gettyimages
Улыбнись!
Жизнь прекрасна!

Урок «Логарифмы»

Подготовили и провели:

- 1. Размарилова Татьяна Ивановна, учитель математики высшей квалификационной категории
- 2. Сдобнова Ольга Викторовна, учитель математики первой квалификационной категории
- 3. Ливенчик Елена Павловна, учитель математики высшей квалификационной категории
- 4. Семенаха Галина Николаевна, учитель математики высшей квалификационной категории

Тема: « **Логарифмы**».

- Тип урока: урок обобщения и систематизация знаний.
- Продолжительность урока: 2 часа
- Цель урока: закрепить, обобщить и систематизировать знания и умения учащихся в вычислении логарифмов, логарифмических уравнений и неравенств.

Учебно-методический комплекс

- 1. Учебник: Алгебра и начала математического анализа. 10 класс: учебник для общеобразовательных учреждений: базовый и профильный уровни \(Ю.М. Колягин, М.В. Ткачева, Н.Е. Федорова, М. И. Шабунин); под редакцией А.Б. Жижченко. –

  2 издание.-М.: Просвещение ,2009.
- 2. Методические пособия: Книга для учителя. Изучение алгебры и начал математического анализа в 10 классе: \ Н.Е. Федорова, М.В. Ткачева. – М.: Просвещение ,2009.
- 3. Дидактические материалы. 10 класс: профильный уровень/ (М.И. Шабунин, М.В. Ткачева, Н.Е. Федорова, О.Н. Доброва)- 2 издание.-М.: Просвещение ,2009.
- 3. Сайты: www.edu.ru; www.shool.edu.ru; www.ege.edu.ru;

www. Center.fio.ru/method/getblob.asp?id=10000768 – разработки нетрадиционных уроков.

Задачи урока

- **Предметные:** добиться усвоения учащимися систематических, осознанных сведений о логарифме; формировать навыки использования свойств логарифмов при решении задач.
- **Метапредметные:** развивать познавательный интерес у учащихся через раскрытие практической необходимости и теоретической значимости темы и использование возможности ИКТ в изучении темы, умение находить творческий подход к решению разнообразных задач, продолжить формирование математической речи.
- **Личностные:** формирование представлений о математике как части общечеловеческой культуры, понимание значимости математики для общественного прогресса; воспитание познавательной активности, чувство ответственности, культуры общения, способствовать умению работать в коллективе и в команде, создать условия для развития у учащихся умений ставить проблемы и предлагать пути их решения;

Методы обучения:
частично-поисковый, исследовательский

Педагогические технологии:

личностно-ориентированное обучение, проектный метод.

Форма работы:

фронтальная, индивидуальная, групповая

Оснащение урока:

- Мультимедийный проектор
- Маркерная доска
- Презентации, подготовленные учителем и учащимися
- Подборка разноуровневых упражнений для совершенствования навыков вычисления логарифмов, решения логарифмических уравнений и неравенств

Ход урока:

- Организационный момент
- Вступительное слово учителя
- Представление лабораторий и их проблем
- Работа в лаборатории и отчет о проделанной работе каждой лаборатории
- Домашнее задание
- Рефлексия

Логарифмы

Холодные числа, внешне сухие формул математики полны внутренней красоты и жара сконцентрированной в них мысли.

Александров А.Д.

- В чем проявляется взаимосвязь развития математической науки и развития общества?
- Математические расчеты помогают делать открытия;
- Математика помогает вычислять стоимость покупки;
- Математические формулы помогут рассчитать площадь комнаты;
- Логарифмические формулы облегчат вычисления степеней.

Значимость логарифмов

«С точки зрения вычислительной практики, изобретение логарифмов по важности можно смело поставить рядом с другим, более древним великим изобретением индусов – нашей десятичной системой нумерации.»

Успенский Я. В.,

русский математик

Из истории логарифмов

Слово логарифм происходит от греческого λογοφ (число) и □ρίνμοφ (отношение) и переводится, следовательно, как отношение чисел. Выбор изобретателем (1594 г.) логарифмов Джоном Непером такого названия объясняется тем, что логарифмы возникли при сопоставлении двух чисел, одно из которых является членом арифметической прогрессии, а другое – геометрической.

Лаборатории

Группа	**Тема для исследования**	**Проблемный вопрос**
теоретики	Понятие логарифма	Как теория логарифмов помогает ускорению и упрощению вычислений?
мыслители	Способы решения логарифмических уравнений	Как можно использовать теорию логарифмов для решения уравнений
экспериментаторы	Способы решения логарифмических неравенств	Как можно использовать теорию логарифмов для решения неравенств
исследователи	Логарифмическая функция и её график	Как использовать теорию логарифмов для изучения логарифмической функции
практики	Логарифмы вокруг нас	Где в жизни встречаются логарифмы

Лаборатория теоретиков

Логарифмом положительного числа b по основанию a, где a>0, a≠1, называется показатель степени, в которую нужно возвести a чтобы получить b.

$$a \in (0;1) \cup (1;+\infty) \qquad b \in (0;+\infty)$$

$$\log_a b = x \Leftrightarrow a^x = b$$

Пример:

$$\log_2 8 = 3 \Leftrightarrow 2^3 = 8$$

В зависимости от значения основания приняты два обозначения

1. Если основанием является 10, то вместо $\log_{10} x$ пишут $\lg x$.
2. Для введения следующего определения стоит понимать что за число е.
   Число е есть предел, к которому стремится $\left(1+\frac{1}{n}\right)^n$ при неограниченном возрастании n. Т.е

$$e = \lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{1}{n}\right)^n = 2{,}718281\ldots$$

Вместо $\log_e x$ принято писать $\ln x$.

Из определения логарифма следует следующее тождество:

$$a^{\log_a b} = b$$

Можно выделить три формулы

$$\log_a 1 = 0 \qquad \log_a a = 1 \qquad \log_a a^c = c$$

Примеры:

$$3^{\log_3 5} = 5 \qquad \lg 1 = 0 \qquad \ln e = 1$$

1. Логарифм произведения равен сумме логарифмов множителей:

$$\log_x(ab) = \log_x a + \log_x b$$

2. Логарифм частного равен разности логарифмов :

$$\log_x\left(\frac{a}{b}\right) = \log_x a - \log_x b$$

3. Логарифм степени равен произведению показателя степени на логарифм ее основания:

$$\log_x a^m = m \log_x a$$

4. Логарифм корня равен отношению логарифма подкоренного выражения и показателя корня:

$$\log_x \sqrt[m]{a} = \frac{\log_x a}{m}$$

5. Переход от одного основания к другому

$$\log_a x = \frac{\log_b x}{\log_b a}, mo \log_a x = \frac{1}{\log_x a}$$

1. Вычислить: $\log_5 \log_3 3 - \log_7 \frac{1}{7}$

а) $\frac{1}{3}$ *б)-1* *в)1* *г)6*

2. Вычислить: $8^{\log_2 4}$

а) 16 *б)64* *в)12* *г)32*

3. Вычислить: $\dfrac{\log_2 9 - \frac{1}{2}\log_2 81 + \frac{1}{3}\log_2 8}{\log_5 5^3 + \log_5 100 - \log_5 4}$

а) $\frac{1}{5}$ *б)* $\frac{4}{5}$ *в)* $\frac{2}{5}$ *г)* $\frac{1}{25}$

4. Вычислить: $\dfrac{\log_3 49}{\log_3 7} - \dfrac{1}{\log_{\sqrt{2}} 2}$

а) $\log_3 7 - \frac{1}{2}$ *б) 0* *в)6,5* *г)1,5*

ответы

1. 1(в)

2. 64(б)

3. $\frac{1}{5}$ (а)

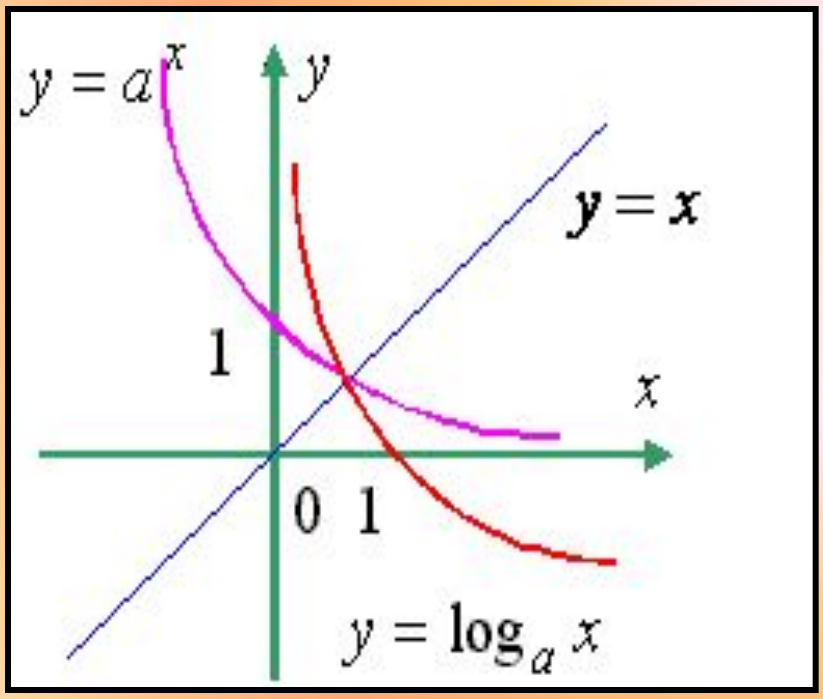
4. 1,5 (г)

Что же такое логарифм?

Исследовательская лаборатория

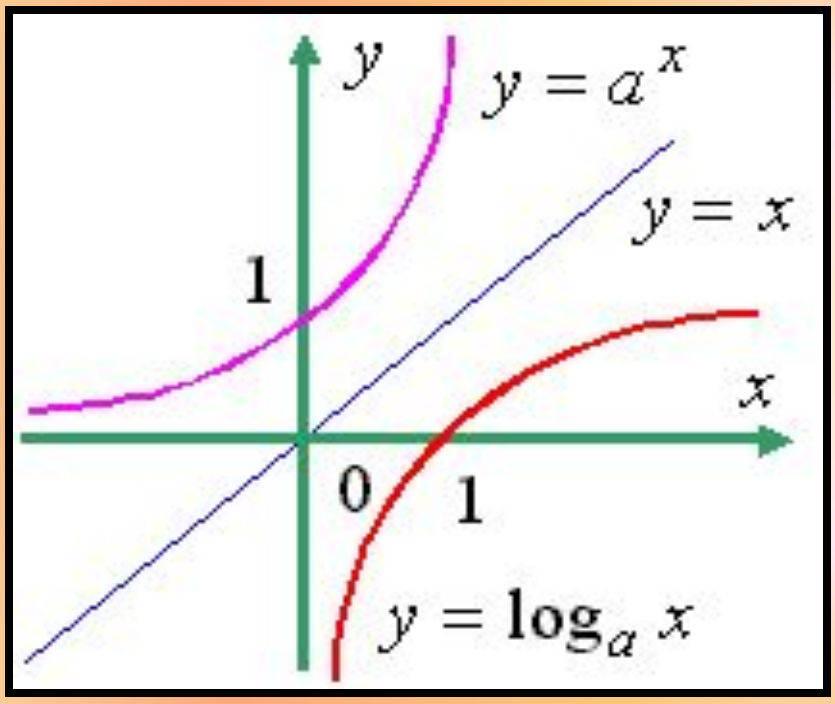
ГРАФИКИ И СВОЙСТВА ЛОГАРИФМИЧЕСКОЙ ФУНКЦИИ

$$y = log_a x \text{ при } 0 < a < 1$$



1) $D(y) = (0; +\infty)$
2) $E(y) = (-\infty; +\infty)$
3) не является ни четной, ни нечетной;
4) не ограничена;
5) вертикальная асимптота $x=0$;
6) убывающая;
7) выпукла вниз;
8) дифференцируема.

$y = log_a x$ при $a > 1$



1) $D(y) = (0; +\infty)$
2) $E(y) = (-\infty; +\infty)$
3) не является ни четной, ни нечетной;
4) не ограничена;
5) вертикальная асимптота *x=0;*
6) возрастающая;
7) выпукла вверх;
8) дифференцируема.

Свойства функции:

- Область определения (0; ∞)
- Область значений R
- Чётность /нечётность: функция не является ни четной, ни нечетной
- Нули функции: y = 0 при x = 1
- Промежутки знакопостоянства: если 0 < *a* < 1, то y >0 при x € (0; 1), y < 0 при x € (1; ∞), если *a* > 1, то y >0 при x € (1; ∞), y < 0 при x € (0; 1)
- Промежутки монотонности : при 0 < *a* < 1 функция убывает при x € (0; ∞) при *a* > 1 функция возрастает при x € (0; ∞)
- Экстремумов нет.
- График функции проходит через точку: (1; 0)
- Асимптота x = 0

Применение логарифмической функции

- Логарифмическая функция крайне важна в экономике, физике, при проведении научных, экспериментальных расчетов, астрономии и др. Форма логарифмической спирали присуща многим природным объектам.
- Физика — интенсивность звука (децибелы).
- Астрономия — шкала яркости звёзд.
- Химия — активность водородных ионов (pH).
- Сейсмология — шкала Рихтера.
- Теория музыки — нотная шкала, по отношению к частотам нотных звуков.
- История — логарифмическая шкала времени.

Выводы:

Логарифмической функцией называется функция вида $f(x) = \log_a x$, определённая при

$$a > 0;\ a \neq 1; x > 0$$

РЕШИТЕ ПРИМЕРЫ, ОСНОВЫВАЯСЬ НА СВОЙСТВА ЛОГАРИФМА. ПРИ ОТВЕТЕ ПРОГОВОРИТЕ ЭТИ СВОЙСТВА

$$\log_{\sqrt{2}} 8 =$$

$$\log_{\sqrt{2}} 8 =$$

$$\log_2 2^x =$$

$$\log_{1/5} 5 + \log_{1/5} 625 =$$

$$\frac{\log_{11} 32}{\log_{11} 4} =$$

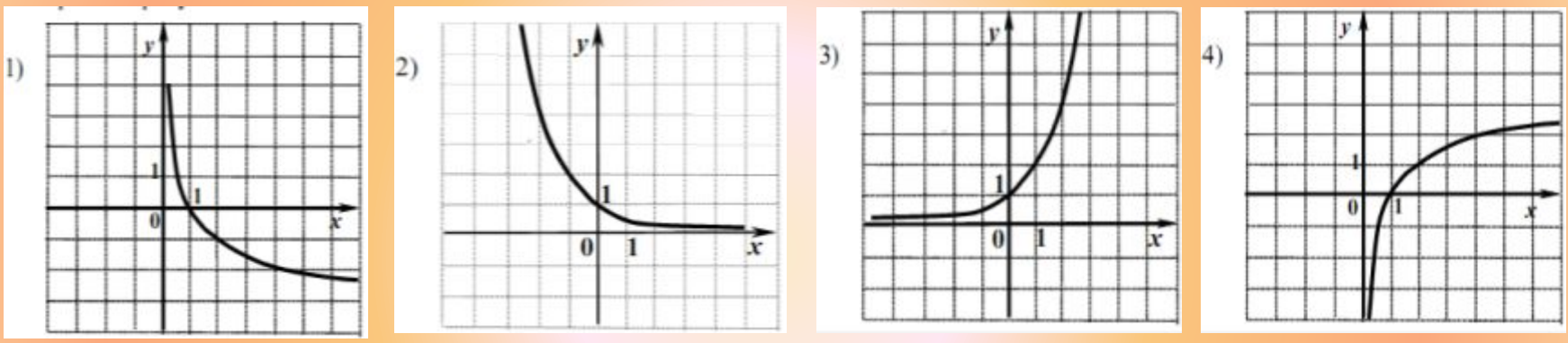
- Найдите области определения функций:

$$y = \log_2(x+3)$$

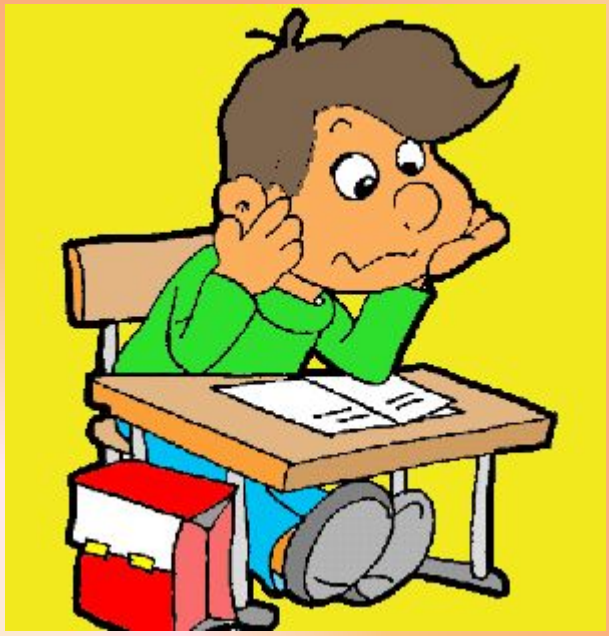
$$y = \log_{0,2}(x^2 - 4x)$$

$$y = \log_{0,7}(2^x - \frac{1}{8})$$

НА ОДНОМ ИЗ РИСУНКОВ ИЗОБРАЖЕН ГРАФИК ФУНКЦИИ $У=\log_2 Х$. УКАЖИТЕ НОМЕР ЭТОГО РИСУНКА.



Ответ: №4



Лаборатория мыслителей

ЛОГАРИФМИЧЕСКИЕ УРАВНЕНИЯ

Уравнения, содержащие переменную под знаком логарифма называются ***логарифмическими.***

Простейшим примером логарифмического уравнения служит уравнение

$\mathbf{\log_a x = b}$ **(где** $\boldsymbol{a > 0, a \neq 1}$**).**

Его решение $\boldsymbol{x = a^b}$.

МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ ЛОГАРИФМИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ

- Функционально-графический
- С использованием определения
- Потенцирование
- Введение новой переменной
- Логарифмирование обеих частей уравнения, если они положительны

ЗАПОМНИ !

Логарифм и ОДЗ **вместе** трудятся везде!

Сладкая парочка!

Два сапога – пара!

ОН - ЛОГАРИФМ!

ОНА - ОДЗ!

Два в одном !

Два берега у одной реки!

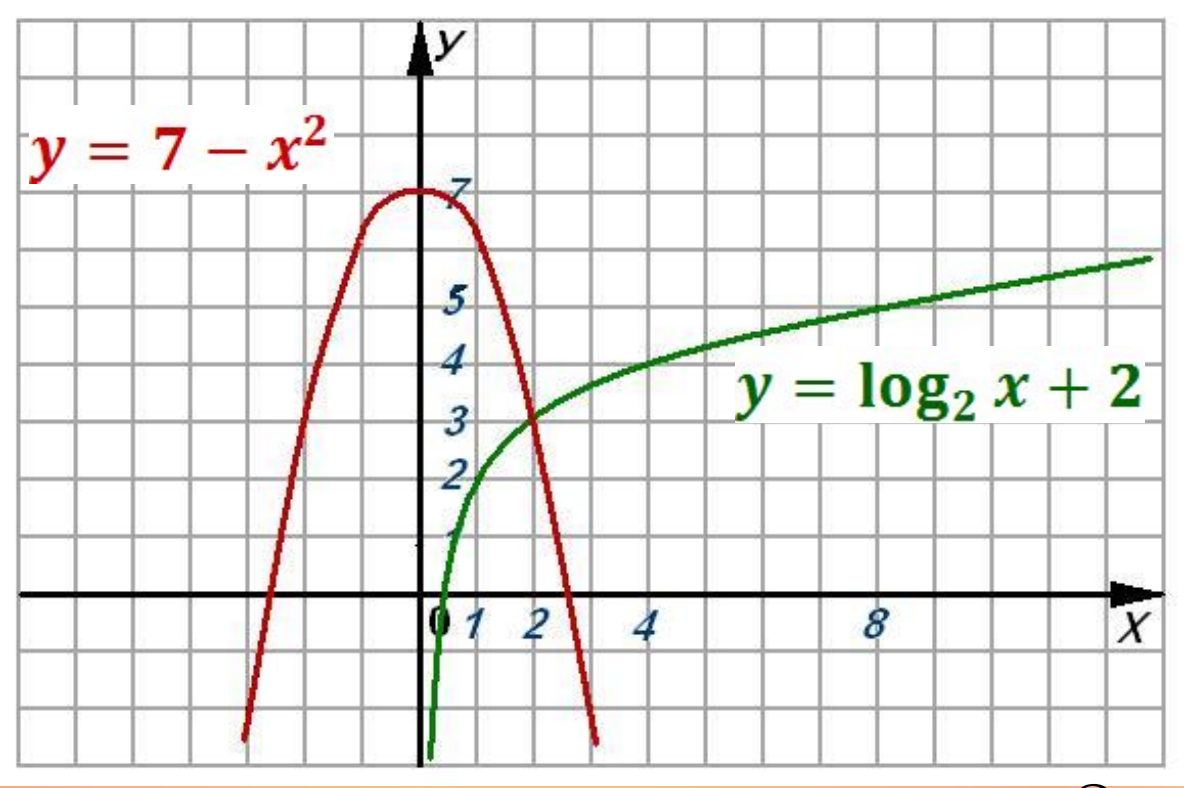
Нам не жить друг без друга!

Близки и неразлучны!

ФУНКЦИОНАЛЬНО-ГРАФИЧЕСКИЙ МЕТОД

Пример: $\log_2 x + 2 = 7 - x^2$

Решение:



Ответ: $x = 2$

МЕТОД С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ОПРЕДЕЛЕНИЯ

Пример: $\log_3(x^2 - 2x + 1) = 2$

Решение: $\log_2 f(x) = b$,где $f(x) = a^b$, причем $f(x) > 0$

$$\log_3(x^2 - 2x + 1) = 2$$

$$x^2 - 2x + 1 = 3^2$$

$$x^2 - 2x + 1 = 9$$

$$x^2 - 2x - 8 = 0$$

$$D = 4 + 32 = 36$$

$$x_1 = \frac{2+6}{2} = 4 \quad x_2 = \frac{2-6}{2} = -2$$

Ответ: 4 и -2

ПОТЕНЦИРОВАНИЕ

$$\log_a f(x) = \log_a g(x)$$

$$\begin{cases} f(x) = g(x) \\ f(x) > 0 \\ g(x) > 0 \end{cases}$$

Пример: $\log_{\frac{1}{8}}(5x - 8) = \log_{\frac{1}{8}}(x)$

Решение:

$$\begin{cases} 5x - 8 = x \\ x > 0 \\ 5x - 8 > 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4x = 8 \\ x > 0 \\ 5x > 8 \end{cases} \qquad \begin{cases} x = 2 \\ x > 0 \\ x > 1{,}6 \end{cases}$$

Ответ: $x = 2$

ВВЕДЕНИЕ НОВОЙ ПЕРЕМЕННОЙ

$$\log^2_{\frac{1}{4}} x - 3\log_{\frac{1}{4}} x + 2 = 0$$

Пример:

О. Д. З. $x > 0$

Пусть $\log_{\frac{1}{4}} x = t$, тогда уравнение принимает вид:

Решение:

$$t^2 - 3t + 2 = 0$$

$t_1 = 1$

$\log_{\frac{1}{4}} x = 1$

$x = \frac{1}{4}$

$t_2 = 2$

$\log_{\frac{1}{4}} x = 2$

$x = \frac{1}{16}$

Ответ: $x = \frac{1}{4}$ и $x = \frac{1}{16}$

ЛОГАРИФМИРОВАНИЕ ОБЕИХ ЧАСТЕЙ УРАВНЕНИЯ,ЕСЛИ ОНИ ПОЛОЖИТЕЛЬНЫ

Пример: $x^{\log_4 x} = 4$ $x > 0$

Решение:

$$\log_4(x^{\log_4 x}) = \log_4 4$$

$$\log_4 x \cdot \log_4 x = 1$$

$$\log^2{}_4 x = 1$$

$$\log_4 x = 1$$

$$x = 4$$

$$\log_4 x = -1$$

$$x = \frac{1}{4}$$

Ответ: $x = 4$ и $x = \frac{1}{4}$

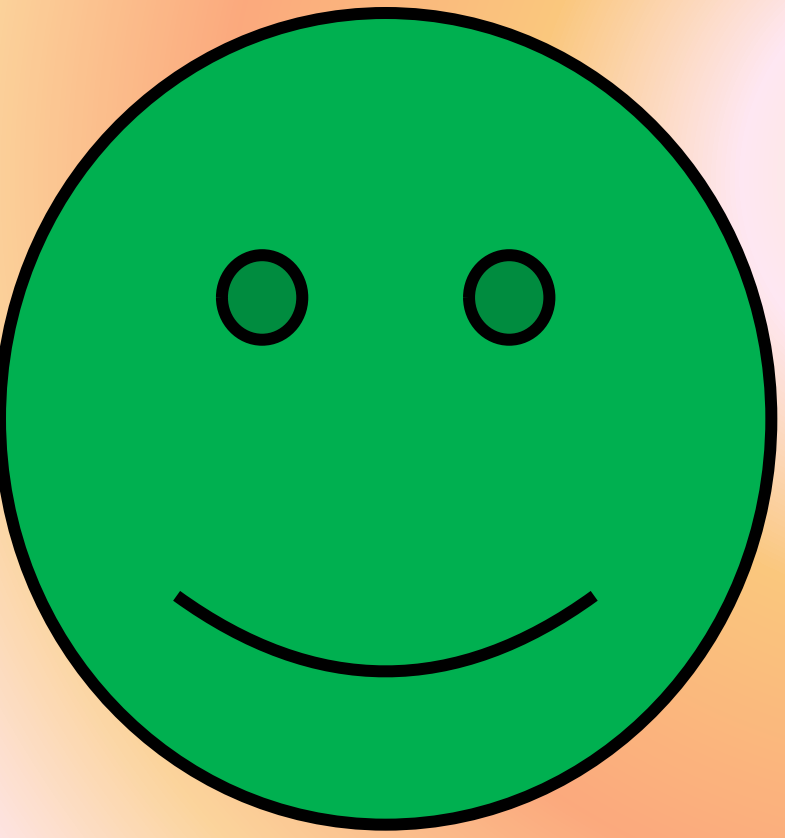
Работа у доски с проверкой

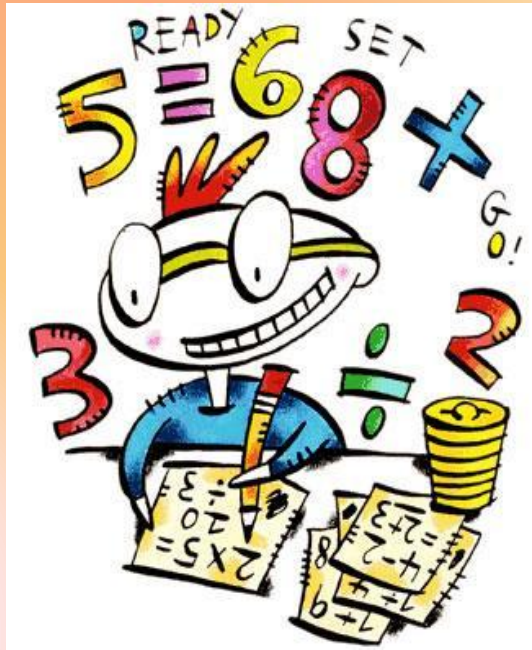
- $\log_5(4+x)=2$

$\log_2(8+x)=3$

Работа у доски с проверкой

- $\log_3(9+x)=4$
- $\log_2(3+x)=7$





Экспериментальная лаборатория

Логарифмические неравенства

Логарифмическим неравенством называют неравенства вида

$\log_a f(x) > \log_a g(x)$,

где *a*- положительное число, отличное от 1.

- При $\underline{a>1}$ $\log_a f(x) > \log_a g(x)$ и $f(x)>0$, $g(x) >0$,то $f(x)>g(x)$
- При $\underline{0 < a < 1}$ $\log_a f(x) > \log_a g(x)$ и $f(x)>0$, $g(x) > 0$, то $f(x) < g(x)$

При решении логарифмических неравенств следует учитывать общие свойства неравенств, свойство монотонности логарифмической функции и область её определения.

Традиционный способ

$$\log_2 x \le 3$$

Функция монотонно возрастающая

$$\begin{cases} x > 0 \\ x \le 8 \end{cases}$$

$$x \in (0;8]$$

Традиционный способ

$$\log_{\frac{1}{2}} x \geq -3$$

функция монотонно убывающая

$$\begin{cases} x > 0 \\ x \leq 8 \end{cases}$$

$$x \in (0;8]$$

Индивидуальная работа по теме:

Вариант 1:

1. $\log_{\frac{1}{2}}(3x-1) < \log_{\frac{1}{2}}(3-x)$
2. $\log_3(4x-9) < 1$

Вариант 2:

1. $\log_2(2x-2) \geq \log_2(6-5x)$
2. $\log_{\frac{1}{2}}(5x-8) > 1$

Вариант 3:

1. $\log_{\frac{1}{2}}(5x-2) < \log_{\frac{1}{2}}(3-2x)$
2. $\log_3(2x-7) < 1$

Ответы

Вариант 1:

$1 < x < 3$

$2.25 < x < 3$

Вариант 2:

$$\frac{8}{7} \leq x < \frac{6}{5}$$

$1{,}6 < x < 1{,}7$

Вариант 3:

$$\frac{5}{7} < x < \frac{3}{2}$$

$3{,}5 < x < 5$

Работа у доски
Решение неравенств

- $\log_3 (2x-4) > \log_3 (14-x)$

- $\mathrm{Log}_{1/3}(2x-4) > \log_{1/3}(14-x)$

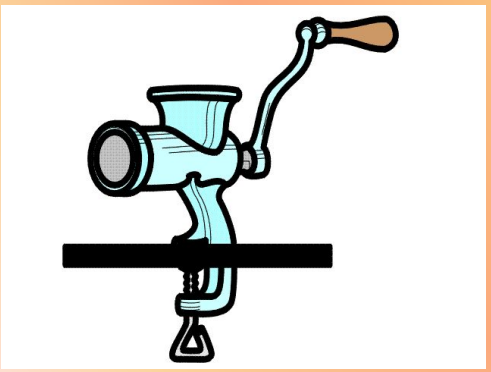
Практическая лаборатория

Логарифмы в деятельности человека

в животноводстве

в электротехнике

в астрономии



в технике

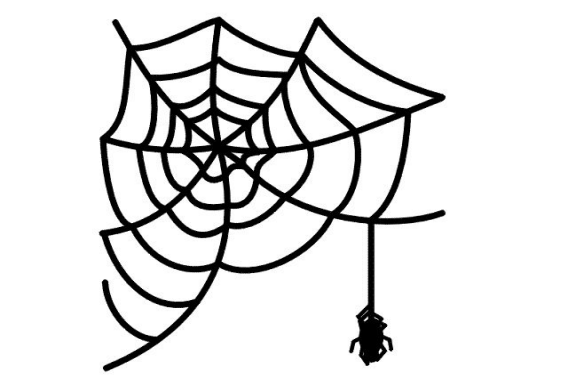
в экономике

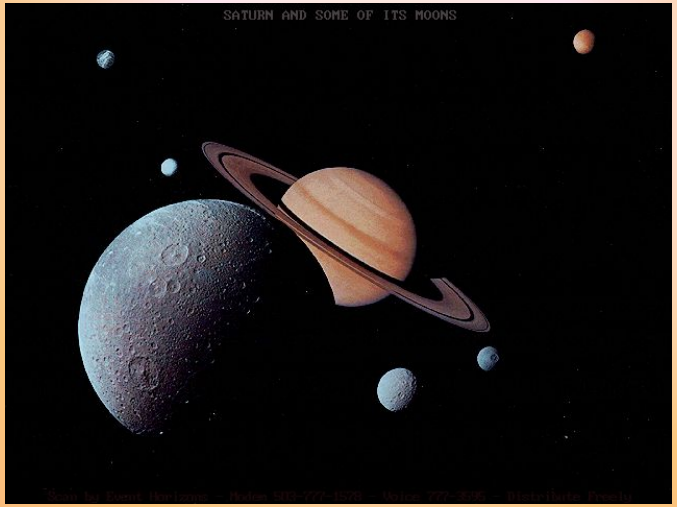
в музыке

Логарифмы в природе

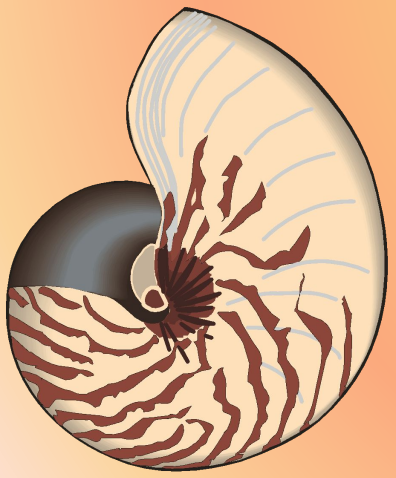
семечки подсолнуха

паутина

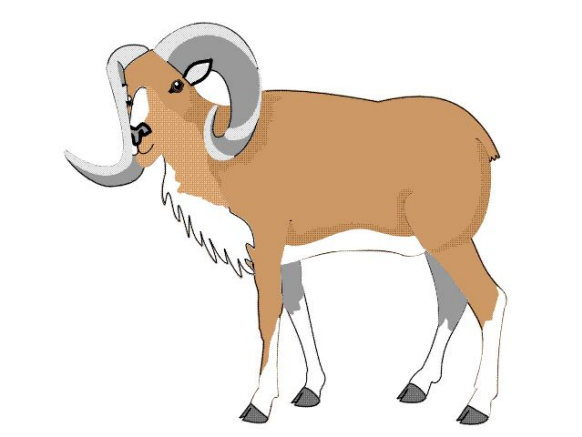




галактика



раковина



рога козла