

ФЕДЕРАЛЬНЫЙ ИНСТИТУТ ПЕДАГОГИЧЕСКИХ ИЗМЕРЕНИЙ



Тренинговая работа №2

Работа учителя математики
Моисеевой Нины Ивановны



B4

Строительная фирма планирует приобрести 72 кубометра пеноблоков у одного из трех поставщиков. Сколько рублей придется заплатить за самую дешевую покупку с доставкой? Цены и условия доставки приведены в таблице.

Поставщик	Стоимость пеноблоков (руб. за м ³)	Стоимость доставки (руб.)	Дополнительные условия	Стоимость общей покупки.
А	2850	4900		$2850 \cdot 72 + 4900 = 210100$
Б	3100	4600	При заказе на сумму более 150 000 руб. доставка бесплатно	$3100 \cdot 72 = 223200$ Доставка бесплатно.
В	2900	4800	При заказе на сумму более 200 000 руб. доставка бесплатно	$2900 \cdot 72 = 208800$ Доставка бесплатно.

Ответ:
208800



В4. В магазине одежды объявлена акция — если покупатель приобретает товар на сумму свыше 5 000 руб., он получает скидку на следующую покупку в размере 10%. Если покупатель участвует в акции, он теряет право возвратить товар в магазин.

Покупатель В. хочет приобрести куртку ценой 4500 руб., рубашку ценой 800 руб. и кеды ценой 1600 руб. В каком случае В. заплатит за покупку меньше всего?

1. В. купит все три товара сразу.
 2. В. купит сначала куртку и рубашку, а потом кеды со скидкой.
 3. В. купит сначала куртку и кеды, а потом рубашку со скидкой.
- В ответ запишите сумму, которую заплатит В. за покупку в этом случае.

1 случай:

Куртка - 4500р.

Рубашка - 800р.

Кеды - 1600р.

6900р.

1600р.

- 160р.

1440р.

2 случай:

Куртка - 4500р.

+ Рубашка - 800р. 6740р.

5300р.

1600р. - 100%

Хруб. - 10% X = 160р.

5300р. + 1440р. = 6740р.

3 случай:

Куртка - 4500р.

+ Кеды - 1600р.

6100р.

800р. - 100%

Хруб. - 90% X = 720р.

6100 р. + 720р. = 6820р.



B4

От дома до дачи можно доехать на автобусе, на электричке или на маршрутном такси, выйдя на конечной остановке. В таблице приведено время, которое нужно затратить на каждый участок пути. Какое наименьшее время потребуется на дорогу от дома до дачи? Ответ дайте в часах.

Вид транспорта	Время на дорогу пешком от дома до остановки	Время в пути	Время на дорогу пешком от конечной остановки до дачи	Время потраченное на дорогу
Автобус	10 минут	1 час 55 минут	10 минут	$\frac{10}{60} + 1\frac{55}{60} + \frac{10}{60} = 1\frac{75}{60} = 2\frac{15}{60}$
Электричка	20 минут	1 час 15 минут	40 минут	$\frac{20}{60} + 1\frac{15}{60} + \frac{40}{60} = 1\frac{75}{60} = 2\frac{15}{60}$
Маршрутное такси	20 минут	1 час 30 минут	30 минут	$\frac{20}{60} + 1\frac{30}{60} + \frac{30}{60} = 1\frac{80}{60} = 2\frac{20}{60}$

$$2\frac{15}{60} = 2\frac{1}{4} = 2,25$$

Ответ:
2,25



В4

Клиент хочет арендовать автомобиль на сутки для поездки протяженностью **600 км.** В таблице приведены характеристики трех автомобилей и стоимость их аренды. Помимо аренды клиент обязан оплатить топливо для автомобиля на всю поездку. Какую сумму в рублях заплатит клиент за аренду и топливо, если выберет самый дешевый вариант?

Автомобиль	Топливо	Расход топлива (л на 100 км)	Арендная плата (руб. за 1 сутки)
А	Дизельное	4	3500
Б	Бензин	7	3000
В	Газ	11	3000

Цена дизельного топлива — **18 руб. за литр**, бензина — **18,5 руб. за литр**, газа **14,5 руб. за литр.**

$$A \quad (6 \cdot 4) \cdot 18 + 3500 = 3932$$

$$B \quad (6 \cdot 7) \cdot 18,5 + 3000 = 3777$$

$$C \quad (6 \cdot 11) \cdot 14,5 + 3000 = 3957$$

Ответ:**3777**

В4

Для изготовления книжных полок требуется заказать 50 одинаковых стёкол в одной из трех фирм. Площадь каждого стекла $0,25\text{ м}^2$. В таблице приведены цены на стекло, а также на резку стекла и шлифовку края. Столько рублей будет стоить самый дешёвый заказ?

Фирма	Цена стекла (руб. за 1 м^2)	Резка и шлифовка (руб. за 1 стекло)	
А	410	75	8875
В	430	65	8625
С	460	60	8720

$$\begin{aligned} \text{А } 50 \cdot 0,25 &= 12,5 \text{ (м}^2\text{)} & 12,5 \cdot 410 &= 5125 \text{ (руб.)} & 75 \cdot 50 &= 3750 \text{ (руб.)} \\ & & 5125 + 3750 &= 8875 \text{ (руб.)} & & \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{В } 12,5 \cdot 430 &= 5375 \text{ (руб.)} & 65 \cdot 50 &= 3250 \text{ (руб.)} & 5375 + 3250 &= 8625 \text{ (руб.)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{С } 12,5 \cdot 460 &= 5720 \text{ (руб.)} & 60 \cdot 50 &= 3000 \text{ (руб.)} & 5720 + 3000 &= 8720 \text{ (руб.)} \end{aligned}$$

Ответ:
8625



В5. Найдите корень уравнения $5^{4-x} = 25$.

$$5^{4-x} = 5^2$$

Показательные уравнения вида

$$a^{f(x)} = a^{g(x)}, \text{ где } a > 0, a \neq 1,$$

равносильно уравнению

$$f(x) = g(x)$$

$$4 - x = 2;$$

$$x = 2$$

Ответ: 2



B5 Найдите корень уравнения $\log_{\frac{1}{5}}(5 - x) = -2$.

$$\log_{\frac{1}{5}}(5 - x) = \log_{\frac{1}{5}}\left(\frac{1}{5}\right)^{-2};$$

Теорема. Если $f(x) > 0$ и $g(x) > 0$, то логарифмическое уравнение $\log_a f(x) = \log_a g(x)$ (где $a > 0$, $a \neq 1$) равносильно уравнению $f(x) = g(x)$.

$$5 - x = \left(\frac{1}{5}\right)^{-2};$$

$$5 - x = 5^2;$$

$$5 - x = 25;$$

$$-x = 25 - 5;$$

$$x = -20.$$

Ответ:
-20



B5

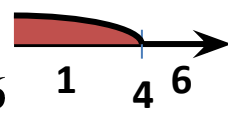
Найдите корень уравнение $\sqrt{10 - x} = 4 - x$

(Если уравнение имеет более одного корня, то в бланке ответов **запишите их сумму.**)

$$\sqrt{10 - x} = 4 - x$$

О.Д.З. Уравнение $\sqrt{f(x)} = g(x)$ может иметь решение для

$g(x) \geq 0$, но не имеет решений, если $g(x) < 0$

$$\begin{cases} 4 - x \geq 0 \\ (\sqrt{10 - x})^2 = (4 - x)^2; \end{cases} \begin{cases} -x \geq -4 \\ 10 - x = 16 - 8x + x^2; \end{cases} \begin{cases} x \leq 4 \\ x^2 - 7x + 6 = 0; \end{cases} \begin{cases} x \leq 4 \\ x_1 = 1, x_2 = 6 \end{cases}$$


Можно, не искать О.Д.З., но обязательно выполним проверку, подставив каждый из корней:

$$x = 1 \quad \sqrt{10 - 1} = 4 - 1 \quad \sqrt{9} = 3 - \text{верно!}$$

$$x = 6 \quad \sqrt{10 - 6} = 4 - 6 \quad \sqrt{4} = -2 - \text{неверное равенство!}$$

Проверку в иррациональных уравнениях нужно обязательно делать для того, чтобы "отсеять" получившиеся посторонние корни.

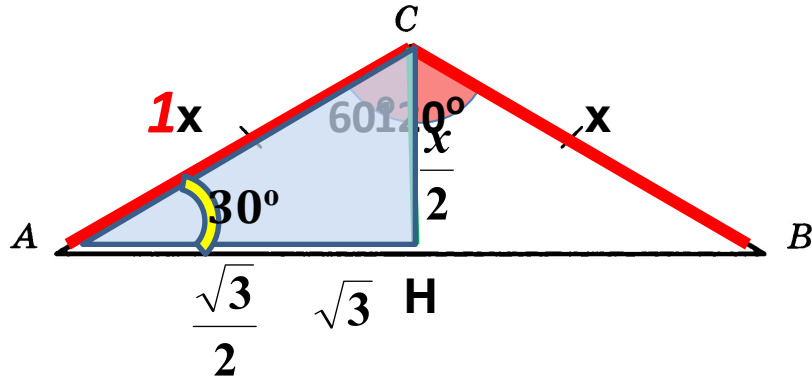
P.P.S. Это задание с подвохом для тех, кто не сделает проверку. Они напишут в ответ 7 и потеряют свои баллы.

Ответ: 1



B6

В треугольнике ABC $AC = BC$, угол C равен 120° , $AB = \sqrt{3}$. Найдите AC .



1 способ

решения:

Используем теорему

КОСИНУСОВ:

$$(\sqrt{3})^2 = x^2 + x^2 - 2x \cdot x \cdot \cos 120^\circ;$$

$$3 = 2x^2 - 2x^2 \cdot \cos(90^\circ + 30^\circ);$$

$$3 = 2x^2 - 2x^2 \cdot (-\sin 30^\circ);$$

$$3 = 2x^2 + 2x^2 \cdot \frac{1}{2};$$

$$3 = 2x^2 + x^2;$$

$$3 = 3x^2;$$

$$x = 1;$$

2 способ

Фигуры высота, медиана и биссектриса.

$\triangle ACH$ прямоугольный.

$$\sin 60^\circ = \frac{2}{AC};$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{2}{AC};$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2AC};$$

$$AC = 1$$

$$\sin 60^\circ = \frac{AH}{AC}$$

$$x^2 = \left(\frac{x}{2}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2;$$

3 способ

решения:

$$\angle A = 30^\circ$$

Катет CH , противолежащий углу в 30° , равен половине гипотенузы.

По теореме Пифагора:

$$x^2 = \frac{x^2}{4} + \frac{3}{4}; \quad 4x^2 = x^2 + 3;$$

$$4x^2 - x^2 = 3;$$

$$3x^2 = 3;$$

$$x^2 = 1;$$

$$x = 1$$

Ответ:

1



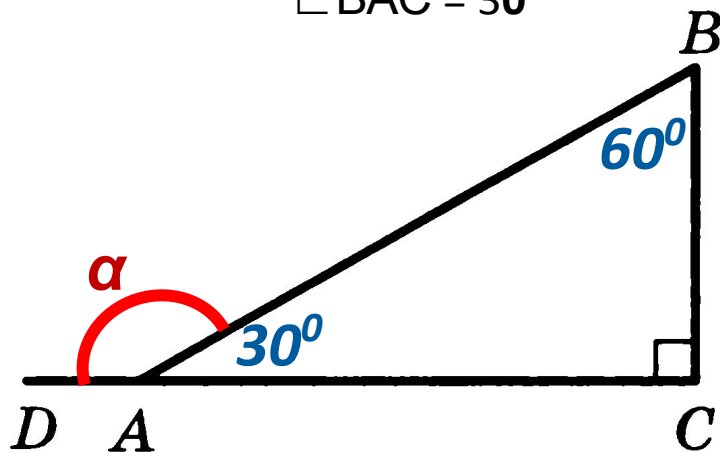
B6

В треугольнике ABC угол C равен 90° , угол B равен 60° . Найдите синус угла BAD .

$$\sin \alpha = ?$$

В прямоугольном треугольнике ABC :

$$\angle BAC = 30^\circ$$



$\angle BAD$ внешний

угол.

$$\angle BAD = 180^\circ - 30^\circ = 150^\circ$$

$$\sin 150^\circ = \sin(180^\circ - 30^\circ) = \sin 30^\circ = \frac{1}{2} = 0,5.$$

$$\sin \alpha = \sin(180^\circ - \alpha);$$

Ответ:

0,5



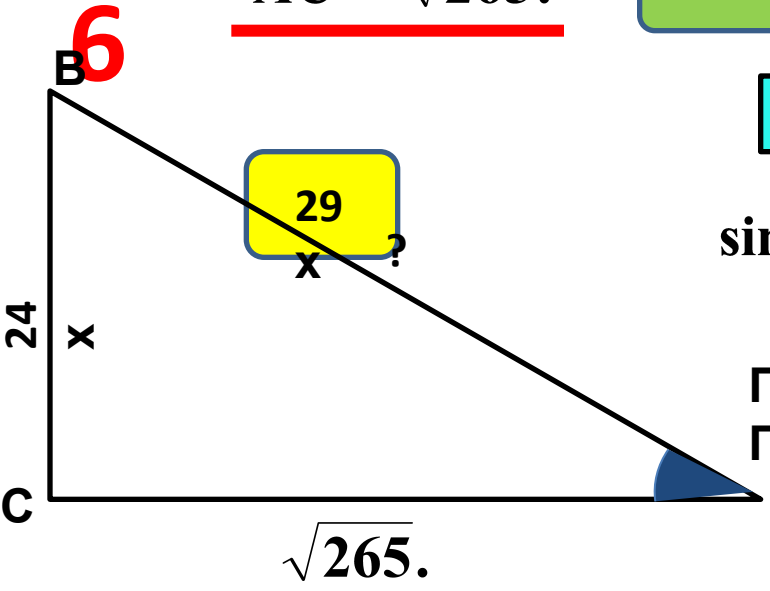
В

В треугольнике ABC угол C равен 90° , $A = \frac{24}{29}$,

$$\frac{24}{29}$$

$AC = \sqrt{265}$.

Найти AB



1 способ

решения:

$$\sin A = \frac{BC}{AB} = \frac{24x}{29x}$$

По теореме

Пифагора: $AB^2 = AC^2 +$

BC^2

$$(29x)^2 = (\sqrt{265})^2 + (24x)^2$$

2 способ

решения

$$\cos A = \sqrt{1 - \sin^2 A}$$

$$\cos A = \sqrt{1 - \left(\frac{24}{29}\right)^2};$$

$$\cos A = \sqrt{1 - \left(\frac{576}{841}\right)};$$

$$841x^2 = 265 + 576x^2$$

$$841x^2 - 576x^2 = 265;$$

$$265x^2 = 265;$$

$$x^2 = 1;$$

$$x = 1 \Rightarrow AB = 29$$

$$\cos A = \sqrt{\frac{265}{841}};$$

$$\cos A = \frac{\sqrt{265}}{29};$$

$$\cos A = \frac{AC}{AB} = \frac{\sqrt{265}}{AB}$$

$$\frac{\sqrt{265}}{29} = \frac{\sqrt{265}}{AB}$$

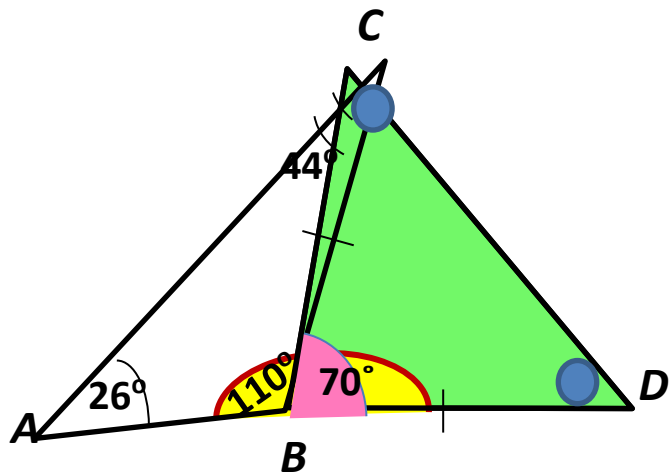
$$AB = 29$$

Ответ:
29



В6

В треугольнике ABC угол A равен 26° , угол C равен 44° . На продолжении стороны AB отложен отрезок $BD = BC$. Найдите угол D треугольника BDC . Ответ дайте в градусах.



$$\text{В } \triangle ABC \quad \sphericalangle B = 180^\circ - 26^\circ - 44^\circ = 110^\circ$$

$$\sphericalangle ABD = 180^\circ -$$

развернутый

$$\sphericalangle CBD = 180^\circ - 110^\circ =$$

$$70^\circ$$

По условию $\triangle CBD$ -

равнобедренный

$$\sphericalangle C =$$

$$\sphericalangle D$$

$$\sphericalangle BDC = \sphericalangle BCD = (180^\circ - 70^\circ) : 2 = 55^\circ$$

Ответ: 55



B7

Найдите значение выражения $\frac{18}{3^{\log_3 2}}$.

$$a^{\log_a b} = b$$

$$\frac{18}{3^{\log_3 2}} = \frac{18}{2} = 9$$

Ответ:

9



B7 Найдите $\cos \alpha$, если $\sin \alpha = \frac{\sqrt{7}}{4}$ и $\alpha \in (0; 0,5\pi)$.

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1;$$

$$\left(\frac{\sqrt{7}}{4}\right)^2 + \cos^2 \alpha = 1;$$

$$\frac{7}{16} + \cos^2 \alpha = 1;$$

$$\cos^2 \alpha = 1 - \frac{7}{16};$$

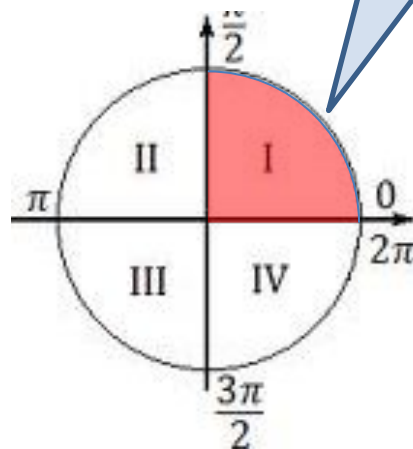
$$\cos^2 \alpha = \frac{9}{16};$$

$$\cos \alpha = \pm \frac{3}{4}.$$

$\cos \alpha > 0$ в 1 четверти, следовательно

$$\cos \alpha = +\frac{3}{4}.$$

$$\cos \alpha = 0,75.$$



Ответ:
0.75



В Найти значение
выражения

$$\log_{a^q} b = \frac{1}{q} \cdot \log_a b, \quad q \neq 0$$

$$\frac{\log_4 11}{\log_{4^3} 11} =$$

$$= \frac{\cancel{\log_4 11}}{\frac{1}{3} \cancel{\log_4 11}} = \frac{1}{\frac{1}{3}} = 3$$

$$\frac{\log_4 11}{\log_{64} 11}$$

$$\log_b a = \frac{1}{\log_a b}$$

$$\frac{\log_4 11}{\log_{64} 11} = \frac{1}{\frac{\log_{11} 4}{1}} = \frac{1}{\log_{11} 64}$$

$$= \frac{\log_{11} 64}{\log_{11} 4} = \frac{\log_{11} 4^3}{\log_{11} 4} = \frac{3 \log_{11} 4}{\log_{11} 4} = 3$$

$$\log_b a^k = k \cdot \log_b a.$$

Ответ:

3



В7

Найдите значение выражения $\log_6(\sqrt{7}-1) + 0,5\log_6(8+2\sqrt{7})$

1 способ
решения:

$$\log_a b + \log_a c = \log_a bc$$

$$\log_6(\sqrt{7}-1) + 0,5\log_6(8+2\sqrt{7}) = \log_6(\sqrt{7}-1) + \frac{1}{2}\log_6(8+2\sqrt{7}) =$$

$$\frac{2\log_6(\sqrt{7}-1) + \log_6(8+2\sqrt{7})}{2} = \frac{1}{2}(\log_6(\sqrt{7}-1)^2 + \log_6(8+2\sqrt{7})) =$$

$$\frac{1}{2}\log_6(\sqrt{7}-1)^2(8+2\sqrt{7}) = \frac{1}{2}\log_6(7-2\sqrt{7}+1)(8+2\sqrt{7}) = \frac{1}{2}\log_6(8-2\sqrt{7})(8+2\sqrt{7}) =$$

$$\log_a b^r = r \log_a b$$

$$\log_a a = 1$$

$$\frac{1}{2}\log_6(64-28) = \frac{1}{2}\log_6 36 = \frac{1}{2}\log_6 6^2 = \frac{1}{2} \cdot 2 =$$

$$a^2 + 2ab + b^2 = (a+b)^2$$

2 способ

решения:

$$\log_6(\sqrt{7}-1) + 0,5\log_6(8+2\sqrt{7}) = \log_6(\sqrt{7}-1) + 0,5\log_6(1+(\sqrt{7})^2+2\sqrt{7}) =$$

$$\log_6(\sqrt{7}-1) + 0,5\log_6(\sqrt{7}+1)^2 = \log_6(\sqrt{7}-1) + \log_6(\sqrt{7}+1) = \log_6(\sqrt{7}-1)(\sqrt{7}+1) =$$

$$\log_6(7-1) = \log_6 6 = 1$$

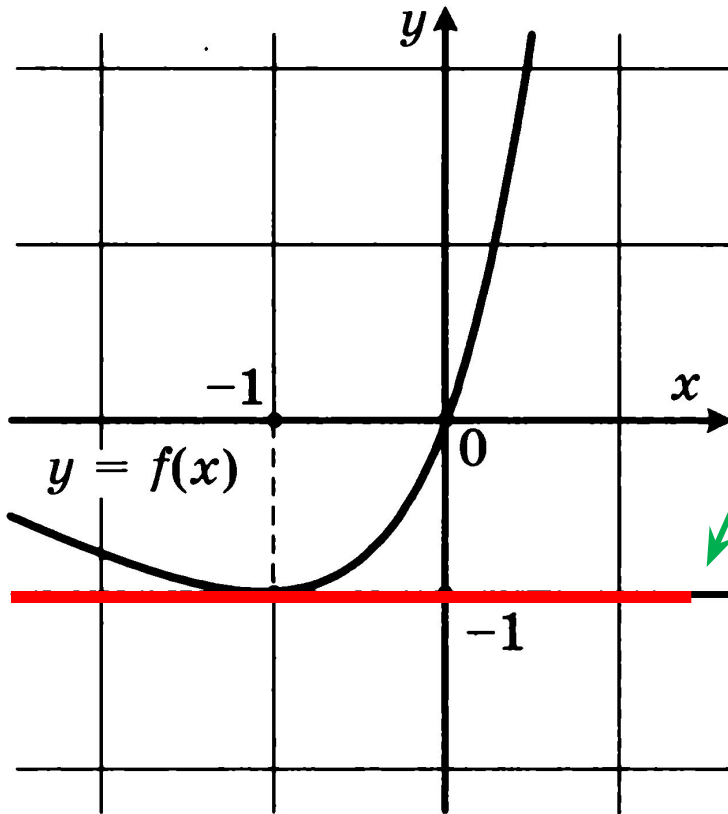
$$\log_a b^r = r \log_a b$$

Ответ: 1



B8

На рисунке изображен график функции $y = f(x)$ и касательная к этому графику, проведенная в точке с абсциссой -1 . Найдите значение производной функции $f(x)$ в точке $x_0 = -1$.



Касательная параллельна
оси OX
уравнение любой прямой
(касательной):
 $y = kx + b$

У нашей прямой все точки имеют
одну
и ту же ординату -1 . Следовательно,
значение производной функции $y = f(x)$
 $k = 0$.
в точке $x = a$ равно угловому
коэффициенту
касательной к графику функции $y = f(x)$
в точке $x = a$.

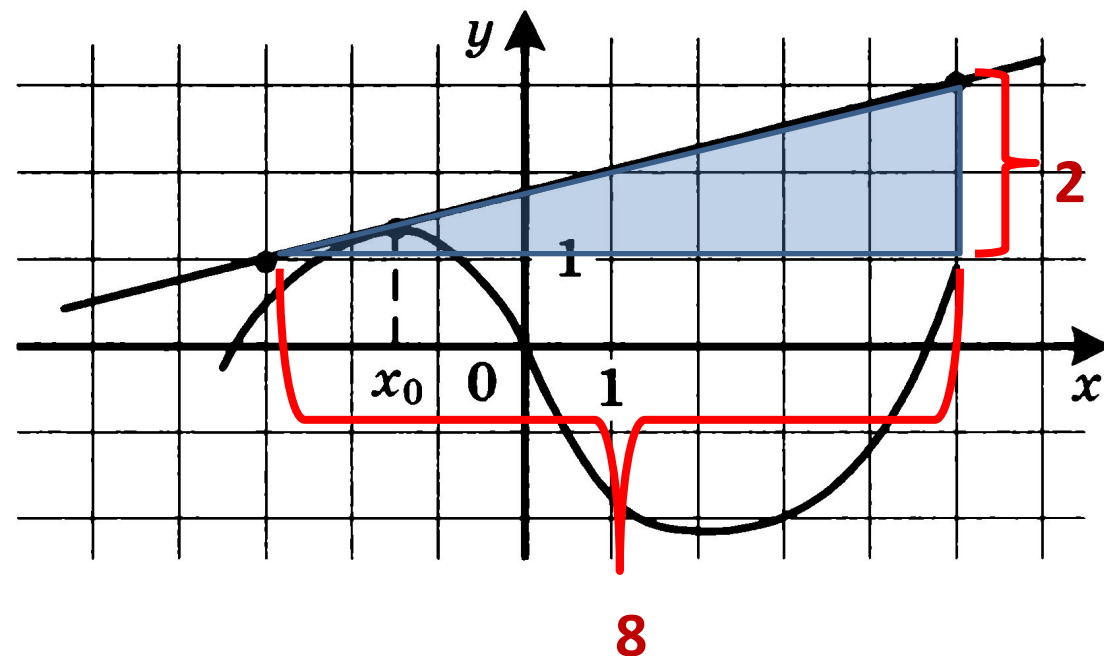
$$f'(x) = 0$$

Ответ:

0



В8 На рисунке изображены график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0 . Найдите значение производной функции $f(x)$ в точке x_0 .



$$f'(x_0) = k = \operatorname{tg} \alpha;$$

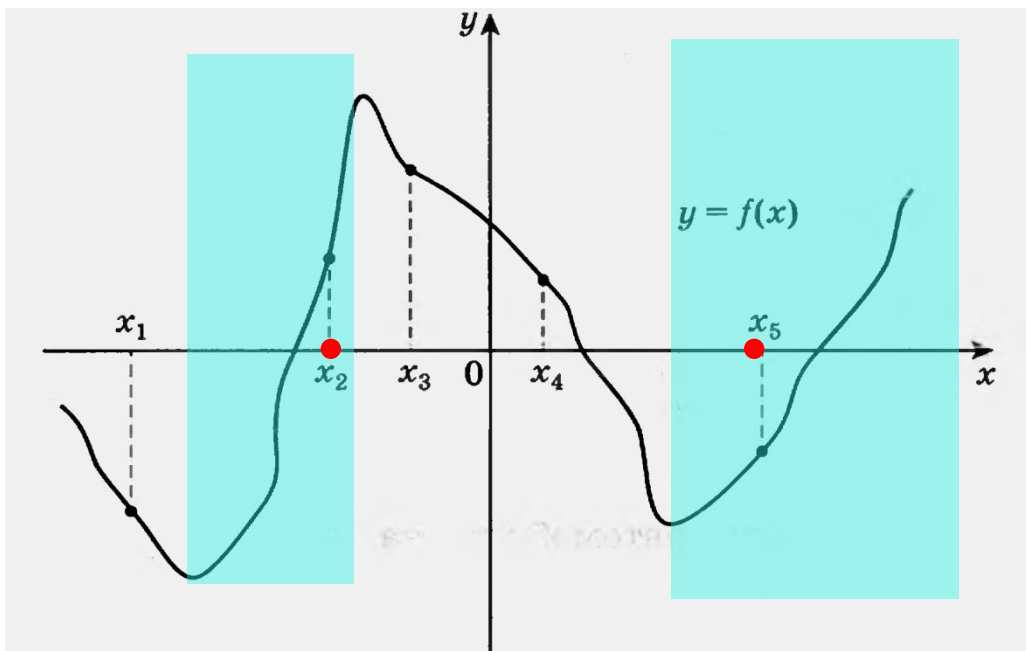
$$f'(x_0) = \operatorname{tg} \alpha = \frac{y}{x} = \frac{2}{8} = \frac{1}{4} = 0,25;$$

Ответ: 0,2
5



В8 На рисунке изображен график функции $y = f(x)$. Найдите среди пяти точек x_1, x_2, x_3, x_4 и x_5 те точки, в которых производная функции $f(x)$ положительна. В ответ запишите количество найденных точек.

Точки x_2 и x_5 . Количество: 2



Ответ:

2



В8

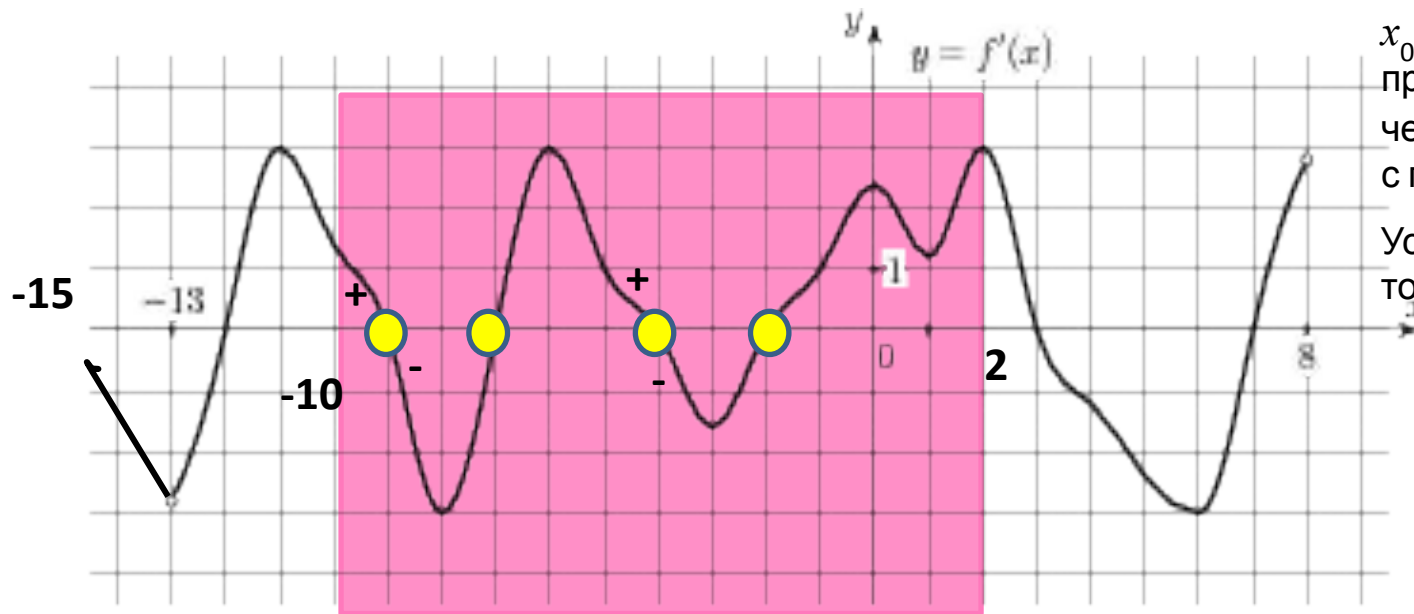
На рисунке изображен график $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-15; 8)$. Найдите количество точек максимума функции $f(x)$, принадлежащих отрезку $[-10; 2]$.

Отметим на рисунке границы отрезка, о котором идет речь в условии задачи.

Найдем точки в которых $f'(x) = 0$. Это: $-9; -7; -4; -2$.

x_0 - точка максимума, если производная при переходе через x_0 меняет свой знак с плюса на минус.

Условие выполняется в точках $x = -9$ и -4 .



Ответ: 2

