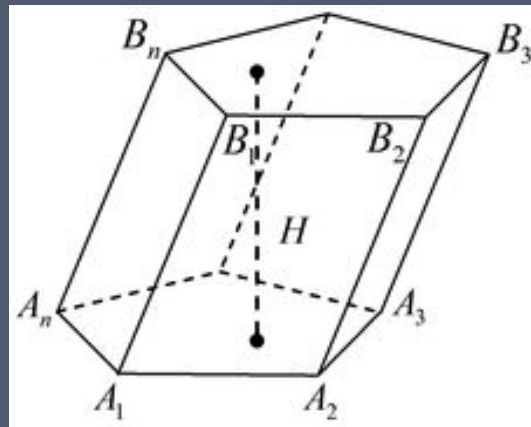


МНОГОГРАННИКИ

Призма

- *Призмой* называется многогранник, две грани которого n -угольники, а остальные грани — параллелограммы.



Призма

- Боковые ребра призмы, как противоположные стороны параллелограммов, последовательно приложенных друг к другу, равны и параллельны.
- Перпендикуляр, проведенный из какой-либо точки одного основания к плоскости другого основания, называется высотой призмы. Отрезок, соединяющий две вершины призмы, не принадлежащие одной грани, называется диагональю призмы.
- Поверхность призмы состоит из **оснований** и **боковой поверхности** призмы. Боковая поверхность призмы состоит из параллелограммов.
- Если боковые ребра призмы перпендикулярны к основаниям, то призма называется прямой. В противном случае призма называется наклонной.
- У прямой призмы боковые грани – прямоугольники.
- Высота прямой призмы равна ее боковому ребру.
- Прямая призма называется правильной, если она прямая, и ее основания — правильные многоугольники

Объемы и площади

- Призма:

$$S_{\text{полн}} = 2 * S_{\text{осн}} + S_{\text{бок}} ;$$

$$V = S_{\text{осн}} * h ;$$

- Для прямой призмы, у которой боковые ребра перпендикулярны плоскостям оснований, площадь боковой поверхности и объем даются формулами:

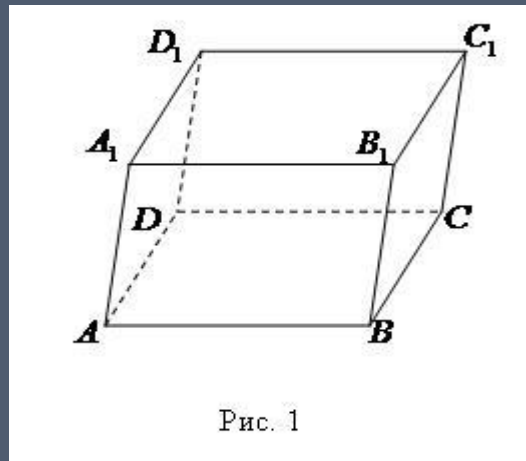
$$S_{\text{бок}} = P_{\text{осн}} * h ;$$

$$V = S_{\text{осн}} * h ;$$

**ПАРАЛЛЕЛЕПИПЕД.
КУБ**

Параллелепипедом

Параллелепипедом называется призма, основаниями которой служат параллелограммы.

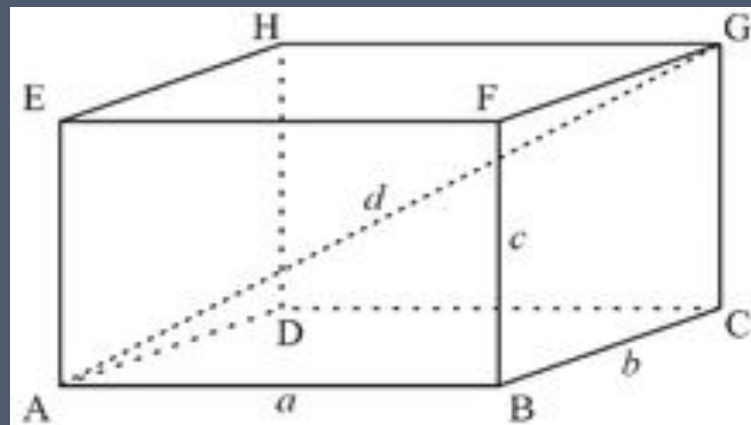


Свойства параллелепипеда

- 1) Середина диагонали параллелепипеда является его центром симметрии.
- 2) Противоположащие грани параллелепипеда попарно равны и параллельны.
- 3) Все четыре диагонали параллелепипеда пересекаются в одной точке и делятся ею пополам.

Прямой параллелепипед

Прямой параллелепипед, основанием которого служит прямоугольник, называется **прямоугольным параллелепипедом**. Все грани прямоугольного параллелепипеда - прямоугольники. Длины трех ребер прямоугольного параллелепипеда, выходящих из одной вершины, называются измерениями прямоугольного параллелепипеда.



Свойства

1) Квадрат диагонали прямоугольного параллелепипеда равен сумме квадратов трех его измерений:

$$d^2 = a^2 + b^2 + c^2$$

2) Все диагонали прямоугольного параллелепипеда равны.

Куб

Прямоугольный параллелепипед с равными измерениями называется кубом. Все грани куба - равные квадраты.

Формулы объема и площади

Прямоугольный параллелепипед:

$V=abc$, где a, b, c - три измерения параллелепипеда;

$$S_{\text{полн}} = 2(ab+ac+bc);$$

Прямой параллелепипед:

$$V=S_{\text{осн}} * h;$$

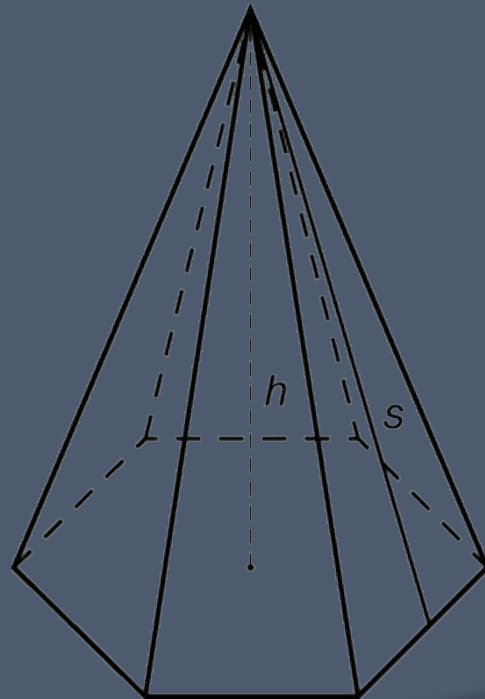
Куб:

$$V=a^3; \quad S_{\text{полн}} = 6a^2, \text{ где } a \text{ - ребро куба.}$$

ПИРАМИДА

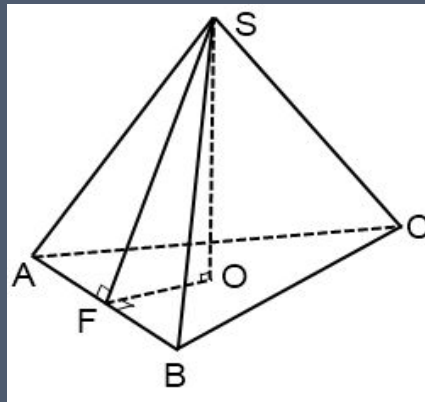
Пирамида

Пирамида - многогранник, основание которого многоугольник, а остальные грани - треугольники, имеющие общую вершину.



Правильная пирамида

Правильная пирамида — это пирамида, основанием которой является правильный многоугольник, а вершина пирамиды проецируется в центр этого многоугольника. Высота боковой грани, проведенная из вершины правильной пирамиды, называется **апофемой**.



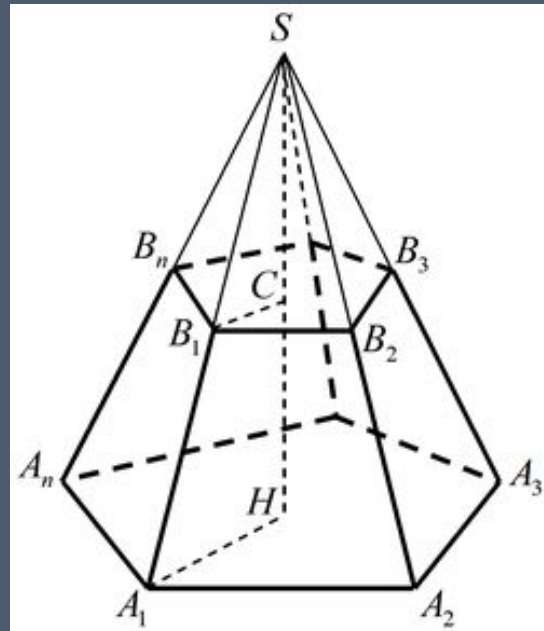
SF-апофема.

Свойства правильной пирамиды

- боковые ребра равны;
- боковые грани равны (все — равнобедренные треугольники);
- апофемы равны;
- двугранные углы при основании равны;
- боковые ребра одинаково наклонены к плоскости основания;
- основание высоты пирамиды является центром вписанной и описанной около основания окружностей;
- каждая точка высоты правильной пирамиды равноудалена от вершин основания;
- каждая точка высоты правильной пирамиды равноудалена от боковых граней;
- высота правильной пирамиды образует с апофемами равные углы.

Усеченная пирамида

Усеченной пирамидой называется многогранник, у которого вершинами служат вершины основания и вершины ее сечения плоскостью, параллельной основанию.



Свойства усеченной пирамиды

- основания усеченной пирамиды — подобные многоугольники.
- боковые грани усеченной пирамиды — трапеции.
- боковые ребра правильной усеченной пирамиды равны и одинаково наклонены к основанию пирамиды.
- боковые грани правильной усеченной пирамиды — равные между собой равнобедренные трапеции и одинаково наклонены к основанию пирамиды.
- двугранные углы при боковых ребрах правильной усеченной пирамиды равны.

Формулы объема и площади

Пирамида:

$$S_{\text{полн}} = S_{\text{бок}} + S_{\text{осн}}; \quad V = \frac{1}{3} * S * h;$$

Правильная пирамида:

$$S = \frac{1}{2} * P_{\text{осн}} * l, \text{ где } P - \text{периметр основания, } l - \text{апофема;}$$

Усеченная пирамида:

$$S_{\text{полн}} = S_1 + S_2 + S_{\text{бок}}$$
$$V = \frac{1}{3} * H * (S_1 + S_2 + \sqrt{S_1 * S_2})$$

$$S_{\text{бок}} = \frac{1}{2} * (P_1 + P_2) * h_{\text{бок}}$$

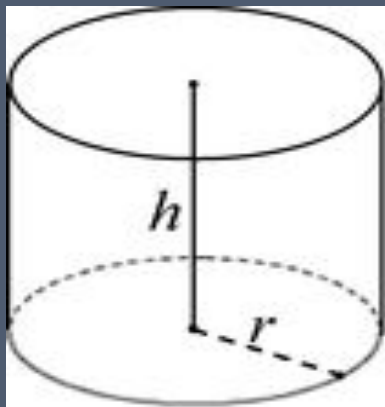
где S_1 и S_2 - площади оснований, P_1 и P_2 - их периметры.

ТЕЛА ВРАЩЕНИЯ

ЦИЛИНДР

Цилиндром называется фигура, полученная при вращении прямоугольника вокруг оси, содержащей его сторону.

Где h — высота цилиндра, r — радиус цилиндра;



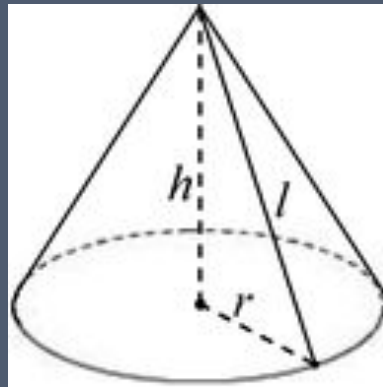
Объем и площади цилиндра

- $S_{\text{бок}} = 2\pi rh$;
- $S_{\text{полн}} = 2\pi r(r+h)$;
- $V = \pi r^2 h$;

КОНУС. УСЕЧЕННЫЙ КОНУС

Конус

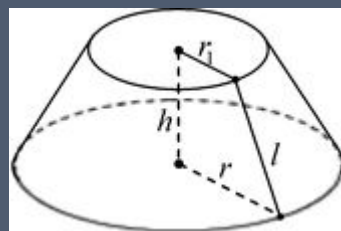
Конусом называется фигура, полученная при вращении прямоугольного треугольника вокруг оси, содержащей его катет.



Пусть h — высота конуса, r — радиус основания конуса, l — образующая конуса;

Усеченный конус

Усеченным конусом называют тело вращения, образованное вращением прямоугольной трапеции около боковой стороны, перпендикулярной основаниям.



Где h — высота усеченного конуса, r_1 и r_2 — радиусы основания усеченного конуса, l — образующая усеченного конуса;

Объемы и площади

- Конус:

$$S_{\text{бок}} = \pi r l;$$

$$S_{\text{полн}} = \pi r(r+l);$$

$$V = 1/3 * \pi r^2 h ;$$

- Усеченный конус:

$$S_{\text{полн}} = \pi(r_1 + r_2)l ;$$

$$V = 1/3 * \pi h (r_1^2 + r_1 * r_2 + r_2^2);$$