

**Методические аспекты
использования координатно
– векторного метода при
решении стереометрических
задач**

- 1. Нахождение координат вектора.**
- 2. Нахождение расстояния между двумя точками, заданными своими координатами.**
- 3. Нахождение координат точки, делящей отрезок в заданном отношении.**
- 4. Нахождение уравнения плоскости.**

5. Нахождение угла между прямыми

Найти косинус угла между векторами, а, следовательно, и сам угол можно с помощью следующей формулы:

Пусть $\vec{a}\{x_1; y_1; z_1\}, \vec{b}\{x_2; y_2; z_2\}$, тогда из формулы скалярного произведения имеем:

$$\cos \alpha = \frac{|x_1 x_2 + y_1 y_2 + z_1 z_2|}{\sqrt{x_1^2 + y_1^2 + z_1^2} \cdot \sqrt{x_2^2 + y_2^2 + z_2^2}}$$

Так как нас интересует острый угол между векторами, то скалярное произведение берём по абсолютной величине.

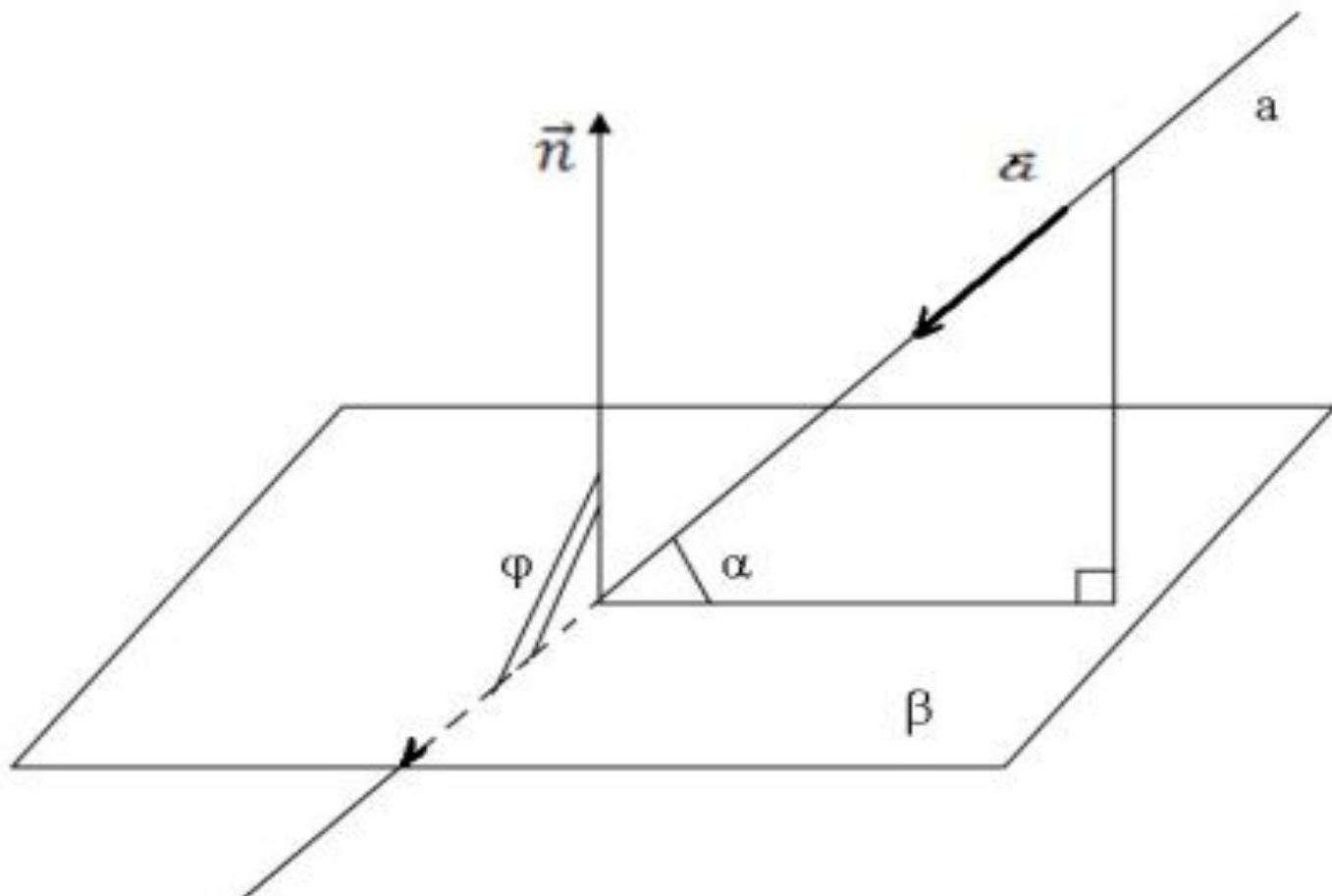
**Чтобы найти угол между прямыми можно
выполнить следующие действия:**

- 1. Ввести прямоугольную систему координат.**
- 2. Определить координаты двух точек прямой а и найти координаты её направляющего вектора.**
- 3. Определить координаты двух точек прямой b и найти координаты её направляющего вектора.**
- 4. Вычислить косинус угла α ,
воспользовавшись формулой:**
- 5. Искомый угол α равен $\arccos \alpha$.**

$$\cos \alpha = \frac{|\vec{a} \cdot \vec{b}|}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|}$$

Угол между прямой и плоскостью

$$\sin \alpha = \sin \left(\frac{\pi}{2} - \varphi \right) = \sin \left(\varphi - \frac{\pi}{2} \right) = |\cos \varphi|, \text{ то } \sin \alpha = |\cos \varphi| = \frac{|\vec{a} \cdot \vec{n}|}{|\vec{a}| \cdot |\vec{n}|}.$$



Чтобы найти угол между прямой и плоскостью можно выполнить следующие действия:

- 1. Ввести прямоугольную систему координат.**
- 2. Найти координаты двух точек прямой a и направляющего вектора прямой a .**
- 3. Найти координаты трех точек плоскости β не лежащих на одной прямой и определить координаты ее нормального вектора .**
- 4. Найти синус угла , воспользовавшись формулой**

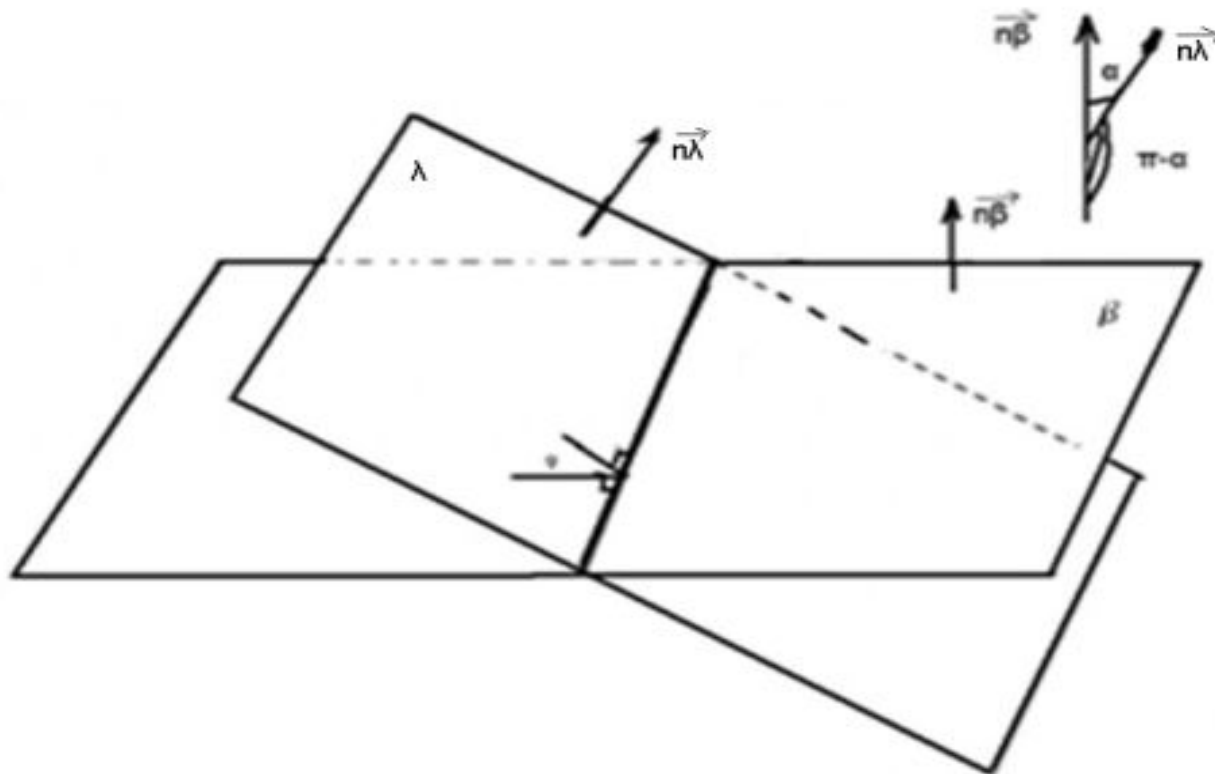
$$\sin \alpha = \frac{|\vec{a} \cdot \vec{n}|}{|\vec{a}| \cdot |\vec{n}|}$$

Искомый угол между прямой и плоскостью равен:

$$\alpha = \arcsin \frac{|\vec{a} \cdot \vec{n}|}{|\vec{a}| \cdot |\vec{n}|}$$

Угол между плоскостями

$$\cos \varphi = |\cos \alpha| = \frac{|\vec{n}_\lambda \cdot \vec{n}_\beta|}{|\vec{n}_\lambda| \cdot |\vec{n}_\beta|}.$$



Чтобы найти угол между плоскостями λ и β
можно выполнить следующие действия:

- 1. Ввести прямоугольную систему координат.**
- 2. Найти координаты трех точек, не лежащих на одной прямой, и принадлежащих плоскости λ . Найти координаты её нормального вектора $\{A; B; C\}$.**
- 3. Найти координаты трех точек, не лежащих на одной прямой и принадлежащих плоскости β . Найти координаты её нормального вектора $\{A; B; C\}$.**
- 4. Вычислить косинус угла между плоскостями λ и β , воспользовавшись формулой**

$$\varphi = \arccos \frac{|\vec{n}_\lambda \cdot \vec{n}_\beta|}{|\vec{n}_\lambda| \cdot |\vec{n}_\beta|}$$

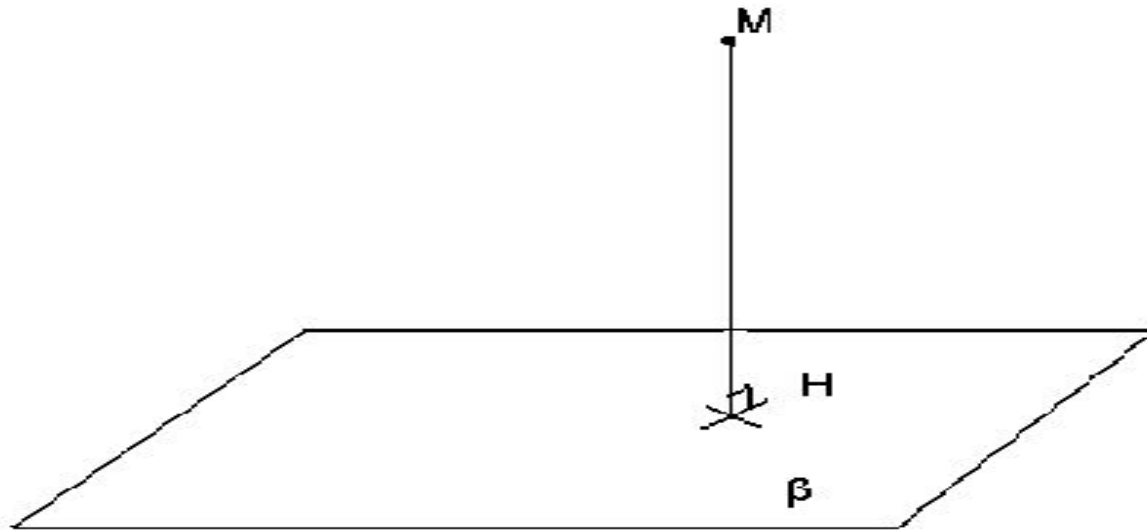
Искомый угол между плоскостями равен

$$\varphi = \arccos \frac{|\vec{n}_\lambda \cdot \vec{n}_\beta|}{|\vec{n}_\lambda| \cdot |\vec{n}_\beta|}$$

Расстояние от точки до плоскости

Пусть $M(x_0, y_0, z_0)$, плоскость β определяется уравнением
 $Ax + By + Cz + D = 0$

$$\rho(M, \beta) = \frac{|Ax_0 + By_0 + Cz_0 + D|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}.$$



Чтобы найти расстояние от точки до плоскости
можно выполнить следующие действия:

- 1. Ввести прямоугольную систему координат.**
- 2. Найти координаты точки М (x_0, y_0, z_0).**
- 3. Найти координаты трех точек, не лежащих на одной прямой, плоскости β и найти уравнение плоскости β .**
- 4. Вычислить расстояние от точки М до плоскости β , воспользовавшись формулой**

$$\rho(M, \beta) = \frac{|Ax_0 + By_0 + Cz_0 + D|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}.$$

Расстояние между двумя прямыми

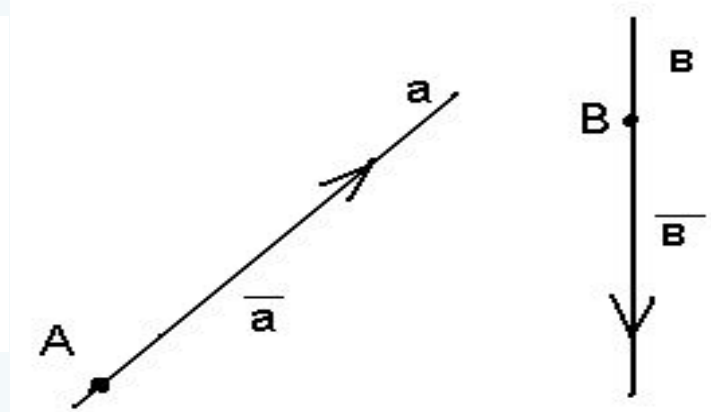
Пусть в пространстве даны две прямые a и b .

Вектор $\{l_1, m_1, n_1\}$ с началом в точке $A(x_1, y_1, z_1)$ направляющий вектор прямой a ,

вектор $\{l_2, m_2, n_2\}$ с началом в точке $B(x_2, y_2, z_2)$ направляющий вектор прямой b , тогда

расстояние между прямыми a и b вычисляется по формуле:

$$\rho(a; b) = \frac{\text{mod} \begin{vmatrix} x_2 - x_1 & y_2 - y_1 & z_2 - z_1 \\ l_1 & m_1 & n_1 \\ l_2 & m_2 & n_2 \end{vmatrix}}{\sqrt{\begin{vmatrix} l_1 & m_1 \\ l_2 & m_2 \end{vmatrix}^2 + \begin{vmatrix} m_1 & n_1 \\ m_2 & n_2 \end{vmatrix}^2 + \begin{vmatrix} l_1 & n_1 \\ l_2 & n_2 \end{vmatrix}^2}}$$



Чтобы найти расстояние между прямыми a и b
можно выполнить следующие действия:

1. Ввести прямоугольную систему координат.
2. Найти координаты направляющего вектора $\{l_1, m_1, n_1\}$ прямой a , зафиксировать координаты начала вектора $A(x_1, y_1, z_1)$.
3. Найти координаты направляющего вектора $\{l_2, m_2, n_2\}$ прямой b , зафиксировать координаты начала вектора $B(x_2, y_2, z_2)$.
4. Найти расстояние между прямыми a и b , используя формулу:

$$\rho(a; b) = \frac{\text{mod} \begin{vmatrix} x_2 - x_1 & y_2 - y_1 & z_2 - z_1 \\ l_1 & m_1 & n_1 \\ l_2 & m_2 & n_2 \end{vmatrix}}{\sqrt{\begin{vmatrix} l_1 & m_1 \\ l_2 & m_2 \end{vmatrix}^2 + \begin{vmatrix} m_1 & n_1 \\ m_2 & n_2 \end{vmatrix}^2 + \begin{vmatrix} l_1 & n_1 \\ l_2 & n_2 \end{vmatrix}^2}}$$