

Тригонометрия

Формулы приведения.

*Разработано преподавателем математики
С-Пб ГБПОУ «Техникум «Приморский» Жидаль Н.А.*

Формулы приведения

Таблицы значений синуса, косинуса, тангенса и котангенса составляются для углов от 0° до 90° . Это объясняется тем, что их значения для остальных углов сводятся к значениям для острых углов.

Вычислить $\sin 750^\circ$

Очевидно, что $750^\circ = 2 \cdot 360^\circ + 30^\circ$.

Следовательно, при повороте единичного радиуса вокруг начала координат на 750° точка $P(1; 0)$ совершит два полных оборота и ещё повернётся на угол 30° , т.е. получится тот же самый угол, что и при повороте на 30° .

Поэтому $\sin 750^\circ = \sin 30^\circ = \frac{1}{2}$.

Следовательно, верна формула:

$$\sin(\alpha + 2\pi k) = \sin \alpha, \quad k \in \mathbb{Z}$$

Точно так же вычисляется $\cos 780^\circ$.

$$\cos 780^\circ = \cos (2 \cdot 360^\circ + 60^\circ) = \cos 60^\circ = \frac{1}{2}$$

Следовательно, верна формула

$$\cos (\alpha + 2\pi k) = \cos \alpha, \quad k \in \mathbf{Z}$$

Сформулируем правило:

1. Название функции не меняется, если к аргументу левой части добавляется $\pm \pi$ или $\pm 2\pi$ и меняется на противоположное если добавляется $\pm \pi/2$ или $\pm 3\pi/2$.
2. Знак в правой части определяется знаком в левой части при условии $0 < \alpha < 90^\circ$.

Используя формулы сложения для синуса и косинуса, мы получаем *формулы приведения*:

$$\sin (\pi/2 - \alpha) = \cos \alpha$$

$$\sin (\pi/2 + \alpha) = \cos \alpha$$

$$\sin (\pi - \alpha) = \sin \alpha$$

$$\sin (\pi + \alpha) = - \sin \alpha$$

$$\sin (3\pi/2 - \alpha) = - \cos \alpha$$

$$\sin (3\pi/2 + \alpha) = - \cos \alpha$$

$$\cos (\pi/2 - \alpha) = \sin \alpha$$

$$\cos (\pi/2 + \alpha) = - \sin \alpha$$

$$\cos (\pi - \alpha) = - \cos \alpha$$

$$\cos (\pi + \alpha) = - \cos \alpha$$

$$\cos (3\pi/2 - \alpha) = - \sin \alpha$$

$$\cos (3\pi/2 + \alpha) = \sin \alpha$$

Упражнения:

1. Найти значение $\sin \alpha$ для острого угла:
 $\sin 150^\circ$;

$$\sin 150^\circ = \sin (90^\circ + 60^\circ) = \cos 60^\circ = \frac{1}{2}$$

Ответ: $\frac{1}{2}$

2. Вычислить: $\cos 5\pi/3$;

$$\begin{aligned} \cos 5\pi/3 &= \cos (6\pi/3 - \pi/3) = \cos (2\pi - \pi/3) = \\ &= \cos \pi/3 = \frac{1}{2} \end{aligned}$$

Ответ: $\frac{1}{2}$

3. Решить уравнения:

1). $\cos (\pi/2 - x) = 1$

$$\sin x = 1$$

$$x = \pi/2 + 2\pi k \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$\text{Ответ: } x = \pi/2 + 2\pi k, \quad k \in \mathbb{Z}$$

2). $\sin (3\pi/2 + x) = 1$

$$-\cos x = 1$$

$$\cos x = -1$$

$$x = \pi + 2\pi k, \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$\text{Ответ: } x = \pi + 2\pi k, \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$3). \sin (5x-3\pi/2) \cos (2x+4\pi) - \sin (5x+\pi) \sin 2x = 0$$

$$-\sin (3\pi/2-5x) \cos (4\pi+2x) - \sin (\pi+5x) \sin 2x = 0$$

$$\cos 5x \cos 2x + \sin 5x \sin 2x = 0$$

$$\cos (5x - 2x) = 0$$

$$\cos 3x = 0$$

$$3x = \pi/2 + \pi k \quad x = \pi/6 + \pi k/3, \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$\text{Ответ: } x = \pi/6 + \pi k/3, \quad k \in \mathbb{Z}$$

ЖЕЛАЮ УСПЕХОВ