

**ГБОУ СПО КК
«АРМАВИРСКИЙ ЗООВЕТЕРИНАРНЫЙ ТЕХНИКУМ»**

КОМИССИЯ естественных-математических наук

**УМК ПО ДИСЦИПЛИНЕ МАТЕМАТИКА
для 1 курса**

**Решение логарифмических
неравенств**

тип заданий С3

**Преподаватель:
Козловских Екатерина
Валерьевна**

Решить неравенства

$$\log_9^2 x \geq \log_3^2 \sqrt{1 - \frac{x}{4}}$$

$$\log_{\sqrt{2x^2 - 7x + 6}} \frac{x}{3} > 0$$

$$7^{18} \cdot \left(\frac{1}{7}\right)^{2x} \cdot \left(\frac{1}{7}\right)^{5\sqrt{x}} > 1$$

$$\log_{3x-3} 3 + \log_{(x-1)^2} 27 \geq 2$$

$$\frac{2^{2|x-3|} + 4}{5} < 2^{|x-3|}$$

$$\log_x 3 + 2\log_{3x} 3 - 6\log_{9x} 3 \leq 0$$

$$\log_2(x^2 + 4x) + \log_{0,5} \frac{x}{4} + 2 \geq \log_2(x^2 + 3x - 4)$$

$$\log_5^2(x-8) - 6\log_5 \sqrt{(x-8)} \geq 4 - 25(x-8)(\log_5(x-8) - 4)$$

Решить неравенство

$$\log_{3x-3} 3 + \log_{(x-1)^2} 27 \geq 2$$

$$\log_{3x-3} 3 + \log_{(x-1)^2} 27 \geq 2$$

$$\log_{3x-3} 3 + \log_{(x-1)^2} 3^3 \geq 2$$

$$\log_{3x-3} 3 + 3 \log_{(x-1)^2} 3 \geq 2$$

1

3

$$\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$$

$$\log_3 3(x-1)$$

1

3

$$\log_b a + \log_b c = \log_b (ac)$$

$$\log_3 3 +$$

1

3

$$\frac{1}{1 + \log_3(x-1)} + \frac{3}{2 \log_3(x-1)} \geq 2$$

$$\log_3(x-1) = t$$

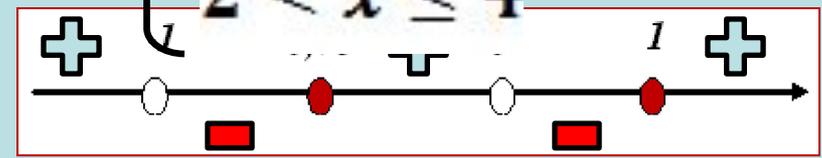
$$-1 < \log_3(x-1) \leq -\frac{3}{4}$$

Область допустимых значений
неравенств $\begin{cases} 3x-3 > 0, & 3x-3 \neq 0, \\ (x-1)^2 > 0, & (x-1)^2 \neq 0 \end{cases}$

$$\log_3(x-1) \leq 1 \Rightarrow x-1 \leq 3 \Rightarrow x \leq 4$$

$$\frac{1}{3} < x \leq 1 + \frac{4\sqrt{3^3}}{\sqrt{3^3}}$$

$$2 < x \leq 4$$



$$\left(\frac{4}{3}; 1\right] \cup (2; 4]$$

Решить неравенство

$$\log_x 3 + 2\log_{3x} 3 - 6\log_{9x} 3 \leq 0$$

ОДЗ: $x > 0, x \neq 1$

$$\log_x 3 + 2\log_{3x} 3 - 6\log_{9x} 3 \leq 0$$

$$\frac{(1+y)(2+y) + 2y(2+y) - 6y(1+y)}{y(1+y)(2+y)} \leq 0$$

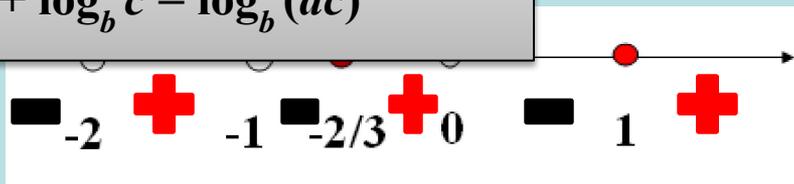
$$\frac{\log_3 3}{\log_3 x} + \frac{2 \log_3 3}{\log_3 3x} - \frac{6 \log_3 3}{\log_3 9x} \leq 0$$

$$\frac{3(y-1)(y+\frac{2}{3})}{(y-1)(y+2)(y+1)} \geq 0$$

$$\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$$

$$\log_b a + \log_b c = \log_b (ac)$$

$$\frac{1}{\log_3 x} + \frac{2}{1 + \log_3 x} - \frac{6}{2 + \log_3 x} \leq 0$$



$$\log_3 x = y$$

$$\left\{ \begin{array}{l} -2 < y < -1 \\ -\frac{2}{3} \leq y < 0 \\ y \geq 1 \end{array} \right. \xrightarrow{\log_3 x = y} \left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{9} < x < \frac{1}{3} \\ \sqrt[3]{3^2} \leq x < 1 \\ x \geq 3 \end{array} \right.$$

$$\frac{1}{y} + \frac{2}{1+y} - \frac{6}{2+y} \leq 0$$

$$\left(\frac{1}{9}; \frac{1}{3}\right) \cup \left[3^{-\frac{2}{3}}; 1\right) \cup [3; +\infty)$$

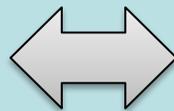
Решить неравенство

$$\log_{\sqrt{2x^2-7x+6}} \frac{x}{3} > 0$$

$$\log_{\sqrt{2x^2-7x+6}} \frac{x}{3} > 0$$

Найдём область
допустимых значений
неравенства:

$$\begin{cases} 2x^2 - 7x + 6 > 0 \\ 2x^2 - 7x + 6 \neq 1 \\ x > 0 \end{cases}$$



$$\begin{cases} (2x - 3)(x - 2) > 0 \\ (2x - 5)(x - 1) \neq 0 \\ x > 0 \end{cases}$$

$$x \in (0; 1) \cup \left(1; \frac{3}{2}\right) \cup \left(2; \frac{5}{2}\right) \cup \left(\frac{5}{2}; +\infty\right)$$

Решить неравенство

$$\log_{\sqrt{2x^2-7x+6}} \frac{x}{3} > 0$$

$$\log_{\sqrt{2x^2-7x+6}} \frac{x}{3} > \log_{\sqrt{2x^2-7x+6}} 1$$

При переходе от логарифмов к подлогарифмическим выражениям НЕОБХОДИМО учитывать значение величины основания

$$x \in \left(1; \frac{3}{2}\right) \cup \left(2; \frac{5}{2}\right)$$

$$2x^2 - 7x + 6 < 1$$

$$x \in \left(1; \frac{3}{2}\right) \cup \left(2; \frac{5}{2}\right)$$

00

$$x \in (0; 1) \cup \left(\frac{5}{2}; +\infty\right)$$

$$2x^2 - 7x + 6 > 1$$

$$x \in (0; 1) \cup \left(\frac{5}{2}; +\infty\right)$$

$$x > 3$$

$$x \in \left(1; \frac{3}{2}\right) \cup \left(2; \frac{5}{2}\right) \cup (3; +\infty)$$

Решить неравенство

$$\log_9^2 x \geq \log_3^2 \sqrt{1 - \frac{x}{4}}$$

$$\log_9^2 x \geq \log_3^2 \sqrt{1 - \frac{x}{4}}$$

ОДЗ

$$1 - \frac{x}{4} > 0, x > 0$$

$$0 < x < 4$$

$$\log_3^2 x \geq \log_3^2 \sqrt{1 - \frac{x}{4}}$$

$$(\log_3 x)^2 \geq \left(\log_3 \left(1 - \frac{x}{4}\right)^{\frac{1}{2}}\right)^2$$

$$\left(\frac{1}{2} \log_3 x\right)^2 \geq \left(\frac{1}{2} \log_3 \left(1 - \frac{x}{4}\right)\right)^2$$

$$\frac{1}{4} \log_3^2 x = \frac{1}{4} \log_3^2 \left(1 - \frac{x}{4}\right)$$

$$\log_{a^x} b = \frac{1}{x} \log_a b$$

$$\log_3^2 x - \log_3^2 \left(1 - \frac{x}{4}\right) \geq 0$$

$$\left(\log_3 x - \log_3 \frac{4-x}{4}\right) \cdot \left(\log_3 x + \log_3 \frac{4-x}{4}\right) \geq 0$$

$$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$$

$$\log_3 \frac{4x}{4-x} \cdot \log_3 \frac{x(4-x)}{4} \geq 0$$

Решить неравенство

$$\log_9^2 x \geq \log_3^2 \sqrt{1 - \frac{x}{4}}$$

$$\begin{cases} \log_3 \frac{x(4-x)}{4} \geq 0 \\ \log_3 \frac{4x}{4-x} \geq 0 \end{cases}$$

$$0 < x < 4$$

$$\log_3 \frac{4x}{4-x} \leq 0$$

$$\log_3 \frac{x(4-x)}{4} \leq 0$$

$$0 < x < 4$$

$$\begin{cases} \frac{x(4-x)}{4} \geq 1 \\ \frac{4x}{4-x} \geq 1 \end{cases}$$

$$0 < x < 4$$

$$\frac{4x}{4-x} \leq 1$$

$$\frac{x(4-x)}{4} \leq 1$$

$$0 < x < 4$$

$$0,8 \leq x \leq 4$$

$$(x-2)^2 \leq 0$$

$$0 < x < 4$$

$$x \leq 0,8$$

$$x \geq 4$$

$$(x-2)^2 \geq 0$$

$$0 < x < 4$$

$$0,8 \leq x \leq 4$$

$$x = 2$$

Решить неравенство

$$\log_5^2(x-8) - 6\log_5\sqrt{(x-8)} \geq 4 - 25(x-8)(\log_5(x-8) - 4)$$

$$\log_5^2(x-8) - 6\log_5\sqrt{(x-8)} \geq 4 - 25(x-8)(\log_5(x-8) - 4)$$

$$6\log_5\sqrt{(x-8)} = 6\log_5(x-8)^{\frac{1}{2}} = 6 \cdot \frac{1}{2}\log_5(x-8)$$

$$6\log_5\sqrt{(x-8)} = 3\log_5(x-8)$$

ОДЗ

$$x > 8$$

$$\log_5^2(x-8) - 3\log_5(x-8) - 4 + 25(x-8)(\log_5(x-8) - 4) \geq 0$$

$$x - 8 = 5^t$$

$$(\log_5 5^t)^2 - 3\log_5 5^t + 25 \cdot 5^t(\log_5 5^t - 4) - 4 \geq 0$$

$$t^2 - 3t + 25 \cdot 5^t(t - 4) - 4 \geq 0$$

Решить неравенство

$$\log_5^2(x-8) - 6\log_5\sqrt{(x-8)} \geq 4 - 25(x-8)(\log_5(x-8) - 4)$$

$$(t-4)(t+1) + 25 \cdot 5^t(t-4) \geq 0$$

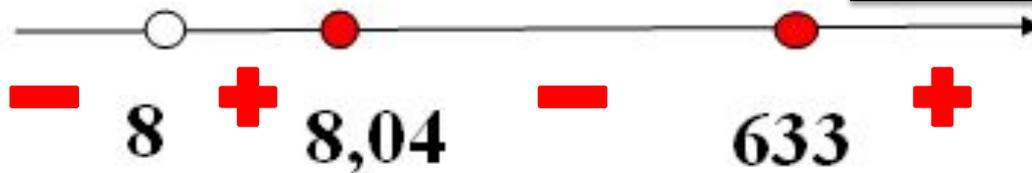
Разложим на множители

$$x - 8 = 5^t = 0$$
$$t = 4$$

$$x - 8 = 5^{-2}$$

$$25 \cdot 5^t(t-4) \geq 0$$
$$t =$$

Решим неравенство методом интервалов. Найдём нули левой части



$$x \in (8; 8 \frac{1}{25}] \cup [633; +\infty)$$

Решить неравенство

$$\log_2(x^2 + 4x) + \log_{0,5} \frac{x}{4} + 2 \geq \log_2(x^2 + 3x - 4)$$

$$\log_2(x^2 + 4x) + \log_{0,5} \frac{x}{4} + 2 \geq \log_2(x^2 + 3x - 4)$$

$$\log_2 x + \log_2(x+4) + \log_{\frac{1}{2}} x - \log_{\frac{1}{2}} 4 + 2 \geq \log_2(x-1) + \log_2(x+4)$$

ОДЗ: $\begin{cases} x^2 + 4x > 0 \\ x > 1 \\ x > 0 \end{cases}$

$$\log_2 x + \log_{\frac{1}{2}} x - \log_{\frac{1}{2}} 4 + 2 \geq \log_2(x-1)$$

$$\log_2 x - \log_2 x + \log_2 4 + 2 \geq \log_2(x-1)$$

$$\log_{\alpha^k} x^n = \frac{n}{k} \cdot \log_{\alpha} x$$

$$\log_2(x-1) \leq 1716, 16$$

Решить неравенство

$$7^{18} \cdot \left(\frac{1}{7}\right)^{2x} \cdot \left(\frac{1}{7}\right)^{5\sqrt{x}} > 1$$

$$7^{18} \cdot 7^{-2x} \cdot 7^{-5\sqrt{x}} > 7^0$$

$$7^{18-2x-5\sqrt{x}} > 7^0$$

$$18 - 2x - 5\sqrt{x} > 0$$

$$\sqrt{x} = t, t \geq 0$$

$$x \in [0; 4)$$

$$7^{18} \cdot \left(\frac{1}{7}\right)^{2x} \cdot \left(\frac{1}{7}\right)^{5\sqrt{x}} > 1$$

$$-2t^2 - 5t + 8 > 0$$

$$2t^2 + 5t - 8 < 0$$



$$\begin{cases} -\frac{9}{2} < t < 2 \\ t \geq 0 \end{cases} \rightarrow 0 \leq t < 2$$

$$0 \leq \sqrt{x} < 2$$

$$0 \leq x < 4$$

Решить неравенство

$$\frac{2^{2|x-3|} + 4}{5} < 2^{|x-3|}$$

$$\frac{2^{2|x-3|} + 4}{5} < 2^{|x-3|}$$

$$2^{|x-3|} = a \quad \frac{a^2 + 4}{5} < a$$

$$(a - 1) < a < 4 < 0$$

$$2^0 < 2^{|x-3|} < 2^2$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x \in (1; 3) \cup (3; 5) \\ x \in \mathbb{R} \end{array} \right.$$

Математику уже за то любить следует, что она ум в порядок приводит

М.В. Ломоносов

М.В. Ломоносов

Источники

- ❑ Соболь Б. В., Виноградова И. Ю., Рашидова Е. В. Пособие для подготовки к ЕГЭ и централизованному тестированию по математике. Изд. 3-е. – Р н/Д: «Феникс», 2003. – 352 с.
- ❑ Лысенко Ф.Ф.(ред.) Математика. Подготовка к ЕГЭ-2011
- ❑ http://edu.nstu.ru/courses/dovuz/urner/demo/Log/Teor/Fru_m.htm
- ❑ <http://reshuege.ru/test?theme=169>