ЕГЭ по математике: задания В9 (работа с графиками)

- Презентация создана на основе материалов открытого банка заданий по математике ЕГЭ 2014 http://mathege.ru
- Использование данной презентации планируется на уроках заключительного повторения в 11 классе при подготовке к ЕГЭ

Презентация создана учителем математики ГБОУ школа-интернат №576
Василеостровского района г.Санкт-Петербурга
Конторовой Е.В.

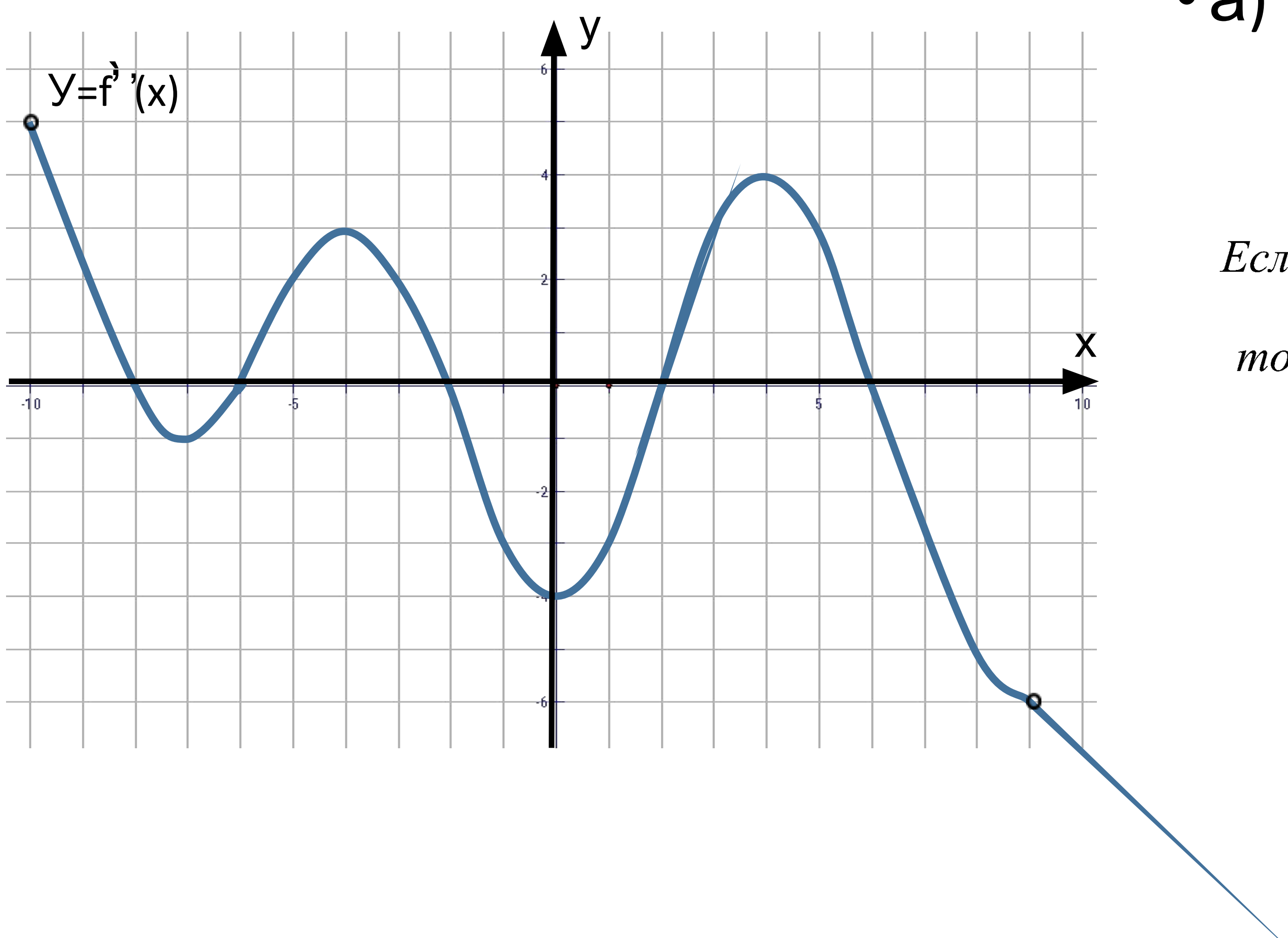
Применение производной к исследованию функций

Работа по графику производной

Геометрический смысл производной

Работа по графику функции

На рисунке изображен график производной функции , определенной на интервале (-10;9).



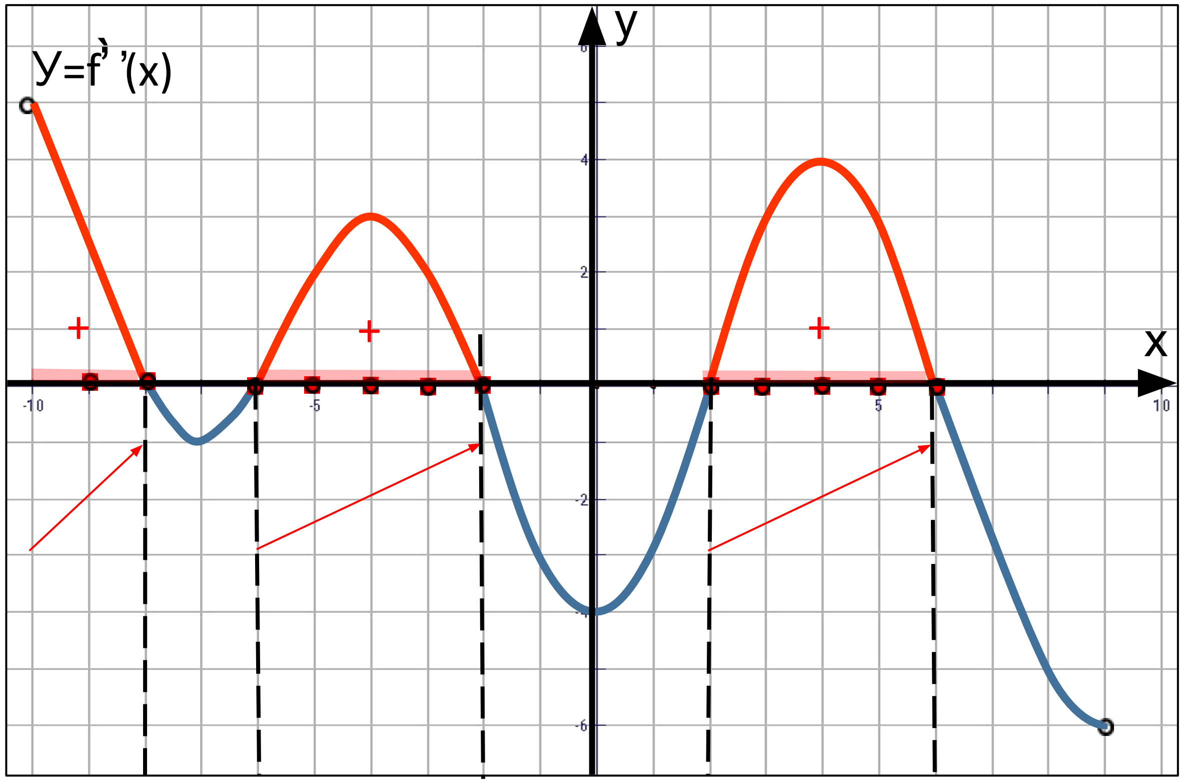
- а) *Найдите промежутки возрастания функции.*
  В ответе укажите сумму целых точек, входящих в эти промежутки.

Если $f'(x) > 0$ *в каждой точке интервала* $(a;b)$*, то функция* f *возрастает на интервале* $(a;b)$

На рисунке изображен график производной функции , определенной на интервале (-10;9).

- а) *Найдите промежутки возрастания функ ции.*

В ответе укажите сумму целых точек, входящих в эти промежутки.



На интервалах возрастания функции производная неотрицательна :

$(-10;8], [-6;-2], [2;6]$

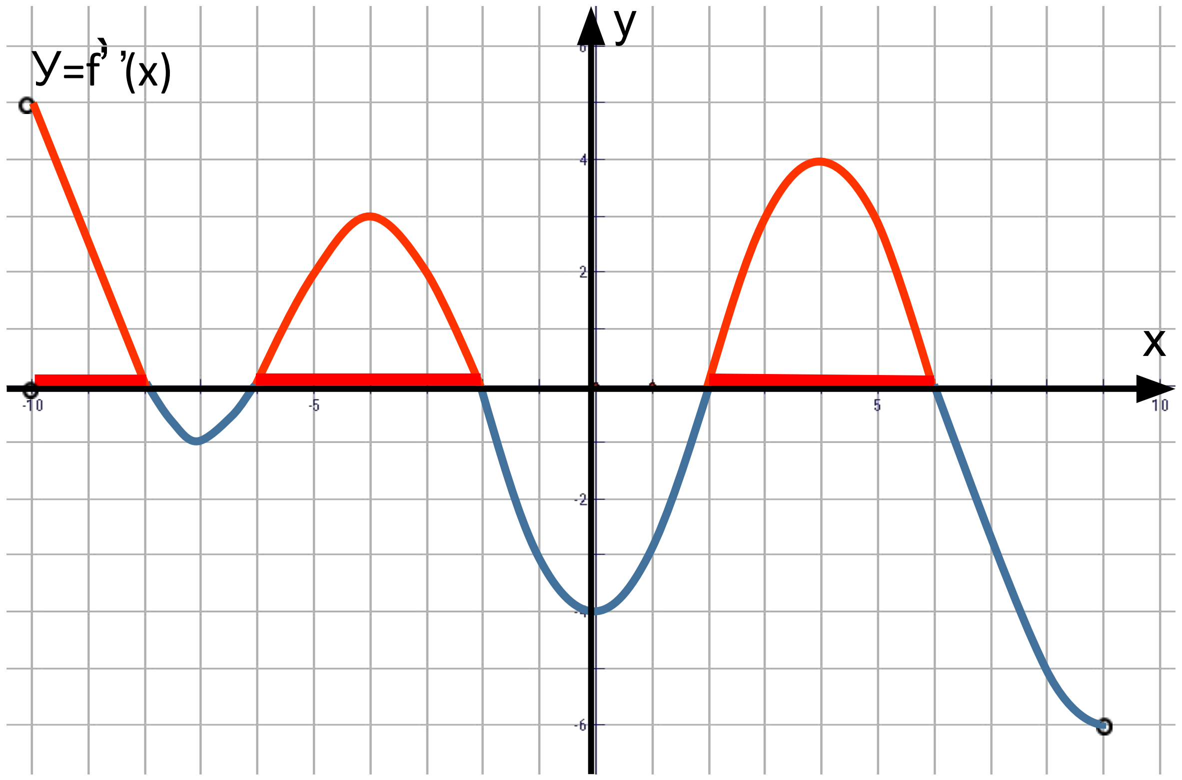
Сумма целых точек, входящих в эти промежутк

-9+(-8)+ (-6)+(-5)+(-4)+(-3)+(-2)+2+3+4+5+6 = -17

Ответ:

-17

На рисунке изображен график производной функции , определенной на интервале (-10;9).



- б) *Найдите промежутки возрастания функции.*
  В ответе укажите длину наибольшего из них.

Мы уже определили промежутки возрастания

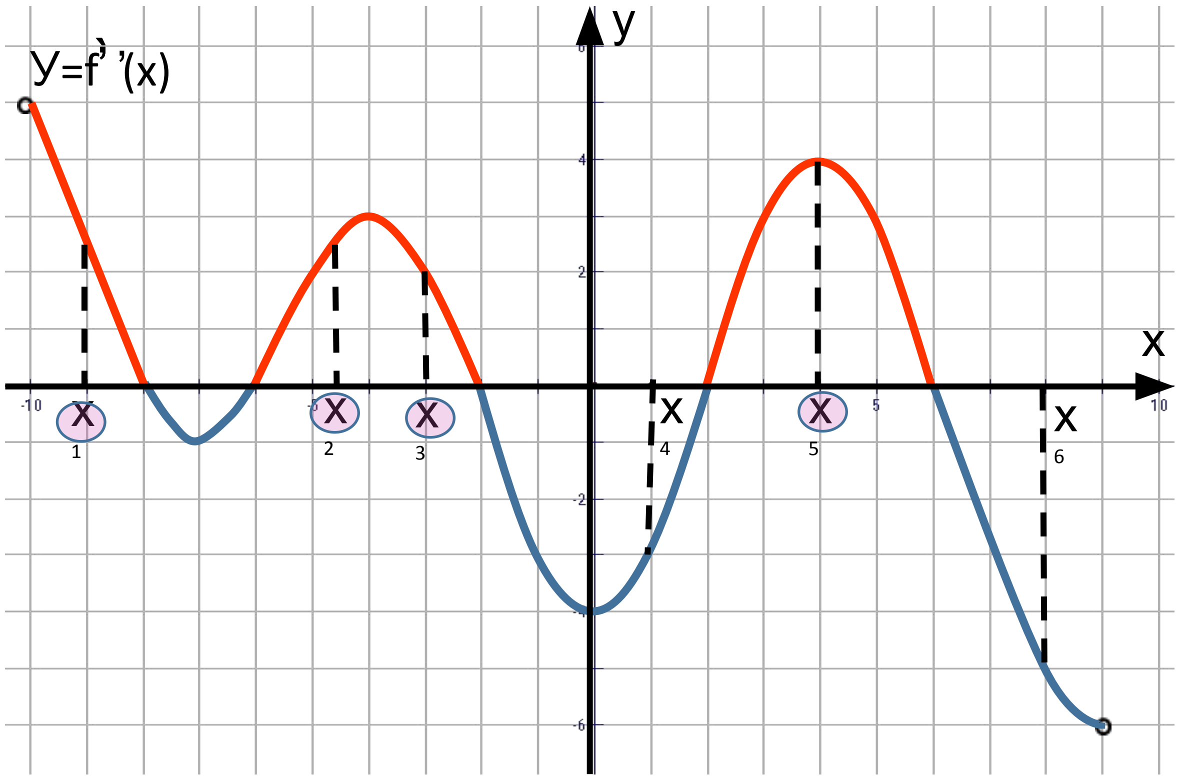
$$(-10;8], [-6;-2], [2;6]$$

Легко видеть по рисунку, что длина наибольшего из них – это длина второго и третьего промежутков.

Ответ:

4

На рисунке изображен график производной функции , определенной на интервале (-10;9).



- в) *На оси абсцисс отмечены 6 точек. В скольких из этих точек функция возрастает?*

Мы уже определили промежутки возрастания

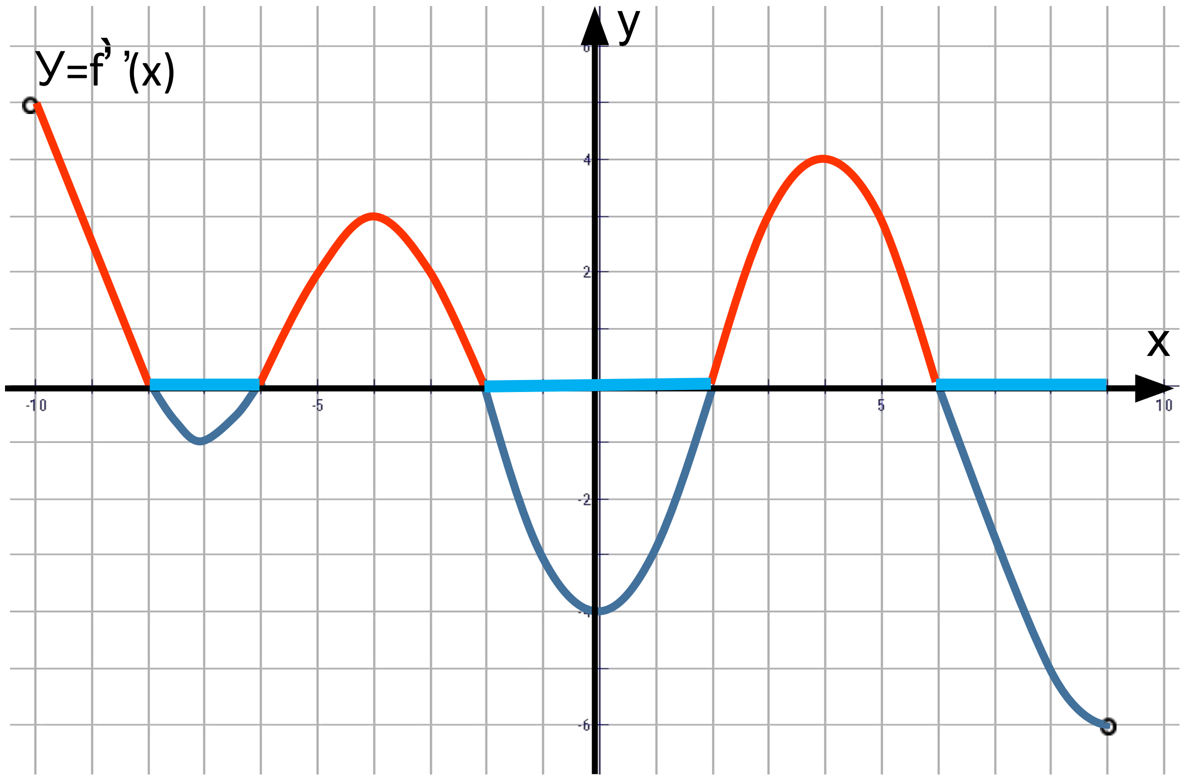
$$\left(-10;8\right],\left[-6;-2\right],\left[2;6\right]$$

Легко видеть по рисунку, что только четыре точки принадлежат этим промежуткам.

Ответ:

4

На рисунке изображен график производной функции , определенной на интервале (-10;9).



• г) *Найдите промежутки убывания функции.*
В ответе укажите сумму целых точек, входящих в эти промежутки.

Промежутки убывания:

$$[-8;6], [-2;2], [6;9)$$

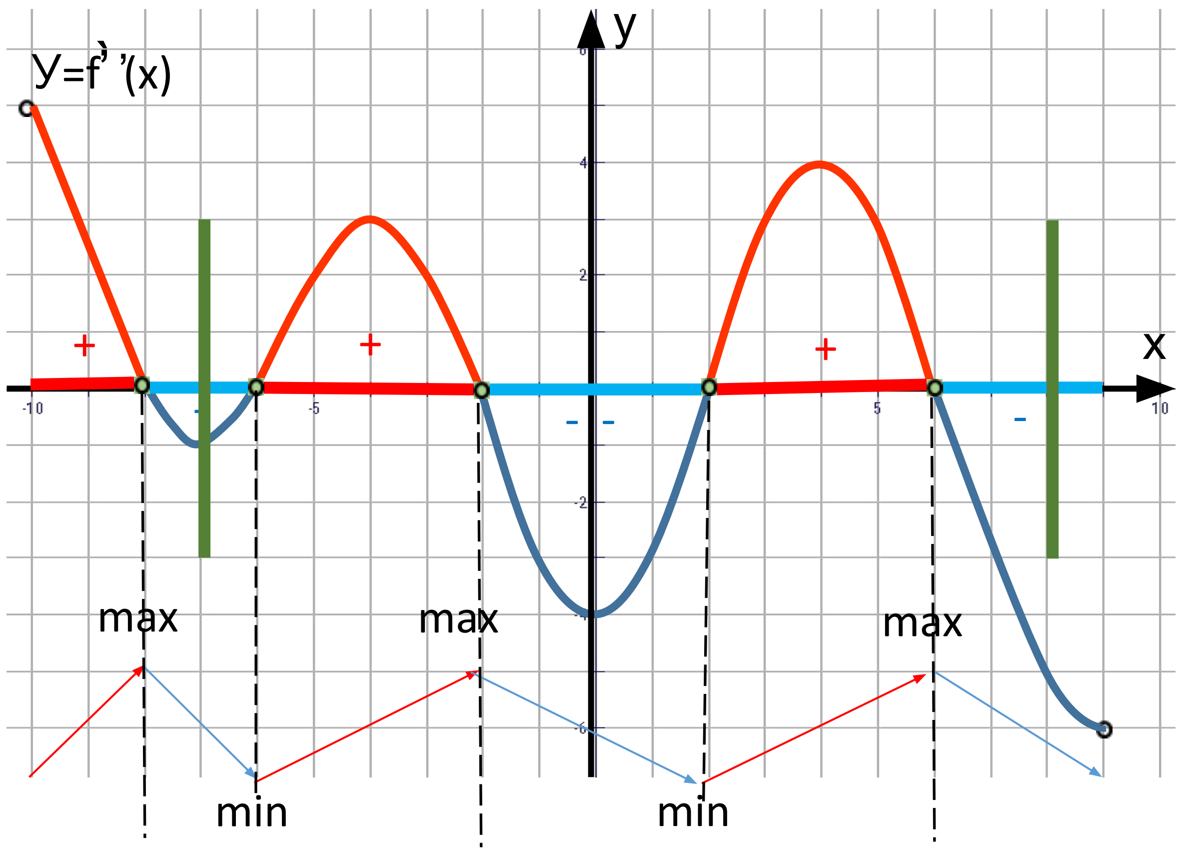
Сумма целых точек, входящих в эти промежутки

-8 + (-7)+ (-6)+(-2)+(-1)+0+1+2+6+7+8 = 0

Ответ:

0

На рисунке изображен график производной функции , определенной на интервале (-10;9).



- д) *Найдите количество точек максимума функции на отрезке* $[-7;8]$

Внутренние точки области определения функции, в которых **производная равна нулю** или **производная не существует,** называются ***критическими.***

Если при переходе через критическую точку x_0 функции f(x) ее производная меняет знак с «+» на «-», то x_0 – точка максимума функции f(x).

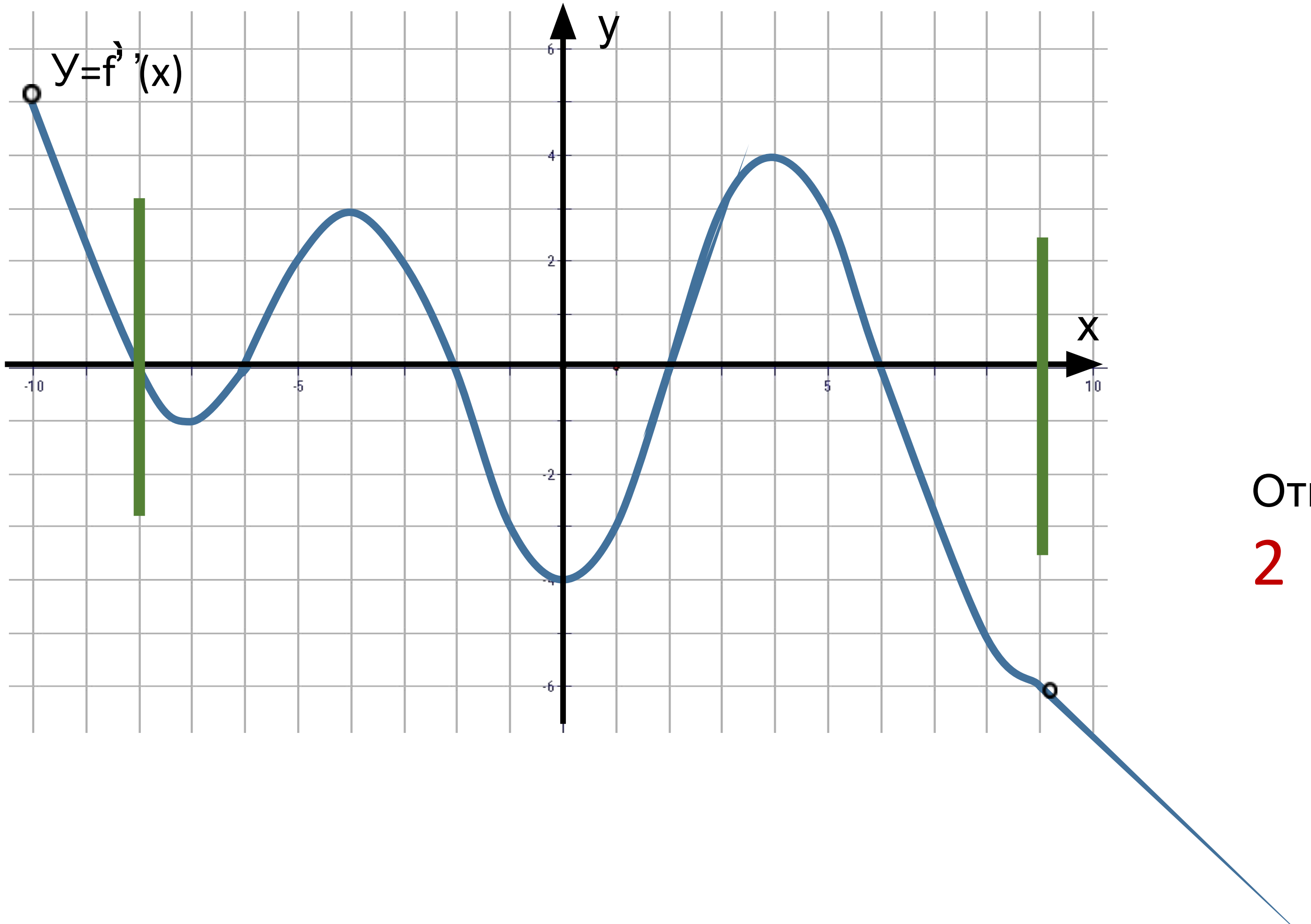
Знак производной меняется с «+» на «-» в точках -8, -2, 6.

Но точка -8 не принадлежит указанному отрезку, значит функция имеет <u>две</u> точки максимума *-2 и 6*.

Ответ:

2

На рисунке изображен график производной функции , определенной на интервале (-10;9).

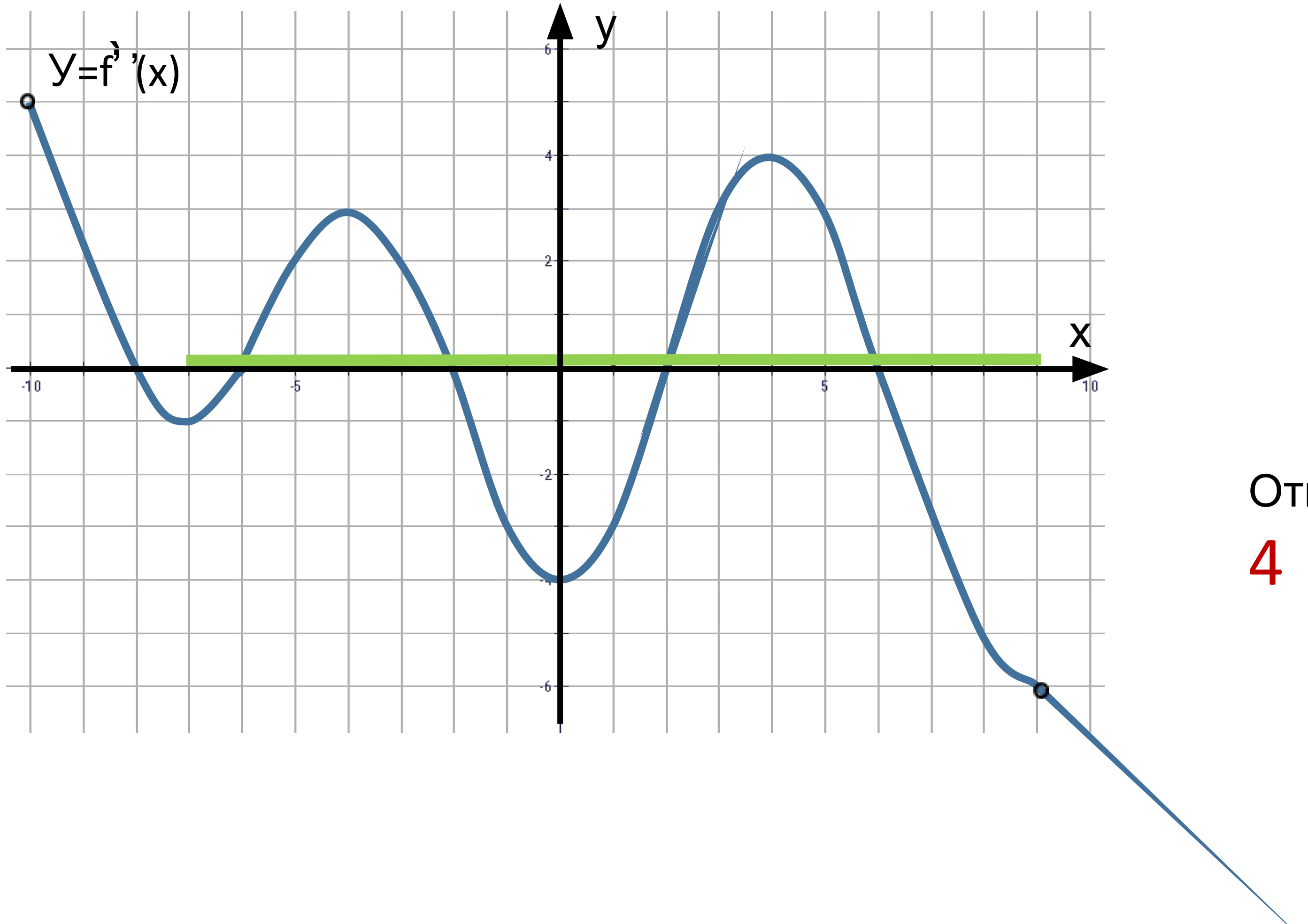


- е) *Найдите количество точек минимума функции на отрезке* $\left[-8;9\right]$.

Ответ:

2

На рисунке изображен график производной функции , определенной на интервале (-10;9).



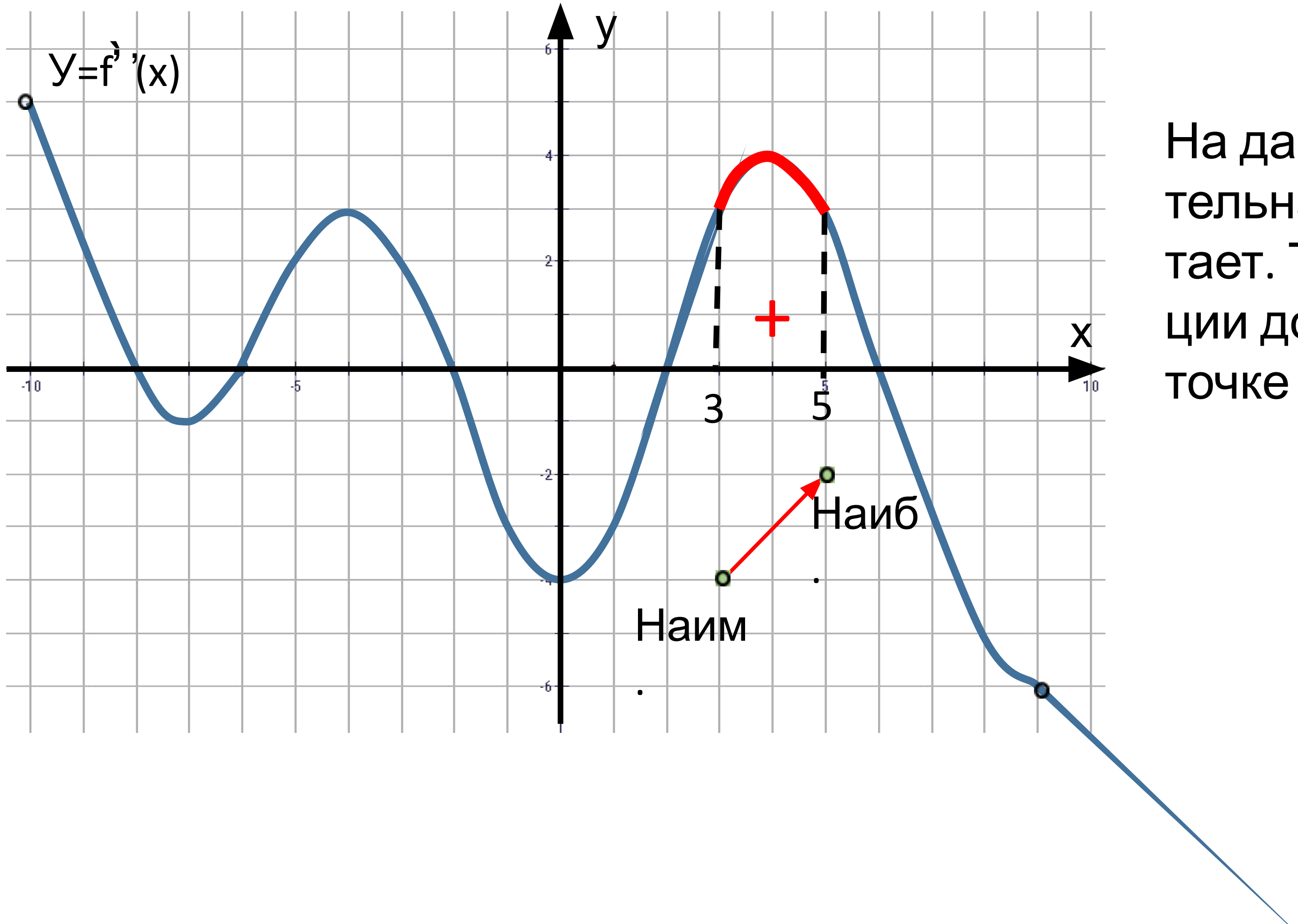
- ж) *Найдите количество точек экстремума функции на отрезке* $[-7;9]$

Точки максимума и минимума называются точками экстремума.

Ответ:

4

На рисунке изображен график производной функции , определенной на интервале (-10;9).



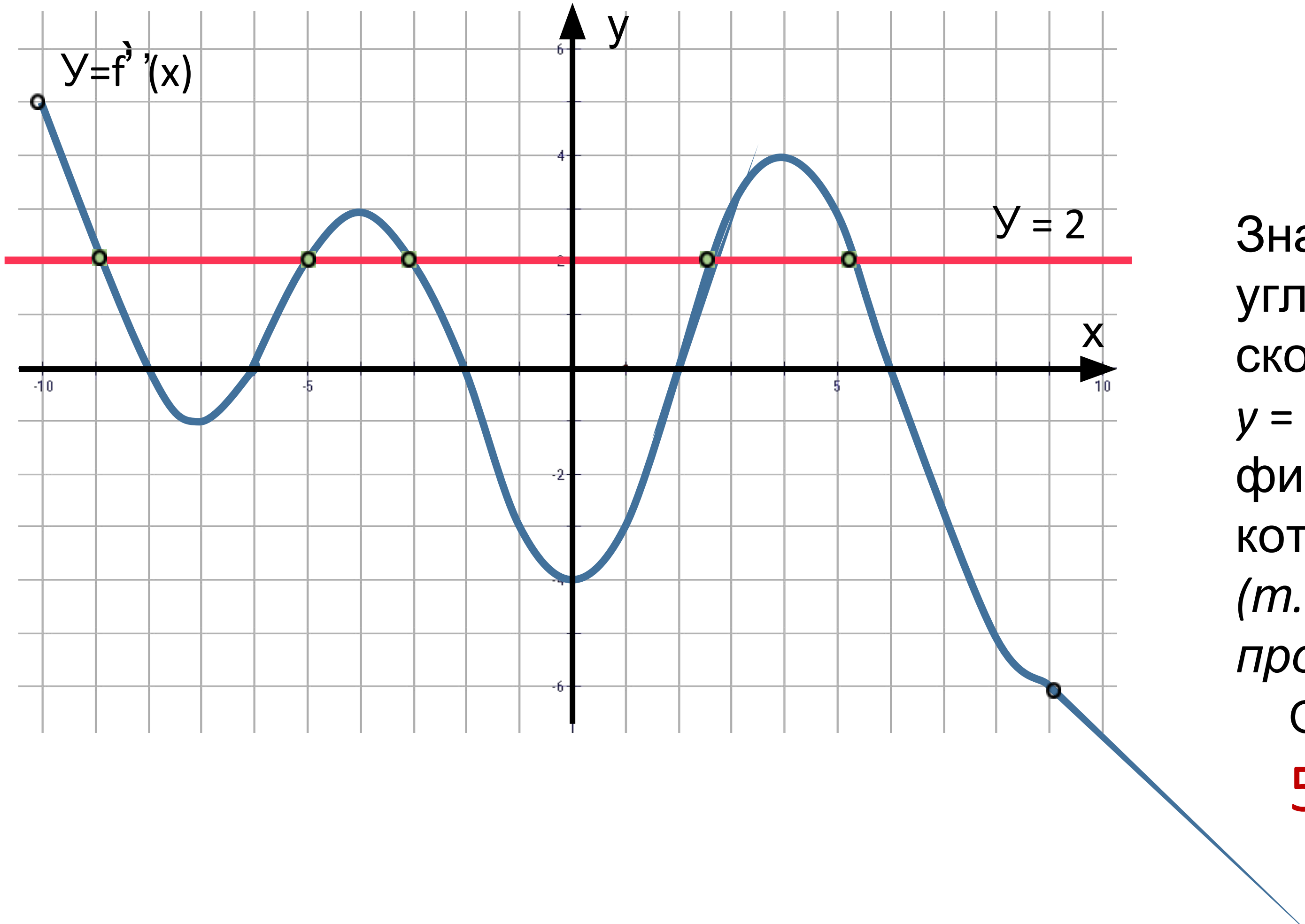
- 3) *В какой точке отрезка* $[3;5]$ *функция f(x) принимает наименьшее значение?*

На данном отрезке производная функции положи тельна, поэтому функция на этом отрезке возрас тает. Таким образом наименьшее значение функ ции достигается на левой границе отрезка, т. е. в точке 3.

Ответ:

3

На рисунке изображен график производной функции , определенной на интервале (-10;9).



- и) *Найдите количество точек, в которых касательная к графику функции параллельна прямой y= 2x+3 или совпадает с ней.*

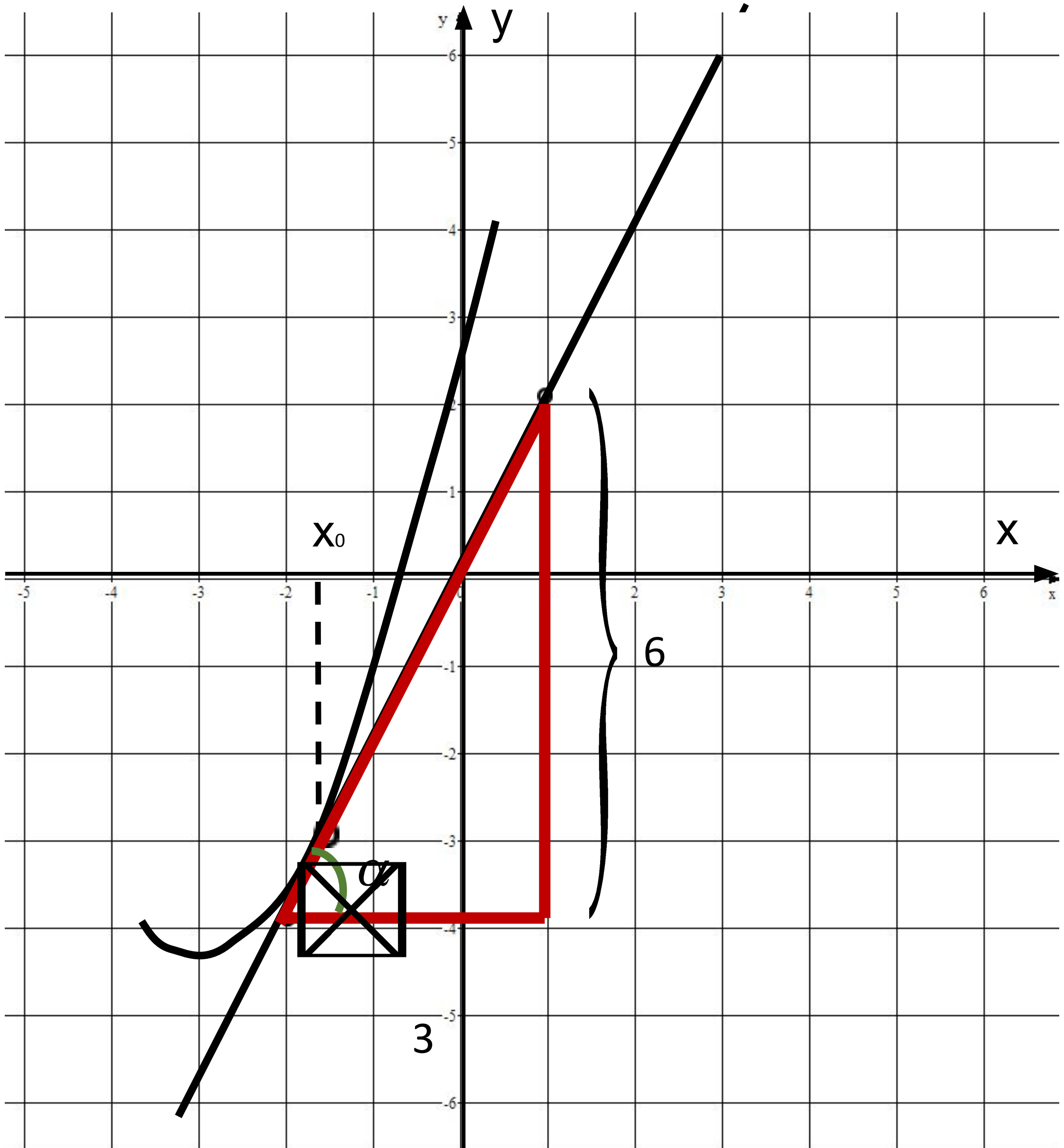
Значение производной в точке касания равно угловому коэффициенту касательной. По скольку касательная параллельна прямой y = 2x+3 или совпадает с ней, её угловой коэф фициент равен 2. Найдем количество точек, в которых $y'(x_0) = k = 2$

(т.е. точек пересечения прямой y=2 и графика производной функции на интервале (-10;9)).

Ответ:

5

На рисунке изображены график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0. Найдите значение производной функции $y = f(x)$ в точке x_0.



Значение производной в точке касания равно угловому коэффициенту касательной, который в свою очередь равен тангенсу угла наклона данной касательной к оси абсцисс.

$$y'(x_0) = k = tg\,\alpha$$

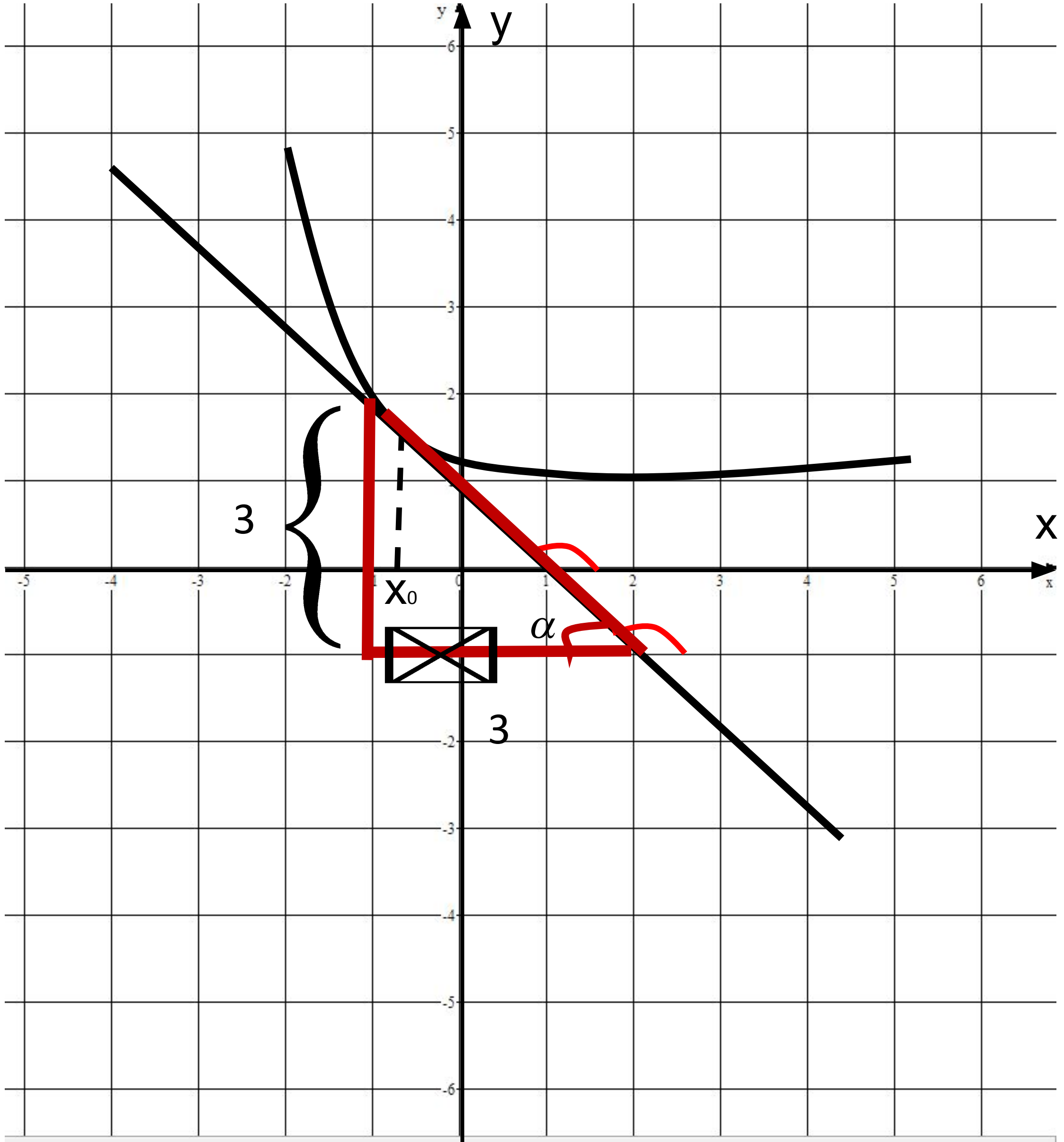
А тангенс острого угла прямоугольного треугольника равен отношению противолежащего катета к прилежащему.

$$y'(x_0) = k = tg\,\alpha = \frac{6}{3} = 2$$

Ответ:

2

На рисунке изображены график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0. Найдите значение производной функции $y = f(x)$ в точке x_0.



Значение производной в точке касания равно угловому коэффициенту касательной, который в свою очередь равен тангенсу угла наклона данной касательной к оси абсцисс.

Но угол между касательной и положительным направлением оси Ох – тупой.

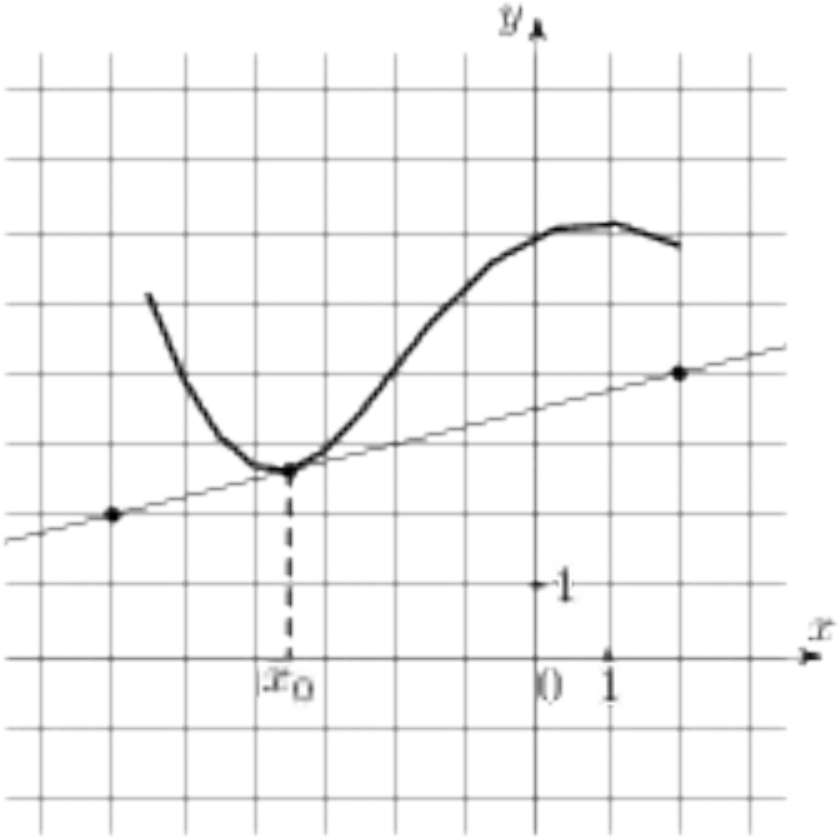
Найдем тангенс смежного с ним острого угла, учитывая, что тангенс тупого угла отрицателен.

$$y'(x_0) = k = -\operatorname{tg}\alpha = -\frac{3}{3} = -1$$

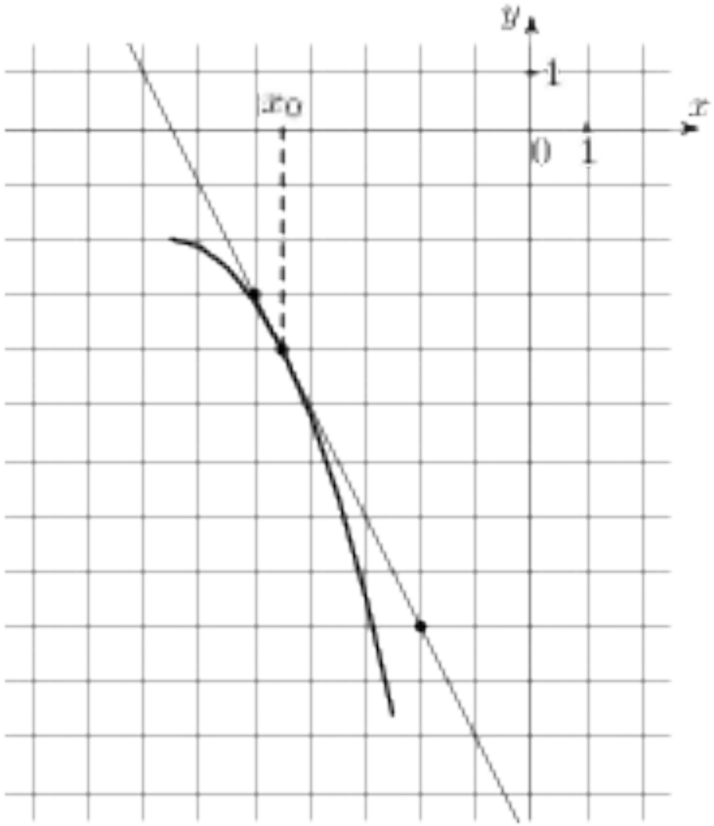
Ответ:

-1

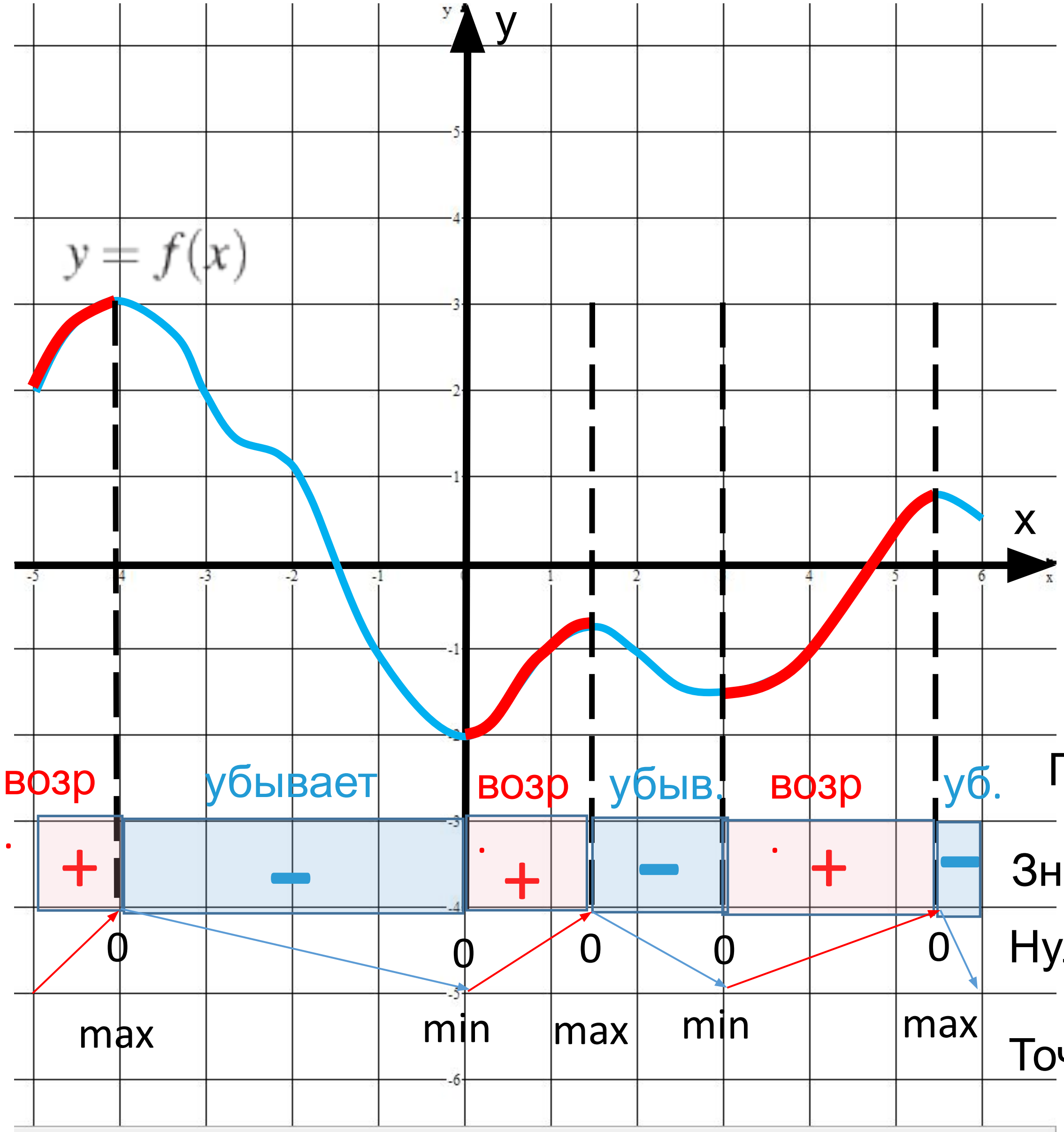
На рисунке изображены график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой .
Найдите значение производной функции $f(x)$ в точке x_0.



На рисунке изображены график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой .
Найдите значение производной функции $f(x)$ в точке x_0.



На рисунке изображен график функции $y = f(x)$, определенной на интервале (-5;6)



Определим промежутки, на которых производная функции $y = f(x)$ положительна/отрицательна.

Определим точки, в которых производная функции $y = f(x)$ равна нулю.

Поведение функции

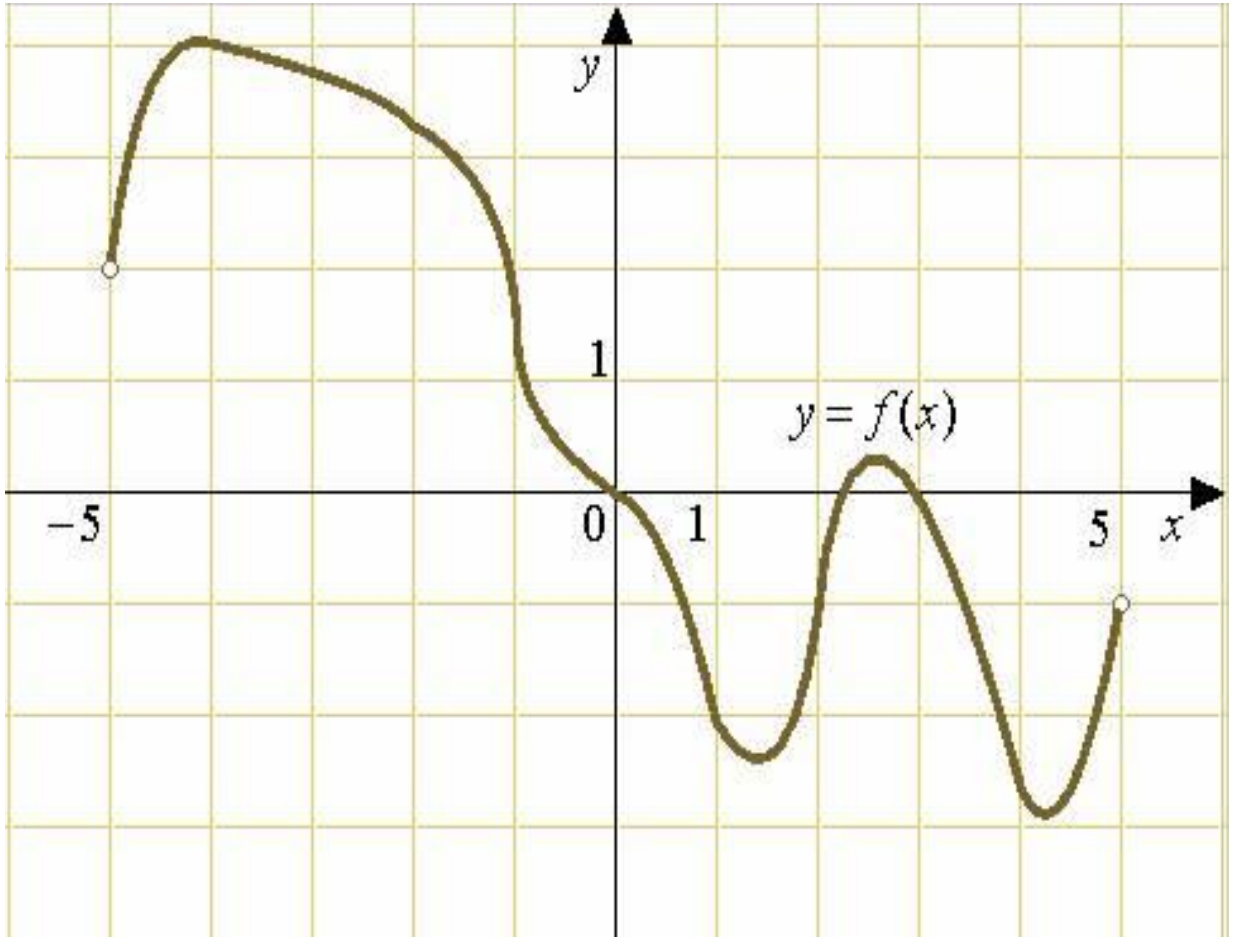
Знаки производной

Нули производной , поведение функции

=

Точки экстремума

На рисунке изображен график функции $y = f(x)$, определенной на интервале (-5;5)

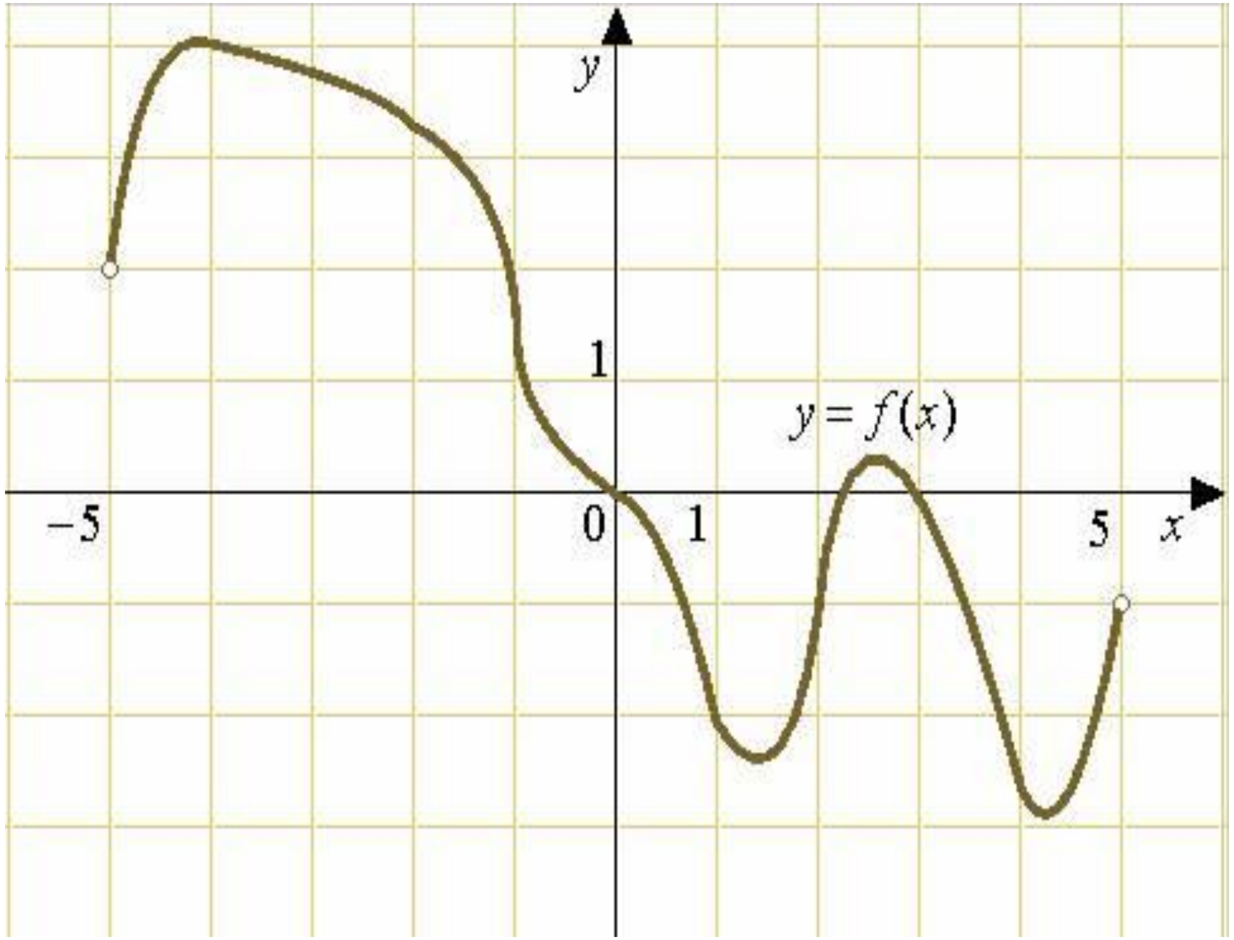


а). Определите количество целых точек, в которых производная функции $f(x)$ положительна.

Ответ:

1

На рисунке изображен график функции $y = f(x)$, определенной на интервале (-5;5)

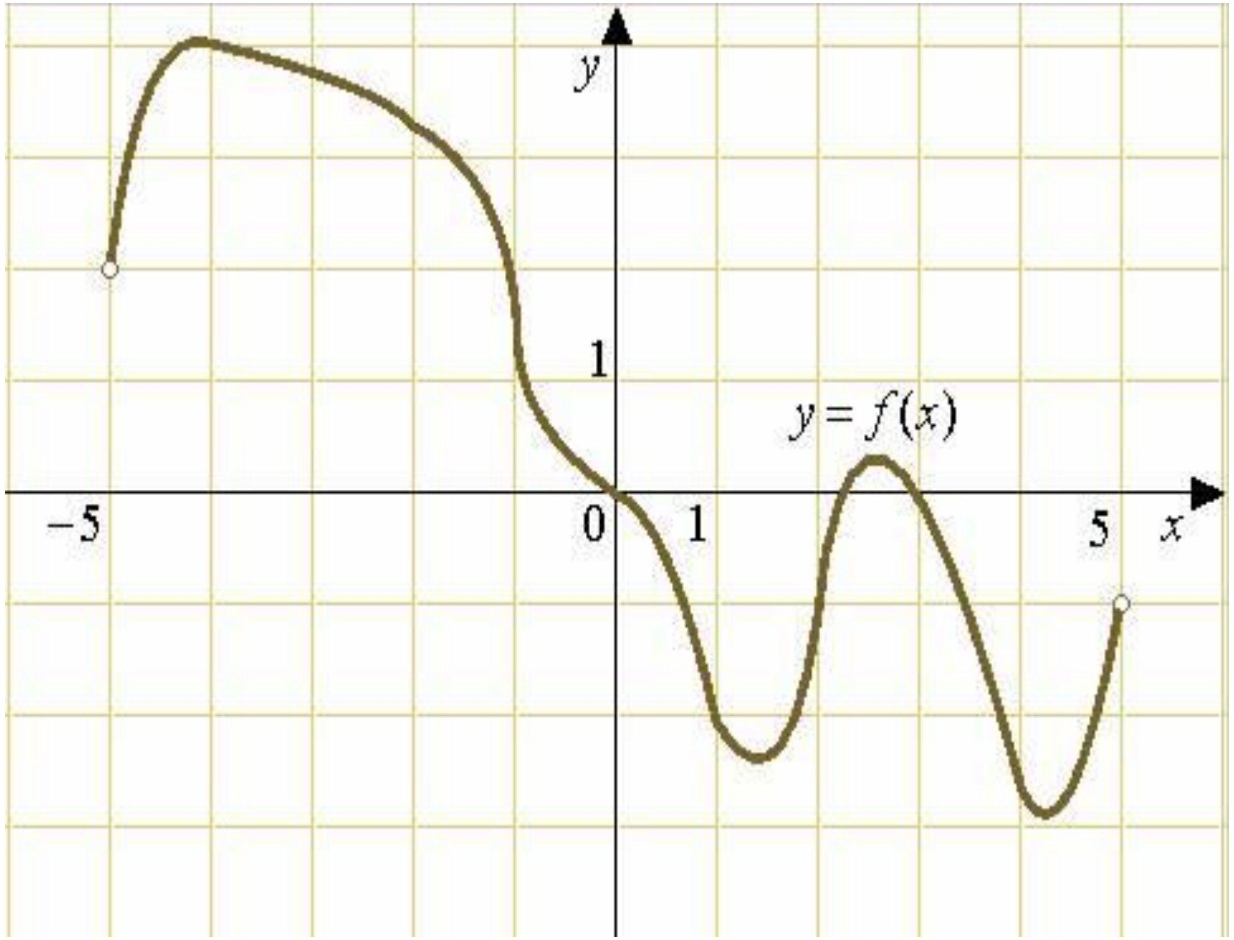


б). Определите количество целых точек, в которых производная функции $f(x)$ отрицательна.

Ответ:

7

На рисунке изображен график функции $y = f(x)$, определенной на интервале (-5;5)

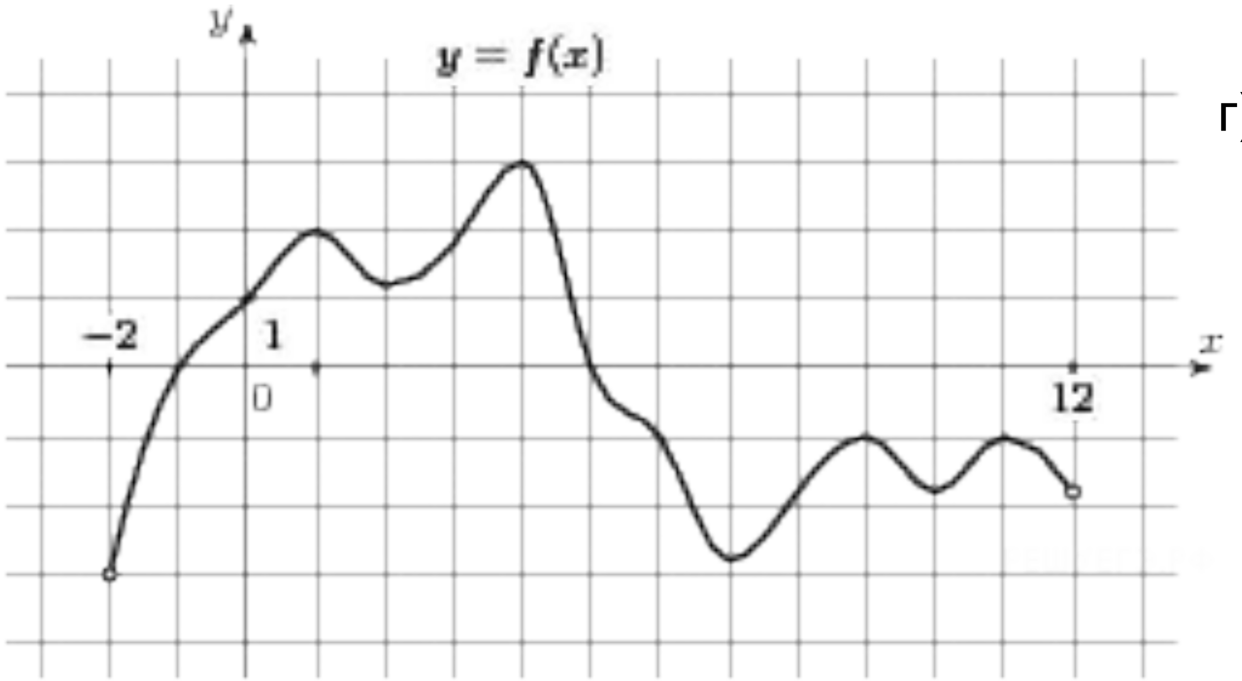


в).Найдите количество точек, в которых Производная функции $f(x)$ равна 0.

Ответ:

4

На рисунке изображен график функции $y = f(x)$, определенной на интервале (-5;5)

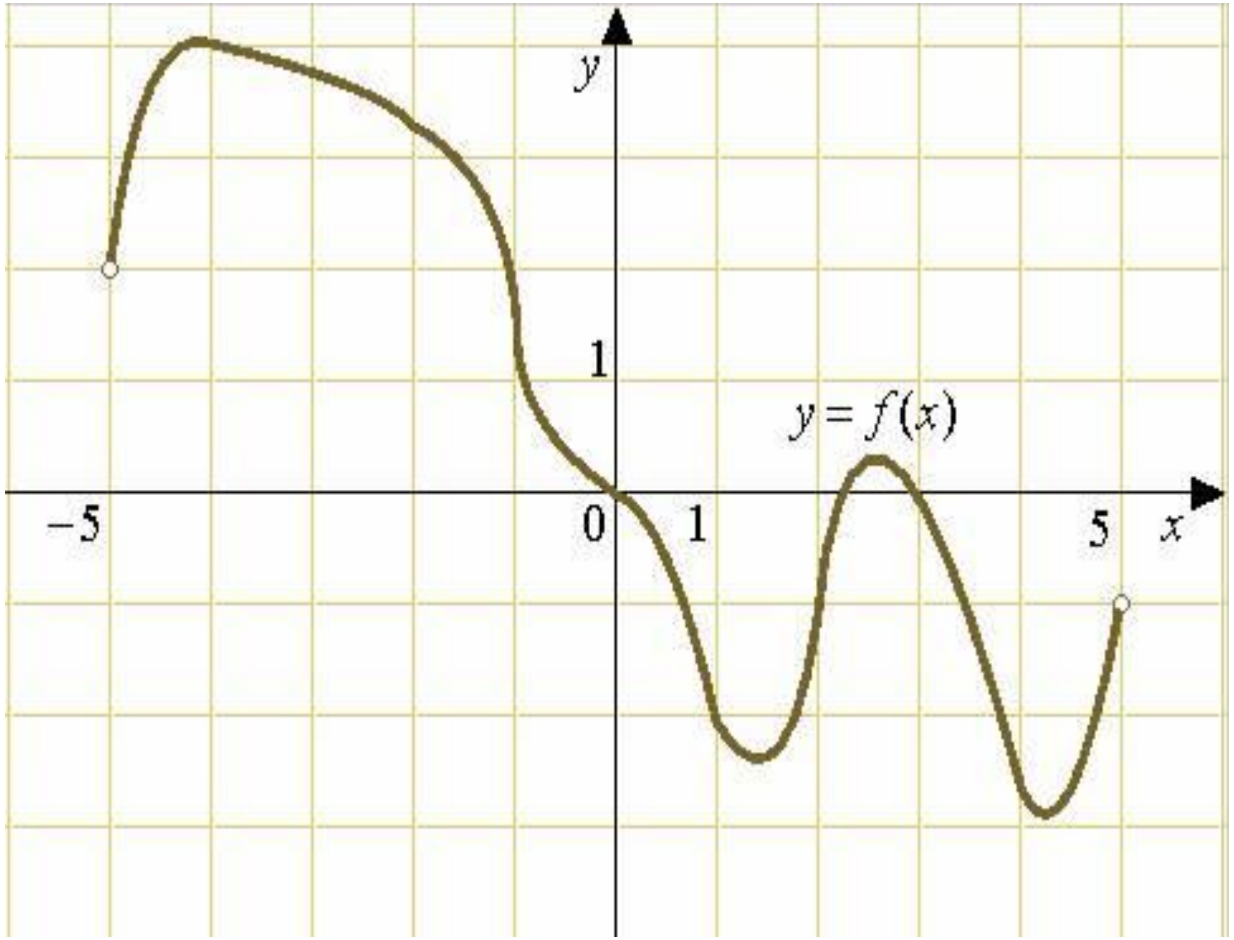


г). Найдите сумму точек экстремума функции.

Ответ:

44

На рисунке изображен график функции $y = f(x)$, определенной на интервале (-5;5)



в). Найдите количество точек, в которых касательная к графику функции параллельна прямой y= 3 или совпадает с ней.

Угловой коэффициент прямой y= 3 равен нулю. А так как $y'(x_0) = k = 0$, то нас интересуют точки, в которых значение производной функции будет равно нулю – то есть точки экстремума.

Ответ:

4