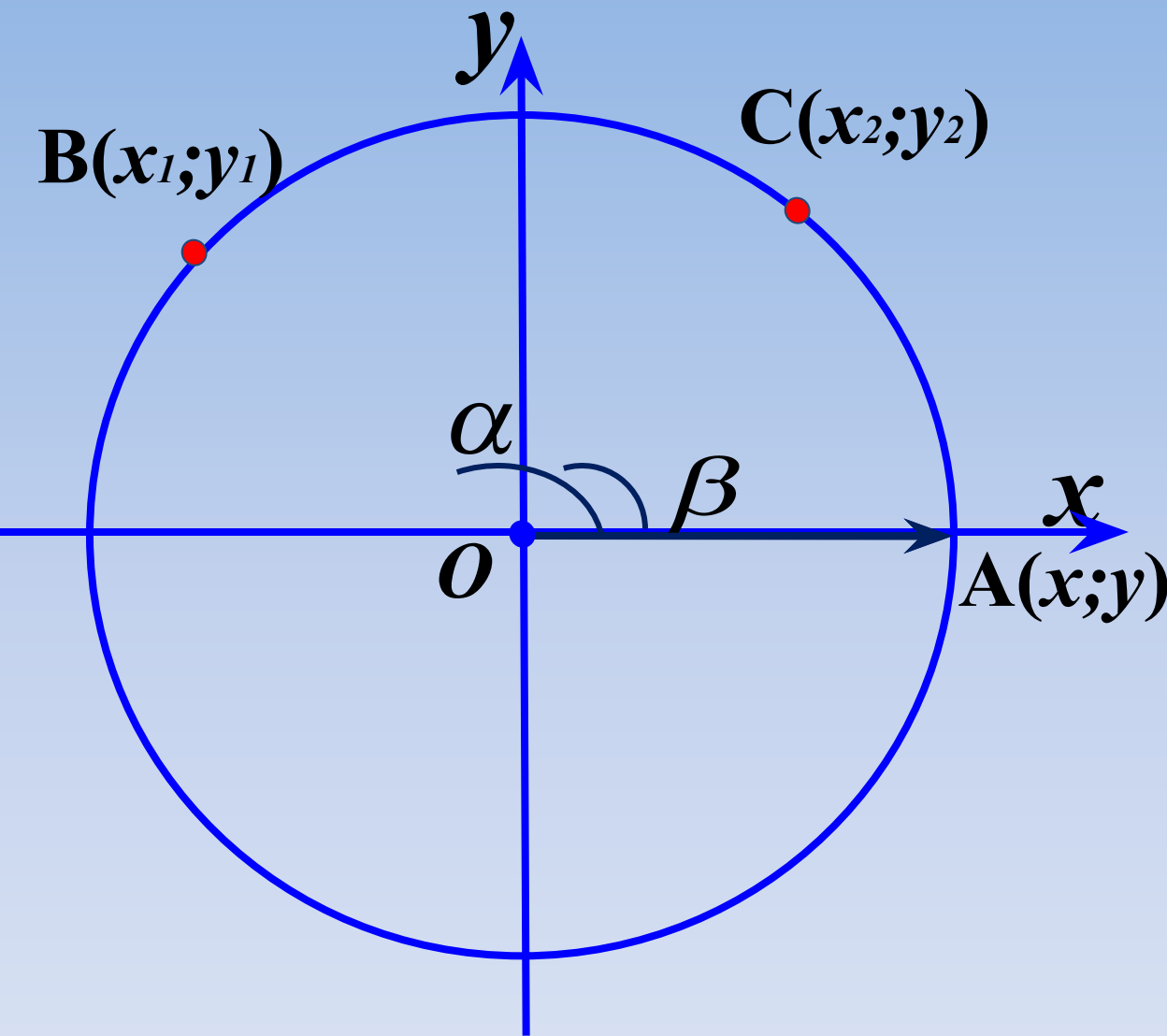


Формулы косинуса суммы и

разности
урок для 10 класса

Автор: Филиппенко Багдиг
Николаевна, учитель математики,
ГООУ Лицей № 1589, г. Москва.



Повернём
радиус OA,
равный 1,
на угол α
и на угол β

**Найдём скалярное
произведение векторов \overrightarrow{OB}
и \overrightarrow{OC} .**

$$\overrightarrow{OB} \{x_1; y_1\}$$

$$\overrightarrow{OC} \{x_2; y_2\}$$

$$\overrightarrow{OB} \cdot \overrightarrow{OC} = x_1 x_2 + y_1 y_2 \quad (1)$$

Из определения синуса и косинуса:

$$x_1 = R \cos \alpha$$

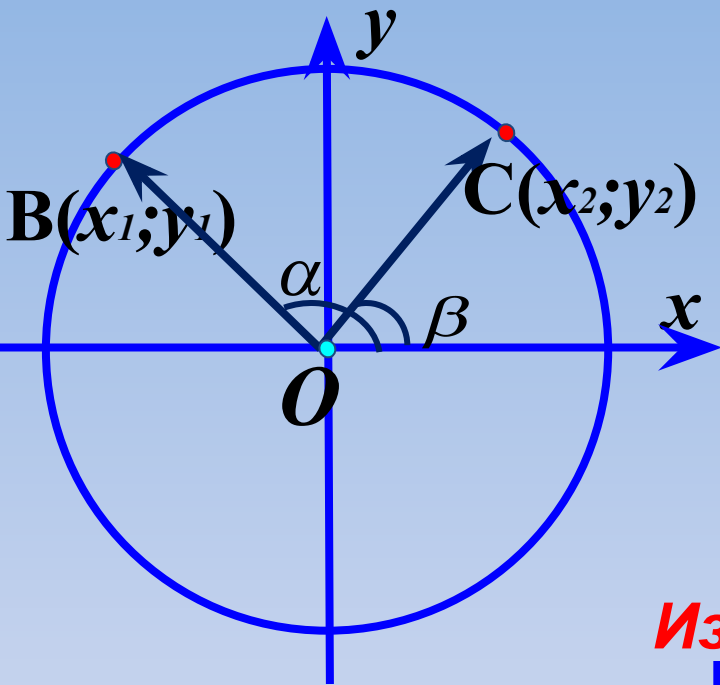
$$y_1 = R \sin \alpha$$

$$x_2 = R \cos \beta$$

$$y_2 = R \sin \beta$$

Подставим данные значения в правую часть равенства (1):

$$\overrightarrow{OB} \cdot \overrightarrow{OC} = R^2 \cos \alpha \cos \beta + R^2 \sin \alpha \sin \beta = R^2 (\cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta)$$



По теореме о скалярном произведении векторов:

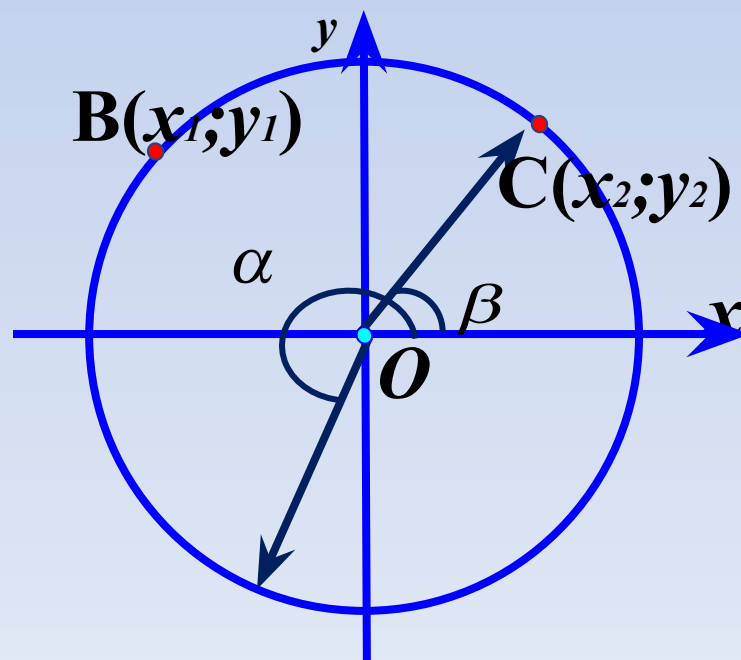
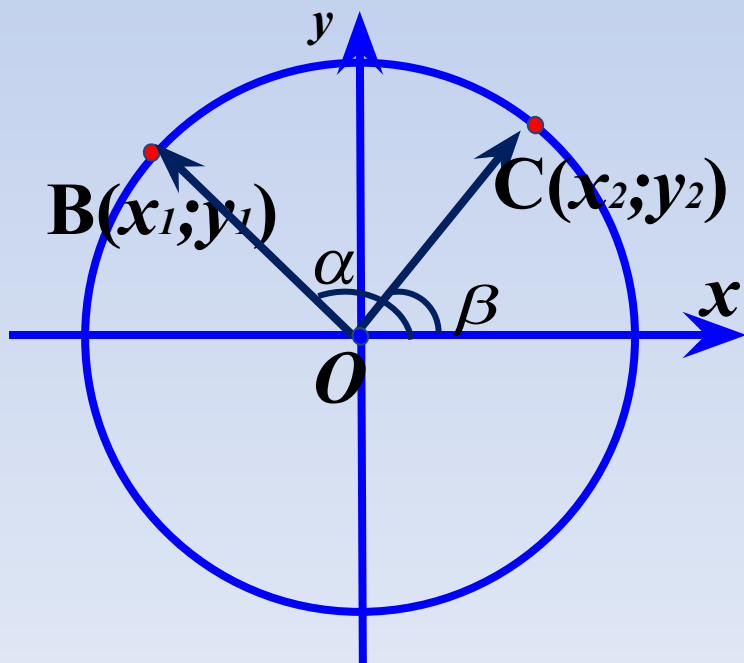
$$\vec{OB} \cdot \vec{OC} = |\vec{OB}| \cdot |\vec{OC}| \cos \angle BOC = R^2 \cos \angle BOC$$

$$\angle BOC = \alpha - \beta$$

$$\angle BOC = 2\pi - (\alpha - \beta)$$

В любом случае:

$$\cos \angle BOC = \cos(\alpha - \beta)$$



$$\overrightarrow{OB} \cdot \overrightarrow{OC} = R^2 \cos(\alpha - \beta)$$

$$\overrightarrow{OB} \cdot \overrightarrow{OC} = R^2 (\cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta)$$

*Левые части равенств равны, значит правые тоже равны.
Получаем формулу косинуса разности двух аргументов:*

$$\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta$$

Формула косинуса суммы двух аргументов:

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos(\alpha - (-\beta)) = \cos \alpha \cos(-\beta) + \sin \alpha \sin(-\beta)$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$$

Закрепление материала

1. Вычислить: 1) $\cos 75^\circ$

Воспользуемся тем, что $75^\circ = 45^\circ + 30^\circ$;

$$\begin{aligned}\cos 75^\circ &= \cos(45^\circ + 30^\circ) = \\ &= \cos 45^\circ \cdot \cos 30^\circ - \sin 45^\circ \cdot \sin 30^\circ =\end{aligned}$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{6}}{4} - \frac{\sqrt{2}}{4} = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}$$

Закрепление материала

1. Вычислить: 2) $\cos 15^\circ$.

Воспользуемся тем, что $15^\circ = 45^\circ - 30^\circ$;

$$\begin{aligned}\cos 15^\circ &= \cos(45^\circ - 30^\circ) = \\ &= \cos 45^\circ \cdot \cos 30^\circ + \sin 45^\circ \cdot \sin 30^\circ =\end{aligned}$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{6}}{4} + \frac{\sqrt{2}}{4} = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}$$

Закрепление материала

2. Вычислить $\cos\left(\frac{\pi}{3} - y\right)$, если известно, что

$$\cos y = -\frac{3}{5}, \frac{\pi}{2} < y < \pi$$

$$\cos\left(\frac{\pi}{3} - y\right) = \cos\frac{\pi}{3}\cos y + \sin\frac{\pi}{3}\sin y$$

$$\sin^2 y = 1 - \cos^2 y = 1 - \frac{9}{25} = \frac{16}{25}$$

$$\sin^2 y = \frac{16}{25}$$

$$\sin y = \frac{4}{5}$$

$$\cos\left(\frac{\pi}{3} - y\right) = \cos\frac{\pi}{3}\cos y + \sin\frac{\pi}{3}\sin y = \frac{1}{2} \cdot \left(-\frac{3}{5}\right) + \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{4}{5} = \frac{4\sqrt{3} - 3}{10}$$

Закрепление материала

3. Вычислить:

$$1) \cos 37^\circ \cos 8^\circ - \sin 37^\circ \sin 8^\circ;$$

$$2) \cos 107^\circ \cos 17^\circ + \sin 107^\circ \sin 17^\circ$$

Ответ: 1) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ 2) 0

Домашнее задание

§21, вывод формул косинуса суммы
и разности двух аргументов,
№ 399 (б), 402 (б, г), 403 (б, г), 409 (б, в), 410 (б).



Список используемой литературы:

1. Мордкович А.Г. Алгебра и начала анализа. 10-11 кл.: - М.: Мнемозина, 2006.
2. Алгебра и начала анализа. 10-11 кл.: В двух частях. Ч.2: Задачник для общеобразоват. учреждений/А.Г. Мордкович и др. – М.: Мнемозина, 2006.
3. Обухова Л.А., Занина О.В., Данкова И.Н. Поурочные разработки по алгебре и началам анализа: 10 класс. – М.: ВАКО, 2008.