

# **ВВЕДЕНИЕ В ТЕХНОЛОГИИ КОМПЬЮТЕРНОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ**

## *Лекция №1*

### *Введение в моделирование*

## **Перечень изучаемых вопросов :**

### *1.1 Основные понятия и определения*

*1.1.1 Место моделирования среди методов познания*

*1.1.2 Определение моделирования и модели*

*1.1.3 Основные свойства моделей*

*1.1.4 Цели моделирования*

*1.1.5 Принципы моделирования*

### *1.2 Классификация моделей*

*1.2.1 Материальное моделирование*

*1.2.2 Идеальное моделирование*

*1.2.3 Классификация математических моделей*

### *1.3 Этапы построения математических моделей*

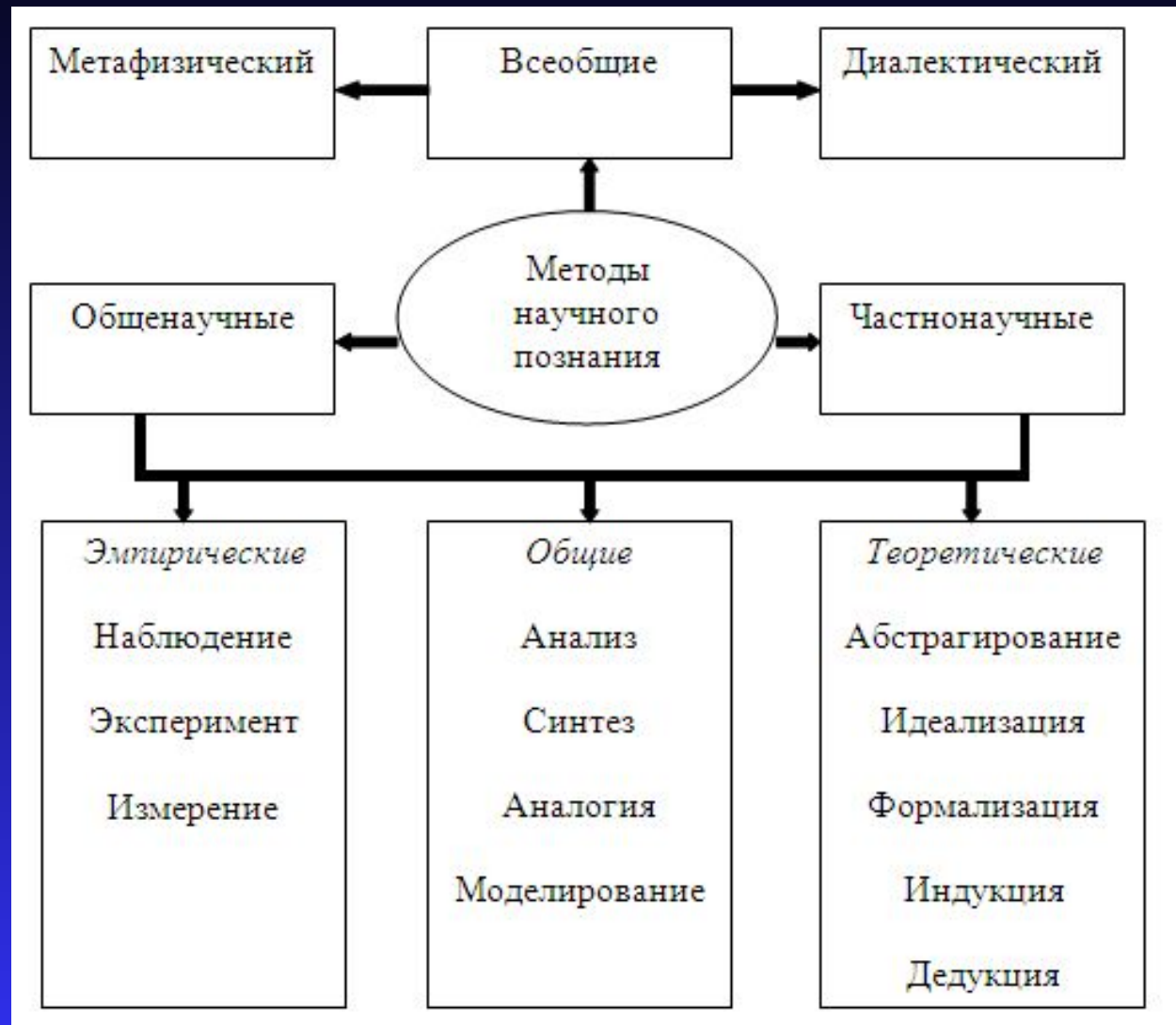
## ***1.1 Основные понятия и определения***

В течение долгого времени основными методиками в анализе и оценках всех природных явлений оставались наблюдения и экспериментальные исследования. Развитие математической физики и вычислительной математики привели к созданию математического моделирования - нового инструмента исследования природы. С появлением ЭВМ математическое моделирование стало интенсивно проникать во все сферы научно-исследовательской и инженерной практики.

### **1.1.1 Место моделирования среди методов познания**

Моделирование является одним из методов изучения окружающего мира. Понятие «метод» означает совокупность приемов и операций практического и теоретического освоения действительности. Владеть методом - это значит знать, каким образом, в какой последовательности нужно совершать те или иные действия для решения различных задач, и уметь реализовать эти знания на практике.

# Методы научного познания



## **1.1.2 Определение моделирования и модели**

Моделирование - метод познания окружающего мира, представляющий собой процесс замещения объекта исследования некоторой его моделью и проведение исследований на модели с целью получения необходимой информации об объекте.

При этом модель можно определить как образ моделируемого объекта, удобный для проведения исследований и позволяющий адекватно отображать интересующие исследователя свойства и характеристики объекта.

### 1.1.3 Основные свойства моделей

Модели обладают рядом свойств, от которых зависит успех их применения. Отметим наиболее важные из них.

Можно утверждать, что любой объект исследования является бесконечно сложным и характеризуется бесконечным числом параметров. При построении модели исследователь всегда исходит из поставленных целей и учитывает только наиболее существенные факторы. Поэтому любая модель нетождественна оригиналу и, следовательно - *неполна*.

*Адекватность* - это степень соответствия модели исследуемому реальному объекту. Она никогда не может быть полной. На практике модель считают адекватной, если она с удовлетворительной точностью позволяет достичь целей исследования.

### 1.1.3 Основные свойства моделей

Чем большее количество свойств объекта описывает модель, тем более *сложной* она оказывается. Не всегда чем сложнее модель, тем выше ее адекватность.

*Потенциальность* (предсказательность) - способность модели дать новые знания об исследуемом объекте, спрогнозировать его поведение или свойства.



## 1.1.4 Цели моделирования

Моделирование осуществляется с двумя главными целями:

- 1) для изучения механизма явлений, т.е. чтобы понять, как устроен конкретный объект: какова его структура, внутренние связи, основные свойства, законы развития, саморазвития и взаимодействия с окружающей средой;
- 2) для управления объектом, т. е. чтобы научиться управлять объектом или процессом, определять наилучшие способы управления при заданных целях и критериях.

## 1.1.5 Принципы моделирования

*Принцип информационной достаточности.*

При полном отсутствии информации об исследуемом объекте построение его модели невозможно. С другой стороны, при наличии полной информации об объекте построение его модели не имеет смысла. Существует некоторый уровень информации об объекте, при достижении которой может быть построена его адекватная модель.

*Принцип множественности моделей.*

Данный принцип является ключевым. Речь идет о том, что создаваемая модель должна отражать в первую очередь те свойства реальной системы, которые интересуют исследователя. Соответственно при использовании любой конкретной модели, исследуются лишь некоторые стороны реальности. Для более полного ее исследования необходим ряд моделей, позволяющий с разных сторон и с разной степенью детализации рассмотреть исследуемый объект.

*Принцип агрегирования.*

В большинстве случаев сложную систему можно представить состоящей из агрегатов (подсистем), для адекватного описания которых оказываются пригодными некоторые стандартные математические схемы.

## 1.2 Классификация моделей

Моделирование относится к общенаучным методам познания.

Использование моделирования на эмпирическом и теоретическом уровнях исследования приводит к делению моделей на материальные и идеальные.



## 1.2.1 Материальное моделирование

Материальное моделирование - это моделирование, при котором исследование объекта выполняется с использованием его материального аналога, воспроизводящего основные физические, геометрические, динамические и функциональные характеристики данного объекта.

Основными разновидностями материального моделирования являются натурное и аналоговое. При этом оба вида моделирования основаны на свойствах геометрического или физического подобия.

Натурное моделирование - это такое моделирование, при котором реальному объекту ставится в соответствие его увеличенный или уменьшенный материальный аналог, допускающий исследование (как правило, в лабораторных условиях) с помощью последующего перенесения свойств изучаемых процессов и явлений с модели на объект на основе теории подобия.

В настоящее время методы натурального моделирования находят самое широкое применение в судостроении, авиастроении, автомобилестроении, ракетостроении и других областях.

## 1.2.1 Материальное моделирование

Аналоговое моделирование - это моделирование, основанное на аналогии процессов и явлений, имеющих различную физическую природу, но одинаково описываемых формально.

В основу аналогового моделирования положено совпадение математических описаний различных объектов. Примерами аналоговых моделей могут служить электрические и механические колебания, которые с точки зрения математики описываются одинаковыми соотношениями, но относятся к качественно отличающимся физическим процессам. При некоторых допущениях аналогичными можно считать процессы распространения тепла в теле, диффузии примесей и просачивания жидкости.

## 1.2.1 Материальное моделирование

К особенностям материального моделирования можно отнести отличие условий реализации процесса-модели от условий, свойственных процессу-оригиналу, которые выбираются исходя из удобства и простоты исследования.

Поскольку при материальном моделировании нет необходимости сохранять размеры конструкций, время и интенсивность воздействующих факторов, то появляется реальная возможность интенсификации процесса исследований и получения необходимых результатов при меньших материальных и временных затратах.

Однако условия материального моделирования не могут выбираться абсолютно произвольно. Между процессом-оригиналом и процессом-моделью должны быть сохранены определенные соотношения подобия, гарантирующие возможность использования сведений, получаемых путем моделирования, для адекватной оценки свойств исследуемого оригинала.

Таким образом, материальное моделирование все же связано со значительными затратами.

## 1.2.1 Идеальное моделирование

Идеальное моделирование отличается от материального тем, что оно основано не на материализованной аналогии объекта и модели, а на аналогии идеальной и всегда носит теоретический характер.

Знаковым называют моделирование, использующее в качестве моделей знаковые изображения какого-либо вида, схемы, графики, чертежи, иероглифы, руны, наборы символов, включающие также совокупность законов и правил, по которым можно оперировать с выбранными знаковыми образованиями и элементами.

В качестве примеров таких моделей можно назвать любой язык, например: устного и письменного человеческого общения, алгоритмический, химических формул, живописи, нот для записи музыкальных произведений и т.д.

Моделирование с помощью математически соотношений (математическое моделирование) также является примером знакового моделирования.

## 1.2.1 Идеальное моделирование

Математическое моделирование - это идеальное знаковое моделирование, при котором описание объекта осуществляется на языке математики, а исследование модели проводится с использованием тех или иных математических методов.

Следует отметить, в сравнении с натурным экспериментом преимущества математического моделирования:

экономичность;

возможность моделирования гипотетических, т.е. не реализованных в природе объектов;

возможность реализации режимов, опасных или трудновоспроизводимых в натуре;

возможность изменения масштаба времени;

простота многофакторного анализа.



## 1.2.1 Идеальное моделирование

Моделирование с помощью математически соотношений (математическое моделирование) также является примером знакового моделирования.

Математическое моделирование - это идеальное знаковое моделирование, при котором описание объекта осуществляется на языке математики, а исследование модели проводится с использованием тех или иных математических методов.

Следует отметить, в сравнении с натурным экспериментом преимущества математического моделирования:

экономичность;

возможность моделирования гипотетических, т.е. не реализованных в природе объектов;

возможность реализации режимов, опасных или труднопроизводимых в природе;

возможность изменения масштаба времени;

простота многофакторного анализа.

## 1.2.1 Идеальное моделирование

Под математической моделью будем понимать любой оператор  $A$ , позволяющий по соответствующим значениям входных параметров  $X$  установить выходные значения параметров  $Y$  объекта моделирования:

$$A: X \rightarrow Y, \quad X \in \Omega_X, Y \in \Omega_Y,$$

где  $\Omega_X$  и  $\Omega_Y$  - множества допустимых значений входных и выходных параметров для моделируемого объекта. В зависимости от природы моделируемого объекта элементами множеств  $\Omega_X$  и  $\Omega_Y$  могут являться любые математические объекты (числа, векторы, тензоры, функции, множества и т.п.).

Понятие оператора в приведенном определении может трактоваться достаточно широко. Это может быть как некоторая функция, связывающая входные и выходные значения, так и отображение, представляющее символическую запись системы алгебраических, дифференциальных, интегродифференциальных или интегральных уравнений. Наконец, это может быть некоторый алгоритм, совокупность правил или таблиц, обеспечивающих нахождение (или установление) выходных параметров по заданным исходным значениям.

## 1.2.3 Классификация математических моделей

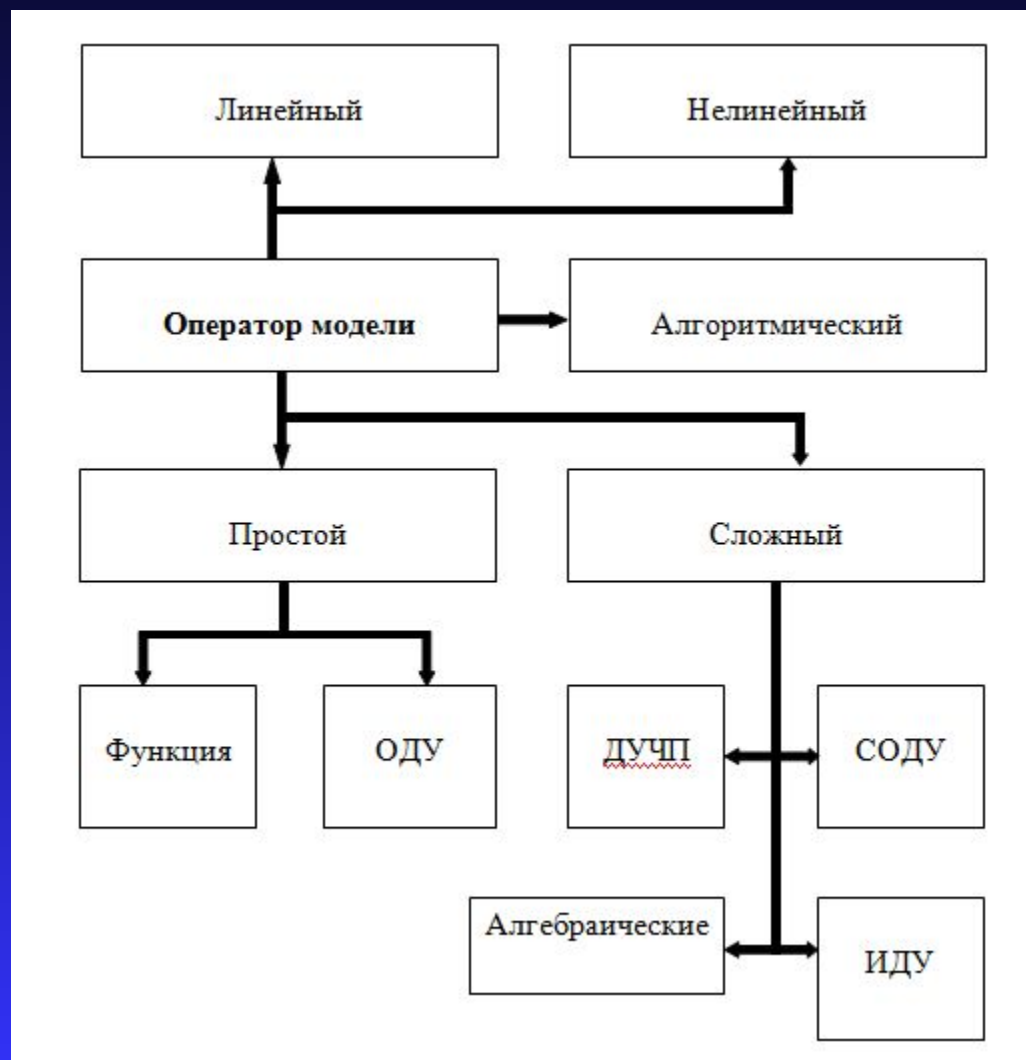
Представляется возможным подразделить математические модели на различные классы в зависимости от:

- сложности объекта моделирования;
- оператора модели (подмодели);
- входных и выходных параметров;
- от метода реализации модели.

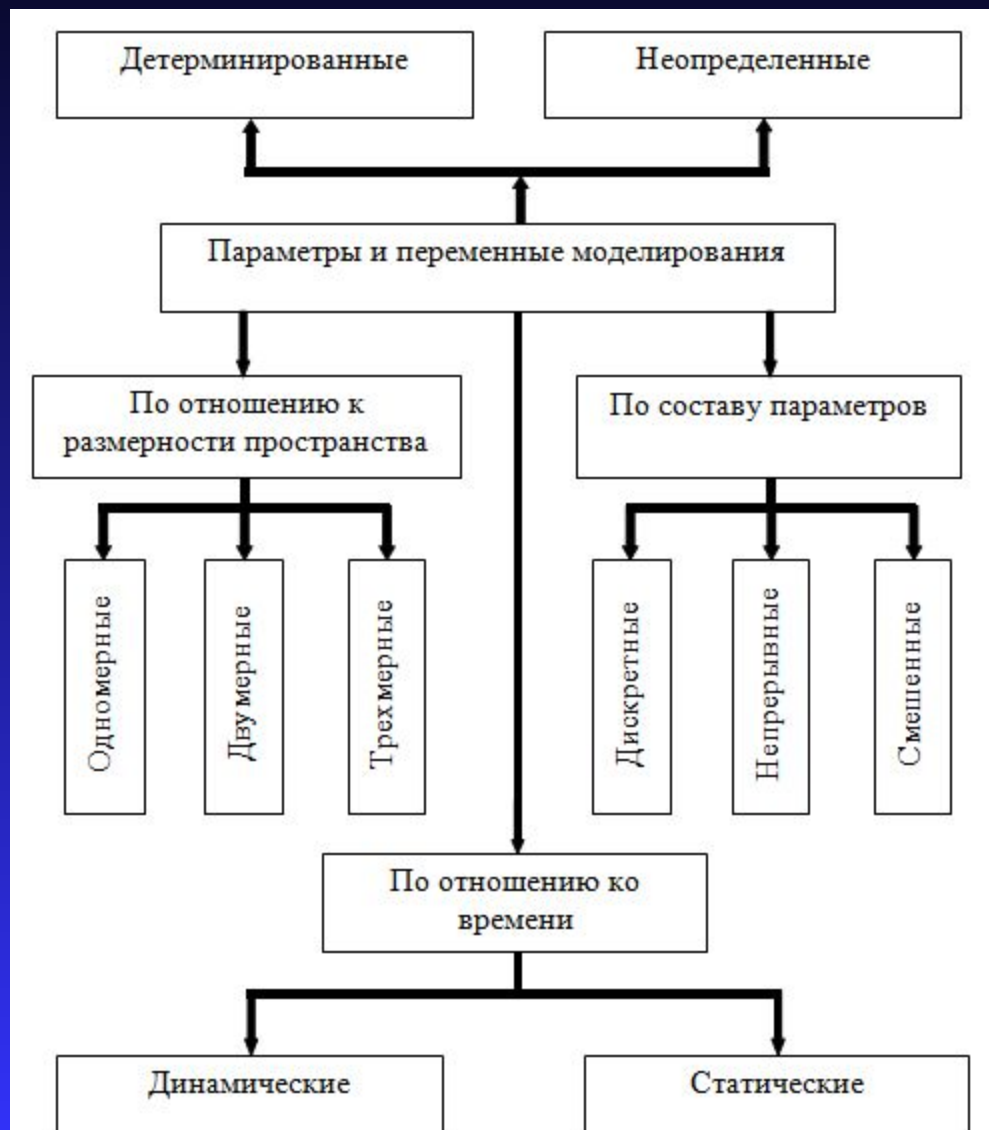
Все объекты моделирования можно разделить на две группы: простые и объекты-системы. В первом случае при моделировании не рассматривается внутреннее строение объекта, не выделяются составляющие его элементы или подпроцессы.

Деление объектов исследования на «простые» и «сложные» условно. Поскольку для любых известных процессов, явлений, материальных тел невозможно выделить их «элементарные кирпичики», то любой объект исследования можно считать бесконечно сложным.

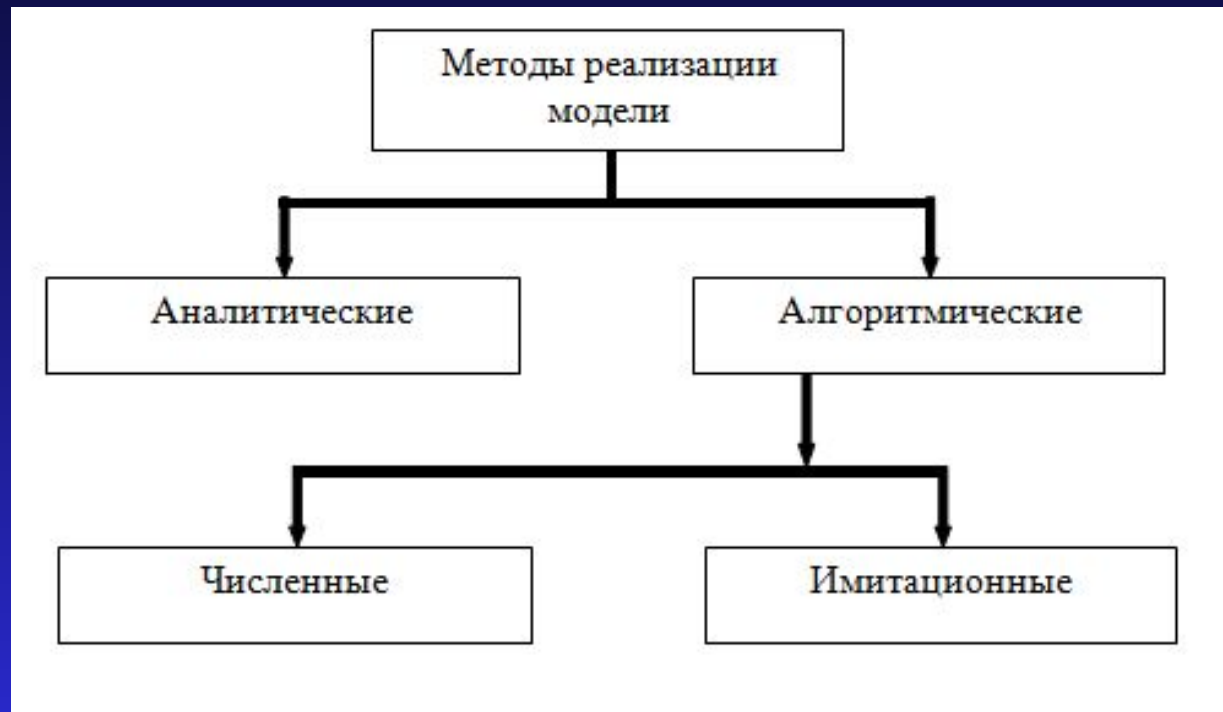
# Классификация математических моделей в зависимости от оператора модели



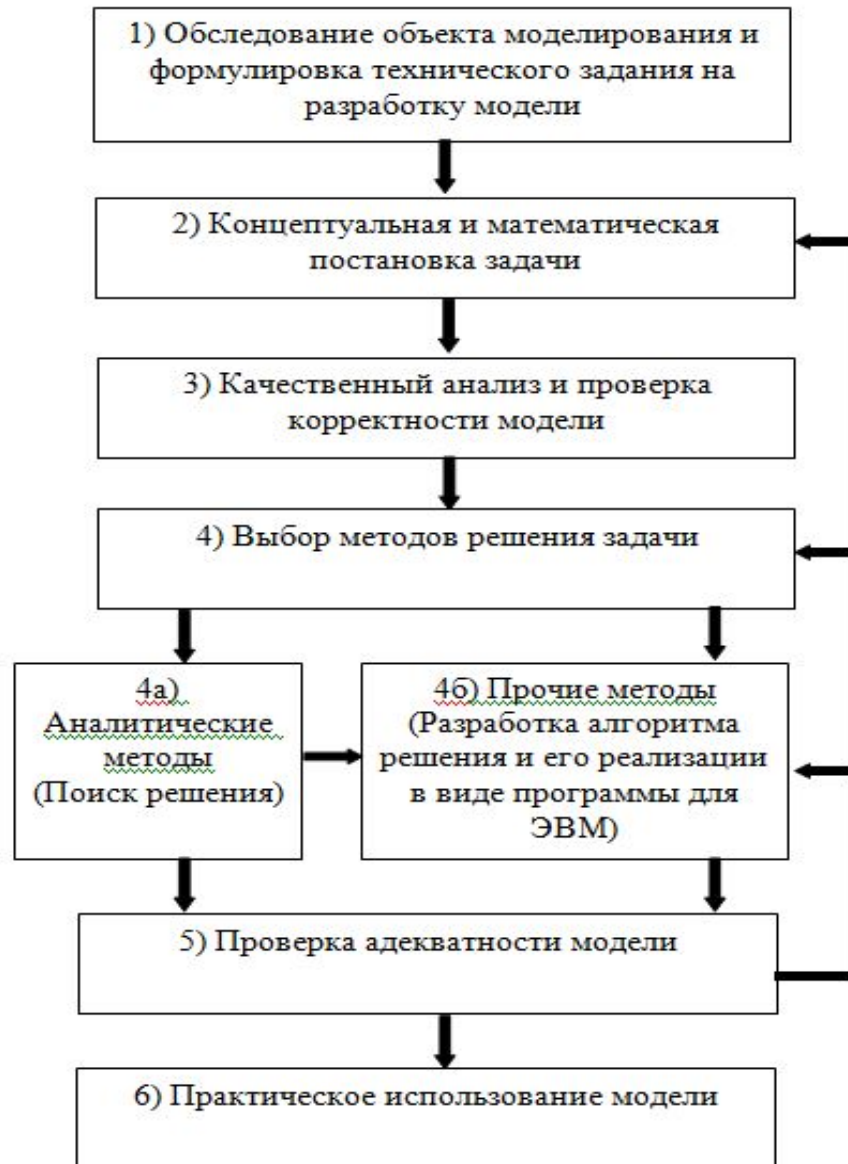
# Классификация математических моделей в зависимости от параметров модели



# Классификация математических моделей в зависимости от методов реализации



## 1.3 Этапы построения математических моделей



## 1.3 Этапы построения математических моделей

Этап обследования включает следующие работы:

- тщательное обследование объекта моделирования с целью выявления основных факторов, механизмов, влияющих на его поведение, определения соответствующих параметров, позволяющих описывать моделируемый объект;
- сбор и проверка имеющихся экспериментальных данных об объектах-аналогах, проведение при необходимости дополнительных экспериментов;
- аналитический обзор литературных источников, анализ и сравнение между собой построенных ранее моделей данного объекта (или подобных рассматриваемому объекту);
- анализ и обобщение всего накопленного материала, разработка общего плана создания математической модели.



## 1.3 Этапы построения математических моделей

На втором этапе разрабатывается концептуальная, или «естественнонаучная» (физическая, химическая, биологическая и т.д.), постановка задачи моделирования.

Концептуальная постановка задачи моделирования - это сформулированный в терминах конкретных дисциплин (физики, химии, биологии и т.д.) перечень основных вопросов, подлежащих решению при моделировании, а также совокупность гипотез относительно свойств и поведения объекта моделирования.

Законченная концептуальная постановка позволяет сформулировать математическую постановку задачи моделирования, включающую совокупность различных математических соотношений, описывающих поведение и свойства объекта моделирования.

Математическая постановка задачи моделирования - это совокупность математических соотношений, описывающих поведение и свойства объекта моделирования.

## 1.3 Этапы построения математических моделей

На третьем этапе осуществляется качественный анализ и проверка корректности модели. Для контроля правильности полученной системы математических соотношений требуется проведение ряда обязательных проверок:

- Контроль размерностей.
- Контроль порядков, состоящий из грубой оценки сравнительных порядков складываемых величин и исключением малозначимых параметров.
- Контроль характера зависимостей заключается в проверке того, что направление и скорость изменения выходных параметров модели, вытекающие из выписанных математических соотношений, такие, как это следует непосредственно из «физического» смысла изучаемой модели.
- Контроль экстремальных ситуаций - проверка того, какой вид принимают математические соотношения, а также результаты моделирования, если параметры модели или их комбинации приближаются к предельно допустимым для них значениям, чаще всего к нулю или бесконечности.
- Контроль граничных условий, включающий проверку того, что граничные условия действительно наложены, что они использованы в процессе построения искомого решения и что значения выходных параметров модели на самом деле удовлетворяют данным условиям.
- Контроль физического смысла - проверка физического или иного, в зависимости от характера задачи, смысла исходных и промежуточных соотношений, появляющихся по мере конструирования модели.
- Контроль математической замкнутости, состоящий в проверке того, что выписанная система математических соотношений дает возможность, притом однозначно, решить поставленную математическую задачу.

## 1.3 Этапы построения математических моделей

*На четвертом этапе осуществляется выбор методов решения задачи.*

При использовании разработанных математических моделей, как правило, требуется найти зависимость некоторых неизвестных заранее параметров объекта моделирования, удовлетворяющих определенной системе уравнений.

Таким образом, поиск решения задачи сводится к отысканию некоторых зависимостей искомых величин от исходных параметров модели. Как уже было отмечено все методы решения задач, составляющих «ядро» математических моделей, можно подразделить на аналитические и алгоритмические методы.

## 1.3 Этапы построения математических моделей

Процесс разработки программной реализации является не менее сложным, чем все предыдущие этапы создания математической модели.

Процесс создания программного реализации математической модели можно разбить на ряд этапов:

- составление технического задания;
- проектирование структуры;
- кодирование алгоритма;
- тестирование и отладка;
- сопровождение и эксплуатация.

## 1.3 Этапы построения математических моделей

На пятом этапе осуществляется проверка адекватности модели.

Проверка адекватности модели преследует две цели:

- 1) убедиться в справедливости совокупности гипотез, сформулированных на этапах концептуальной и математической постановок. Переходить к проверке гипотез следует лишь после проверки использованных методов решения, комплексной отладки и устранения всех ошибок и конфликтов, связанных с программным обеспечением;
- 2) установить, что точность полученных результатов соответствует точности, оговоренной в техническом задании.

Проверка разработанной математической модели выполняется путем сравнения с имеющимися экспериментальными данными о реальном объекте или с результатами других, созданных ранее и хорошо себя зарекомендовавших моделей. В первом случае говорят о проверке путем сравнения с экспериментом, во втором - о сравнении с результатами решения тестовой задачи.

## *1.3 Этапы построения математических моделей*

Последний этап – это этап практического использования созданной модели и анализа результатов моделирования.