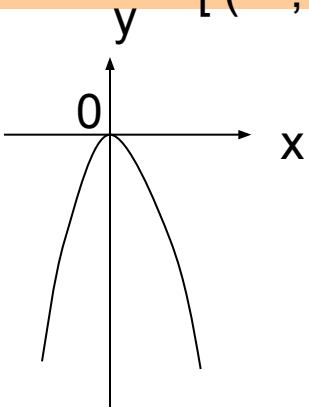
3. Используя графики, выяснить какие из этих функций возрастают на промежутке $[0; +\infty)$

[$(-\infty; 0]$]

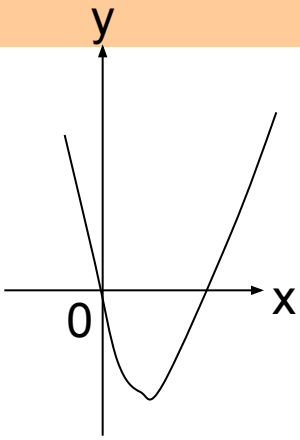
А).



Б).



В).



Прдолжение теста.

4. Найти коэффициент а, если парабола $y = ax^2$ проходит через точку A(-1; 1) [B(1; 2)]

А), 1 Б).-1 В). 2 Г). -2

5.Найти координаты вершины параболы
$y = (x -3)^2 -2$ [$y = (x + 2)^2 – 3$]

А). (-3; -2) Б). (3; 2) В). (3; -2) Г). (-2; -3)

6. Найти координаты вершины параболы
$У = 2x^2 – 8x + 11$ [$y = -3x^2 + 18x – 7$]

А). (2; 3) Б). (3; 20) В). (3; 2) Г). (20; 3)

7. Ось симметрии параболы $y = x^2 – 10x$ [$y = 3x^2 – 12x$] проходит через точку

А). (5; 10) Б). (5; -25) В). (2; -12) Г). (2; 5)

Продолжение теста.

8. Не строя графика функции, найти её наибольшее или наименьшее значение:
$У = x^2 + 2x + 3$ [$y = -x^2 + 2x + 3$]

А).(-1; 2) наибольшее значение; Б). (-1; 2) наименьшее значение;
В).(1; 4) наибольшее значение; Г). (1; 4) наименьшее значение.

9. Верно ли утверждение, что функция $y = x^2$ [$y = - x^2$] возрастает на промежутке:

А). [1; 4] Б). [-1; 4] В). $X > 3$ Г). $X < -3$

10. При каких x значения функции $y = x^2 + 3$ [$y = x^2 + 12$] не больше 28

А).[-5; 5] Б). [-5; 4] В). [-4; 4] Г). (-4; 4)

Самопроверка теста

.Оценка **«5»** ставится за **10, 9** верно решённых заданий;
оценка **«4»** ставится за **7, 8** верно решённых заданий,
оценка **«3»** - за **5, 6** верно решённых заданий,
оценка **«2»** ставится, если выполнено **меньше пяти** заданий.

№ задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
I вариант	В	Б	А	А	В	А	Б	Б	А,В	А
I I вариант	Б	А	Б	В	Г	Б	В	В	Б,Г	В

Задачи-исследования

1). График какой из функций симметричен графику функции $y = 0,5x^2 + x – 4$

А). $y = -0,5x^2 + x – 4$

Б). $У = -0,5x^2 – x + 4$

В). $У = 0,5x – x + 4$

Г). $У = 0,5x^2 – x - 4$

2). Какая из парабол самая «крутая»? Самая «пологая»?

А). $У = 0,3x^2$;

Б). $У = 10x^2$;

В). $У = 8x^2$;

$y = 0,1x^2$.

Контрольные вопросы:

1. Сформулируйте определение квадратичной функции.

2. Сформулируйте свойства квадратичной функции $y = ax^2$

а) при $a > 0$ б). При $a < 0$

3. Как из графика $y = ax^2$ можно получить график функции

А).$У = ax^2 + n$

Б). $У = a(x – m)^2$

В). $У = a(x – m)^2 + n$?

4. Как построить график функции $y = ax^2 + bx + c$?