

Полигармонические колебания



Полигармоническими называют колебания, которые могут быть представлены в виде суммы двух или более гармонических колебаний с частотами, находящимися в рациональном соотношении.

$$u(t) = A_1 \cos(\omega_1 t) + A_2 \cos(\omega_2 t).$$

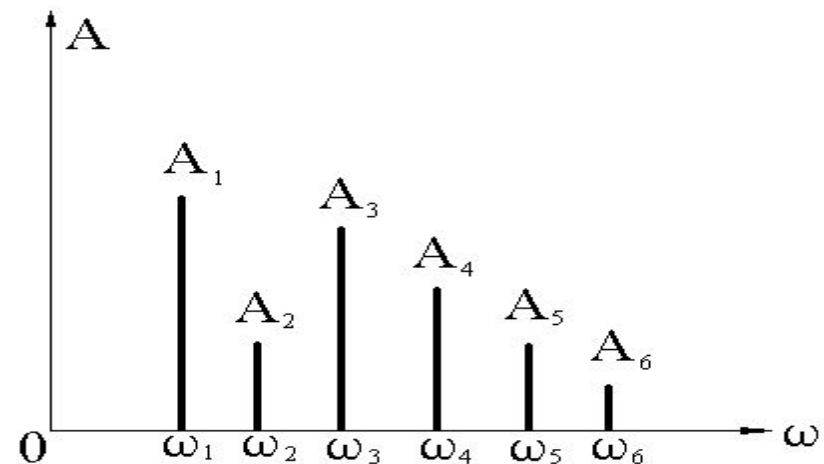
Существенно, чтобы отношение частот ω_1 / ω_2 было рациональным числом. Пусть ω_1 и ω_2 выражаются через некоторую частоту ω так, что $\omega_1 = n\omega$ и $\omega_2 = m\omega$, где m и n целые числа, и n/m несократимая дробь. Тогда сумма этих колебаний будет периодической функцией с периодом $2\pi/\omega$.

Ряд Фурье для периодического процесса

В общем случае периодические функции с периодом T могут быть представлены в виде ряда:

$$u(t) = \frac{1}{2} A_0 + \sum_{k=1}^{\infty} A_k \cos(k\omega t + \varphi_k)$$

Где $1/2 A_0$ - среднее значение колебания;
 A_k и φ_k - амплитуда и фаза k -й гармоники.



Другие характеристики колебательных процессов

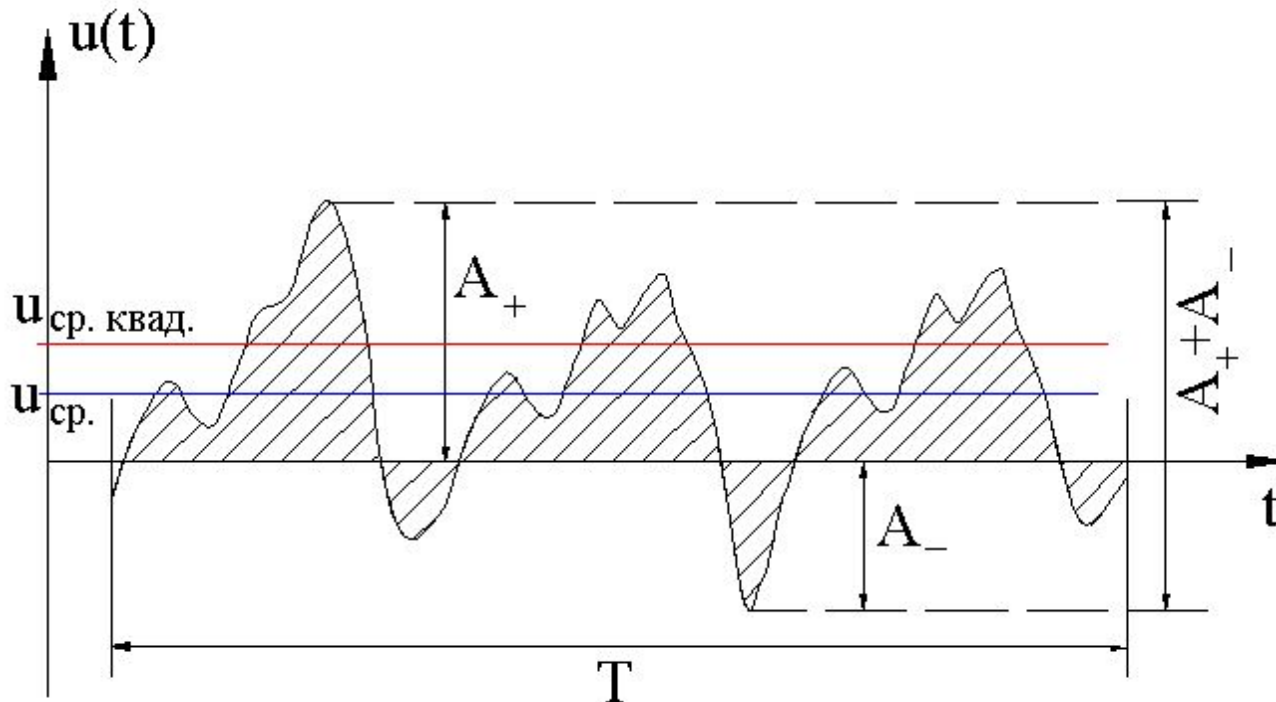


- Пиковое значение и размах.

$$A_+ = \max_{t \in T} |u(t)|, \quad A_- = \min_{t \in T} |u(t)|; \quad A_+ + A_-$$

- Осредненные характеристики
среднее значение и СКЗ:

$$u_{\text{ср.}} = \frac{1}{T} \int_0^T u(t) dt, \quad u_{\text{ср. квал.}} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T (u(t))^2 dt}.$$



Колебания системы с одной

степенью свободы

При изучении колебаний различных механических систем необходимо в зависимости от поставленной задачи по возможности упрощать картину данного колебательного процесса т.е. пользоваться *моделями*.

$$F_k = -kx, \quad \text{- сила упругости}$$

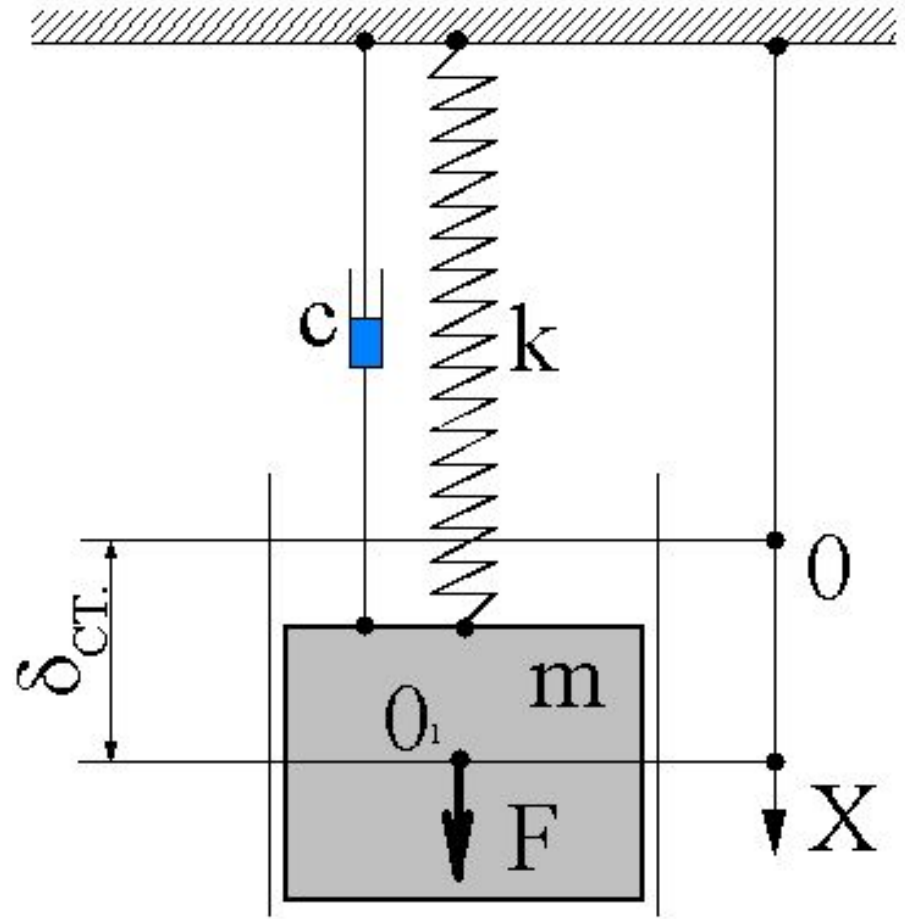
$$F_c = -c\dot{x}, \quad \text{- сила трения}$$

$$\delta_{ст} = \frac{mg}{k} \quad \text{- статический прогиб}$$

$$\ddot{x} + \frac{c}{m} \dot{x} + \frac{k}{m} x = \frac{F}{m},$$

$$\ddot{x} + 2\varepsilon \dot{x} + \omega^2 x = f,$$

$$\varepsilon = \frac{c}{2m}; \quad \omega = \sqrt{\frac{k}{m}}.$$



Колебания системы с одной степенью свободы

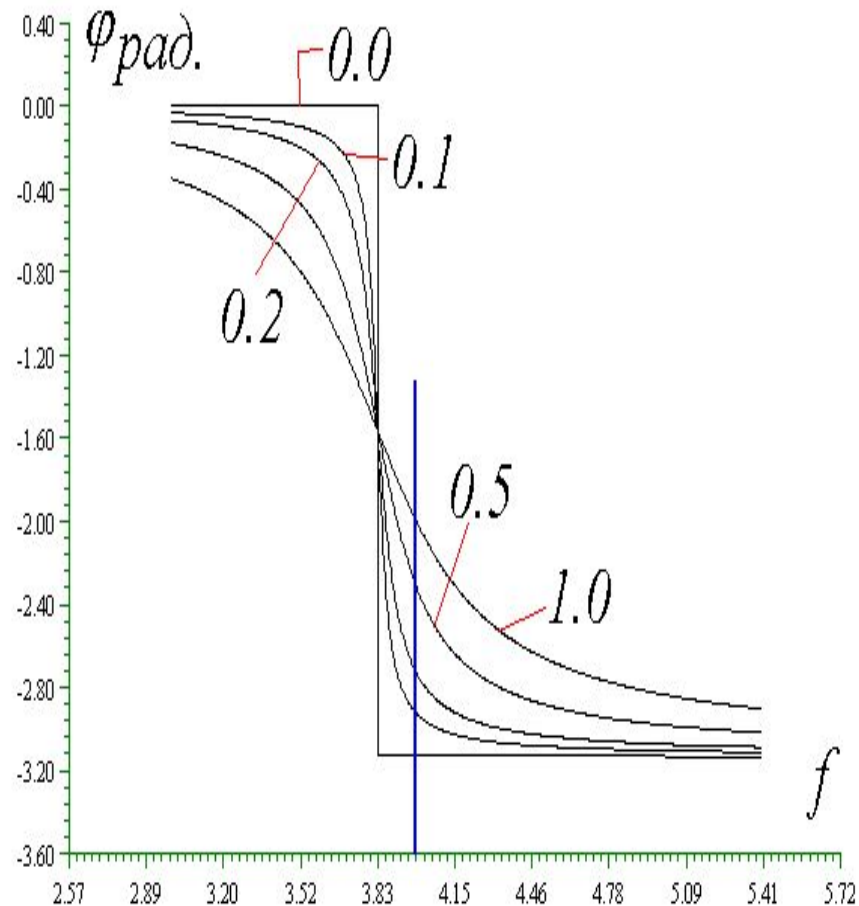
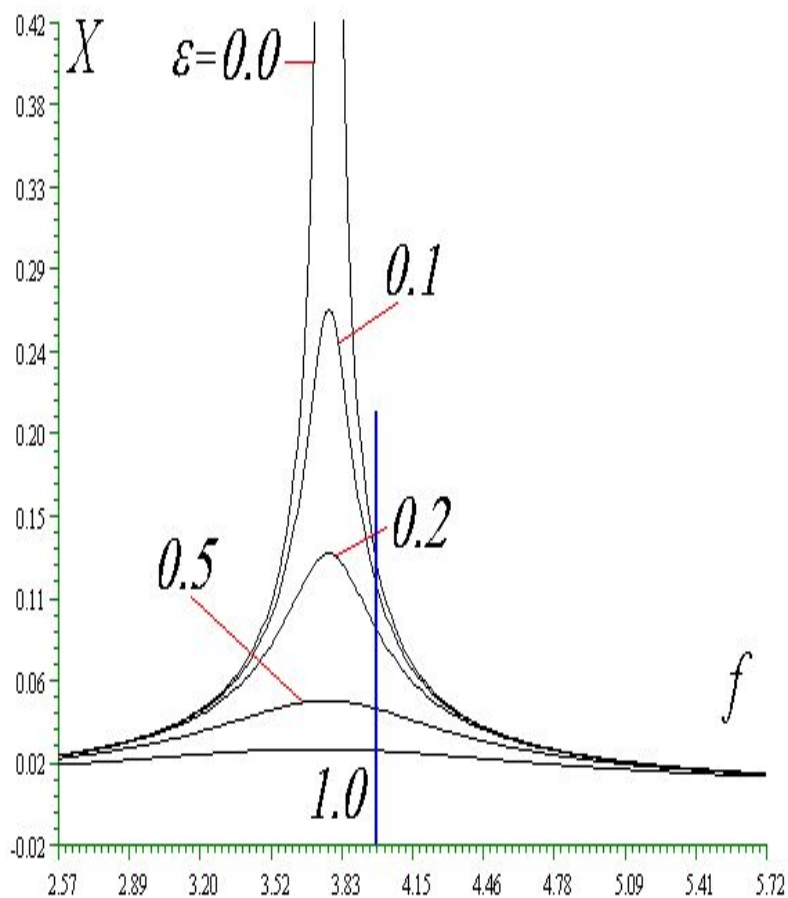


$$m\dot{w} + b\dot{v} + kx = F(t) \quad w + \frac{b}{m}v + \frac{k}{m}x = \frac{1}{m}F(t)$$

$$w + 2\varepsilon v + \omega_0^2 x = \frac{1}{m}F(t), \quad \omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

$$x = \frac{x_{cm}}{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2} = \frac{x_{cm}}{1 - \eta^2} = \chi x_{cm} \quad \chi = \left| \left(\frac{1}{\eta}\right)^2 - 1 \right|^{-1}$$

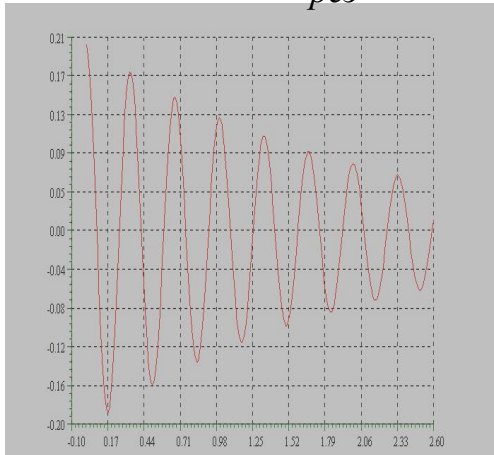
АЧХ и ФЧХ системы с одной степенью свободы



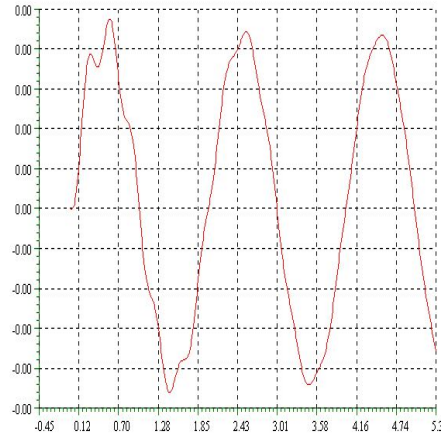
Колебания системы с малым демпфированием. Переходные процессы.



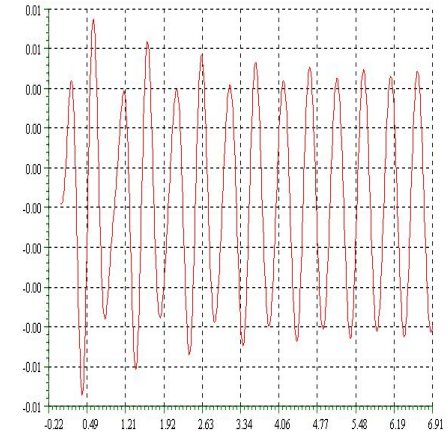
Свободные $f_{рез} = 3$ Гц



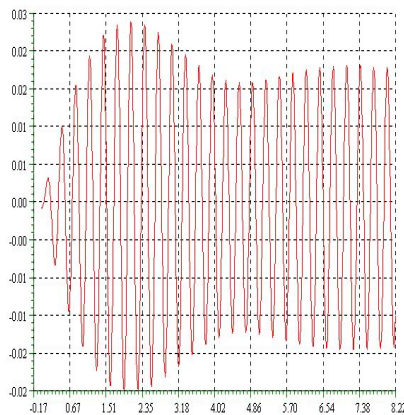
вынужденные $f=0.5$ Гц



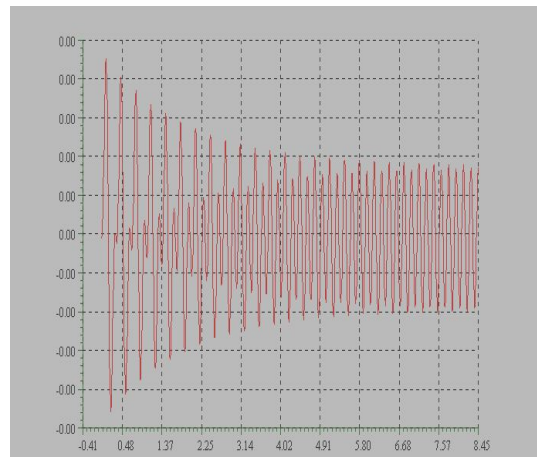
вынужденные $f=2$ Гц



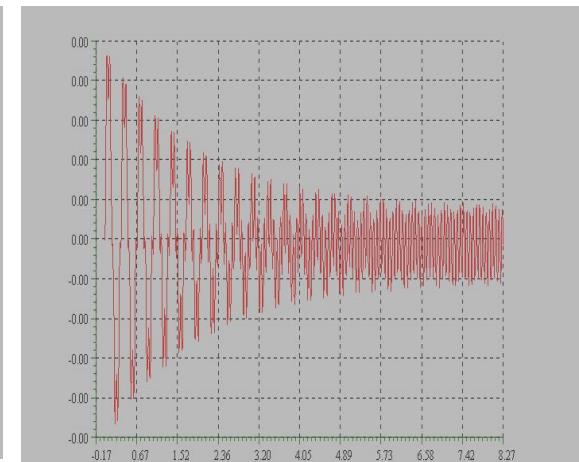
вынужденные $f=3.2$ Гц



вынужденные $f=6$ Гц

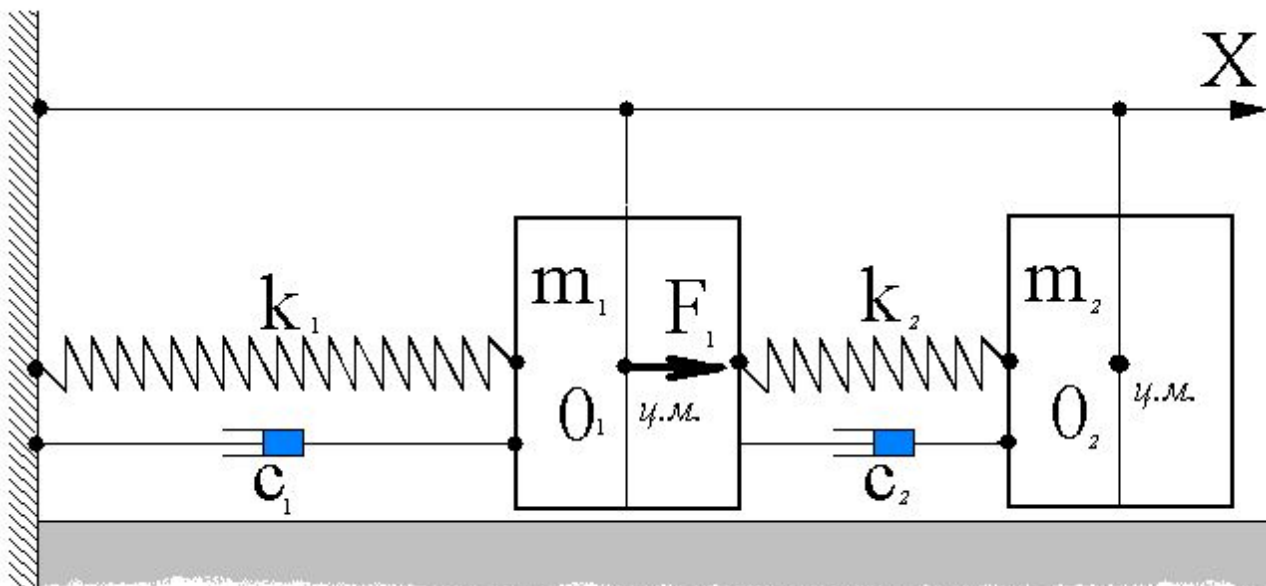


вынужденные $f=15$ Гц

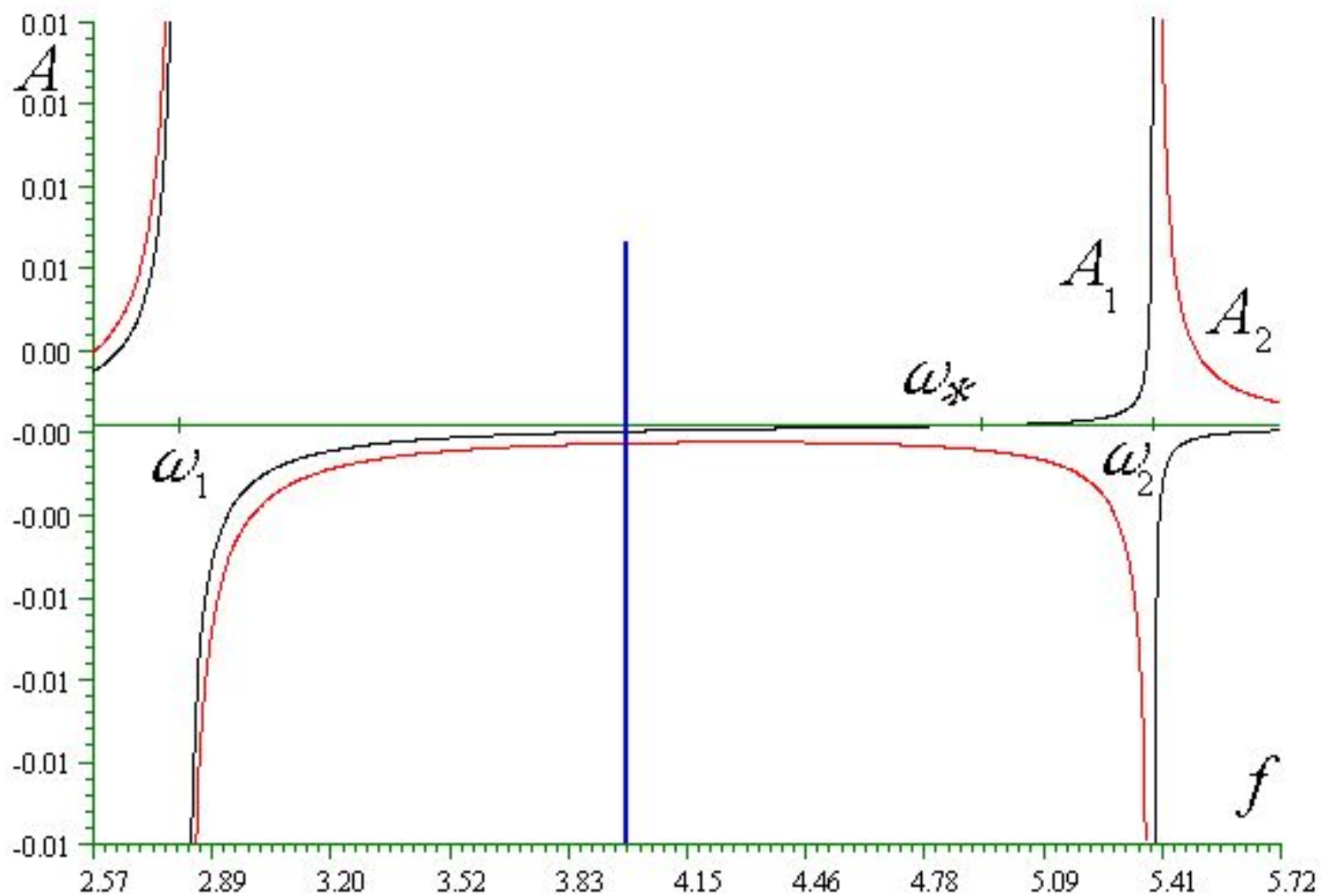


Колебания системы с двумя степенями свободы

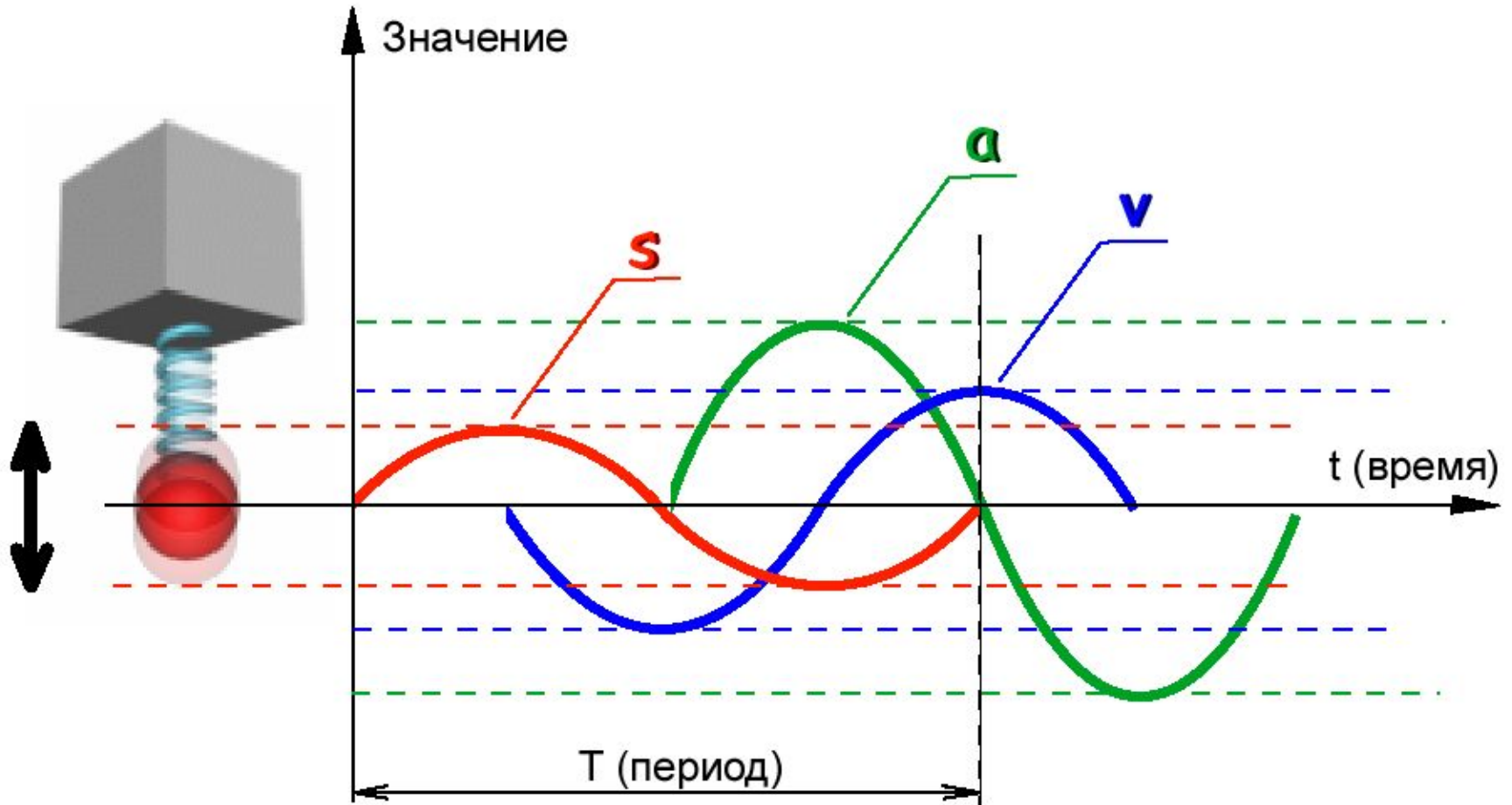
$$\begin{cases} m_1 \ddot{x}_1 + c_1 \dot{x}_1 - c_2 (\dot{x}_2 - \dot{x}_1) + k_1 x_1 - k_2 (x_2 - x_1) = F_1 \\ m_2 \ddot{x}_2 + c_2 (\dot{x}_2 - \dot{x}_1) + k_2 (x_2 - x_1) = 0 \end{cases}$$



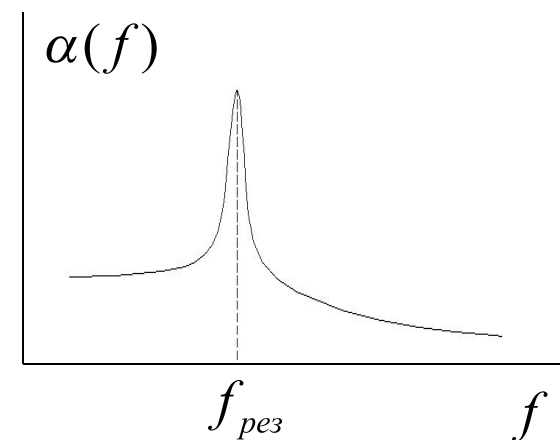
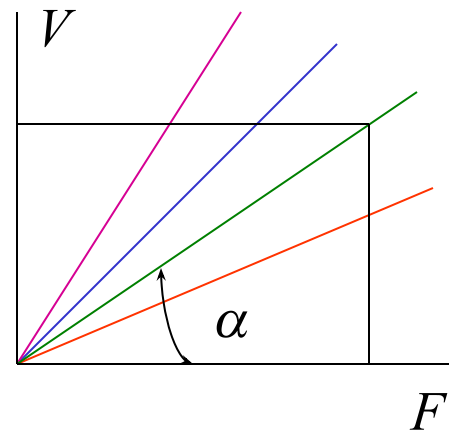
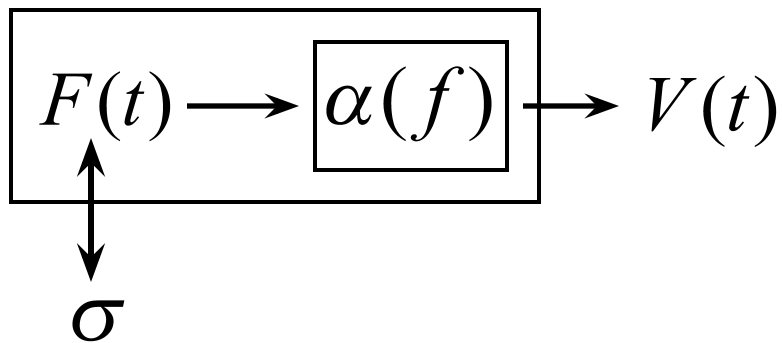
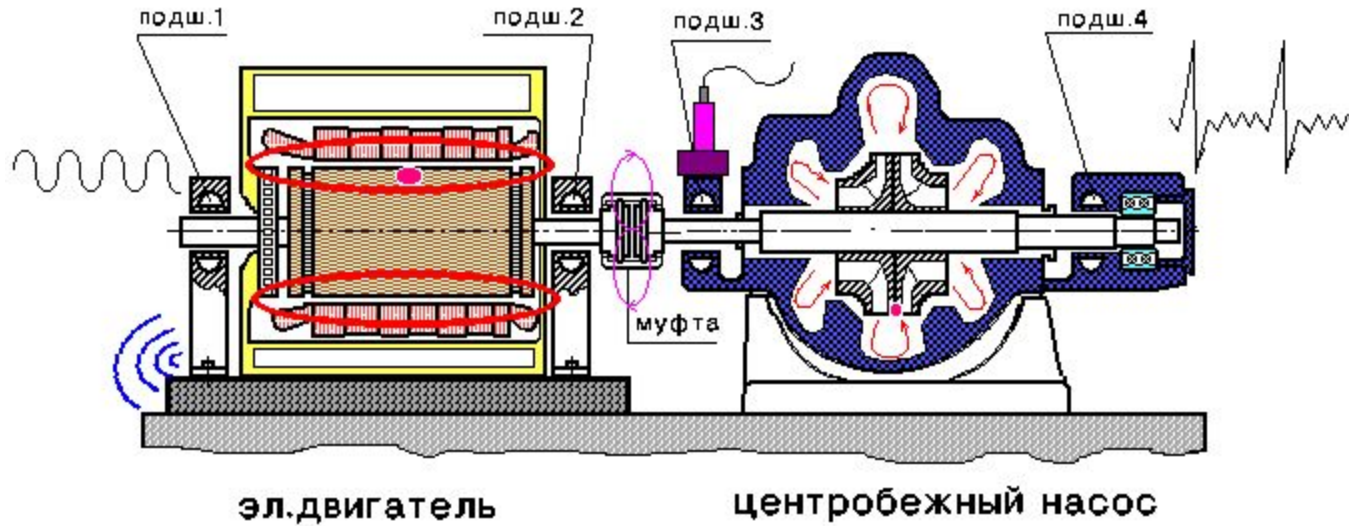
АЧХ системы с двумя степенями свободы

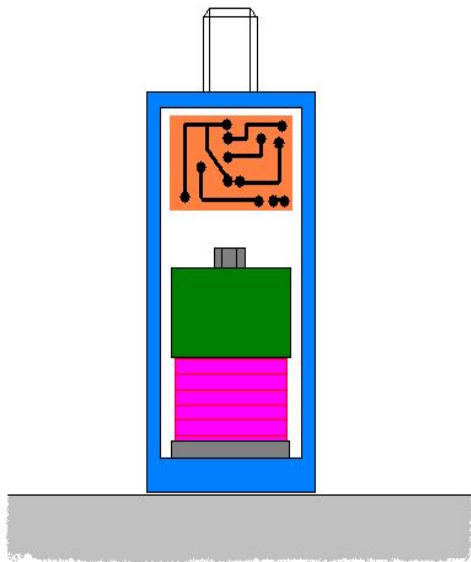


Колебания системы с одной степенью свободы

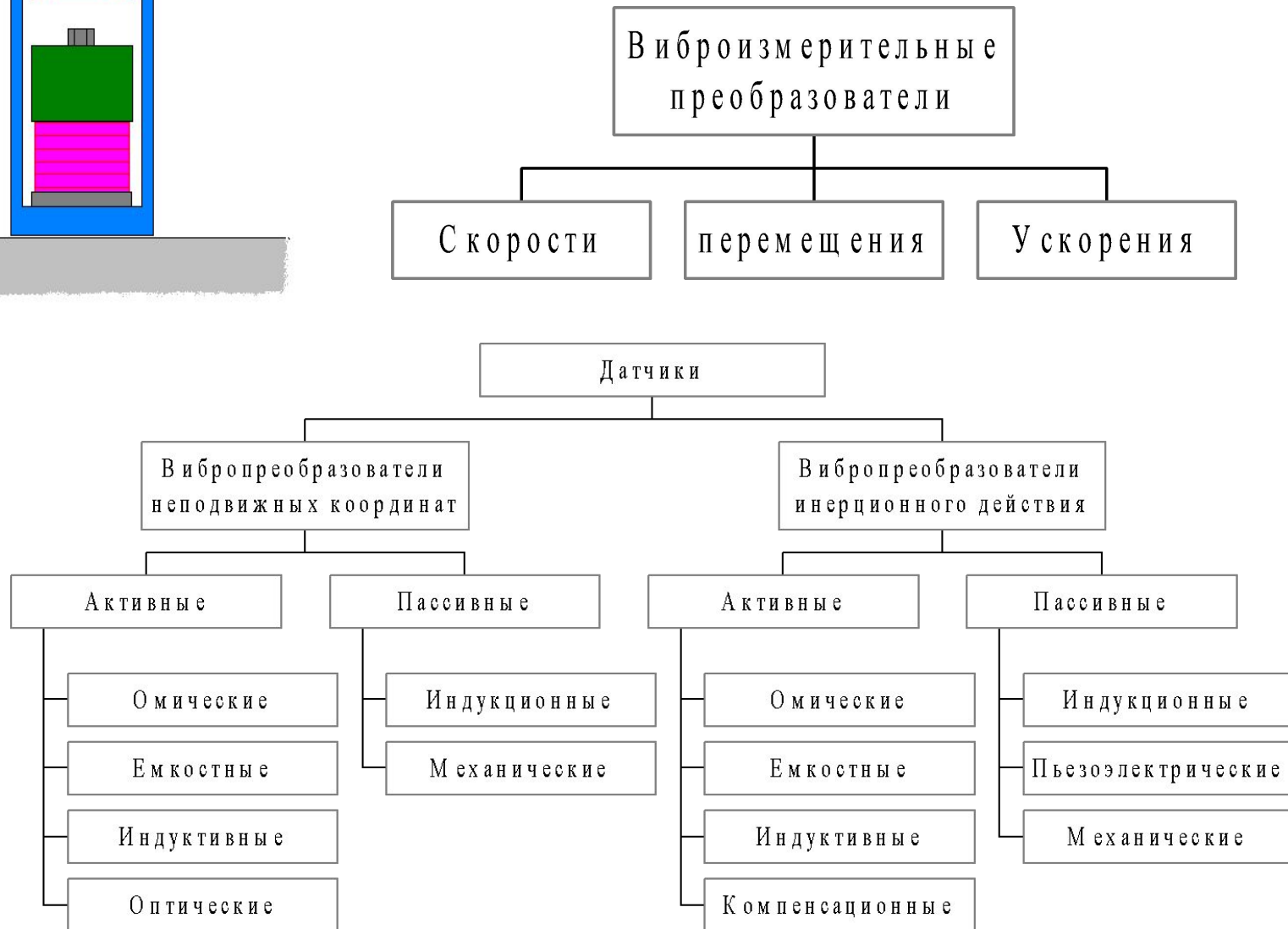


Идеология

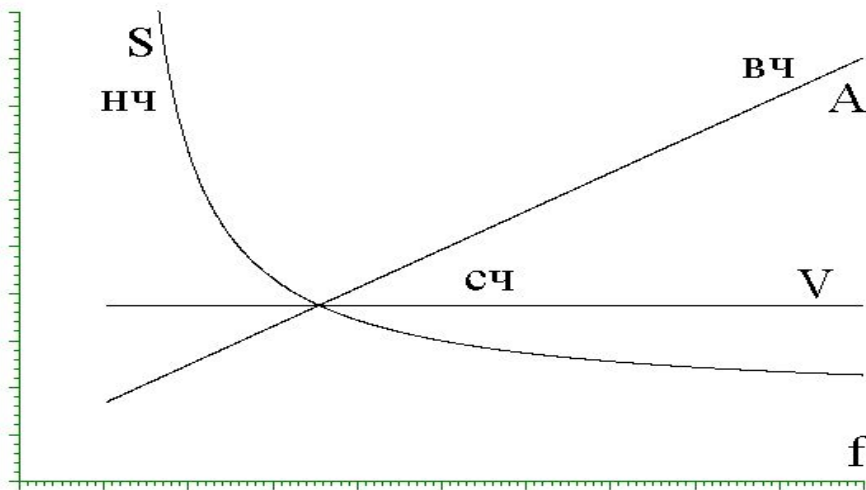




Виброметрия



Чем, где, как и что мерить



• Частотный диапазон:

НЧ - 0 - 200 Гц

СЧ - 10 - 1000 Гц

ВЧ - 100 - 10000 Гц и выше

• Масса датчика уменьшает амплитуду колебаний и собственные частоты для тонкостенных конструкций

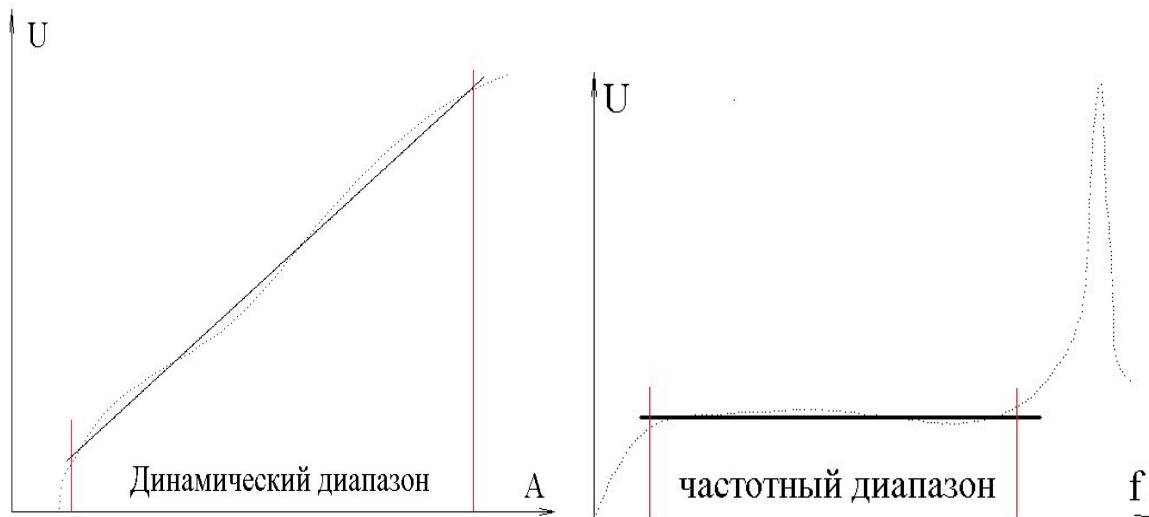
• Способ крепления датчика определяет установочный резонанс датчика и следовательно определяет частотный диапазон измеряемых

величин:

- ручной щуп - 0 - 200 Гц

- магнит - 0 - 1500 Гц

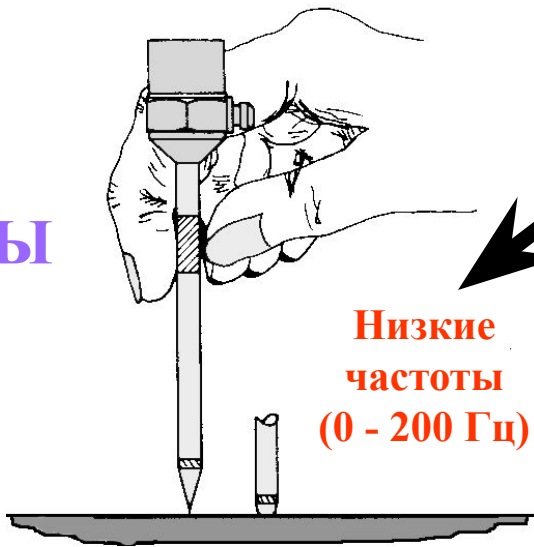
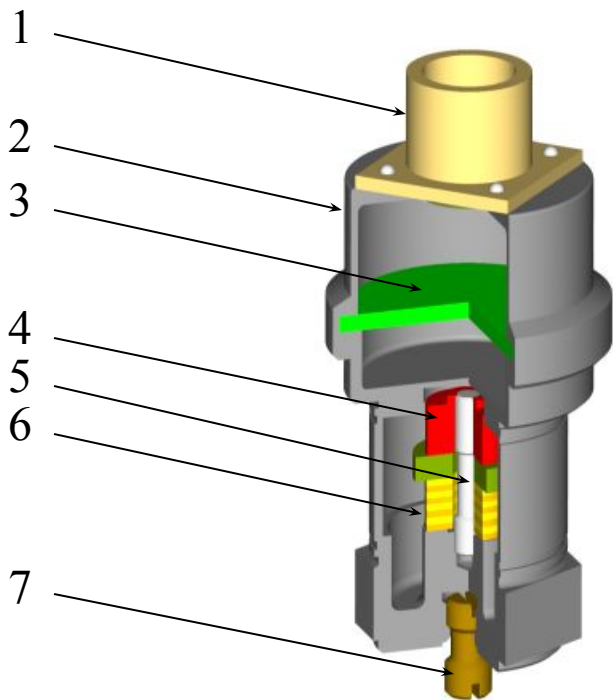
- шпилька - 0 - 10000 Гц





АКСЕЛЕРОМЕТРЫ

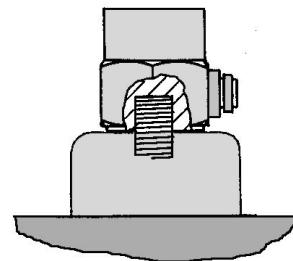
Частотный диапазон



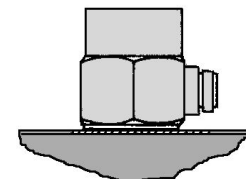
**Низкие частоты
(0 - 200 Гц)**

**Способы
установки датчиков**

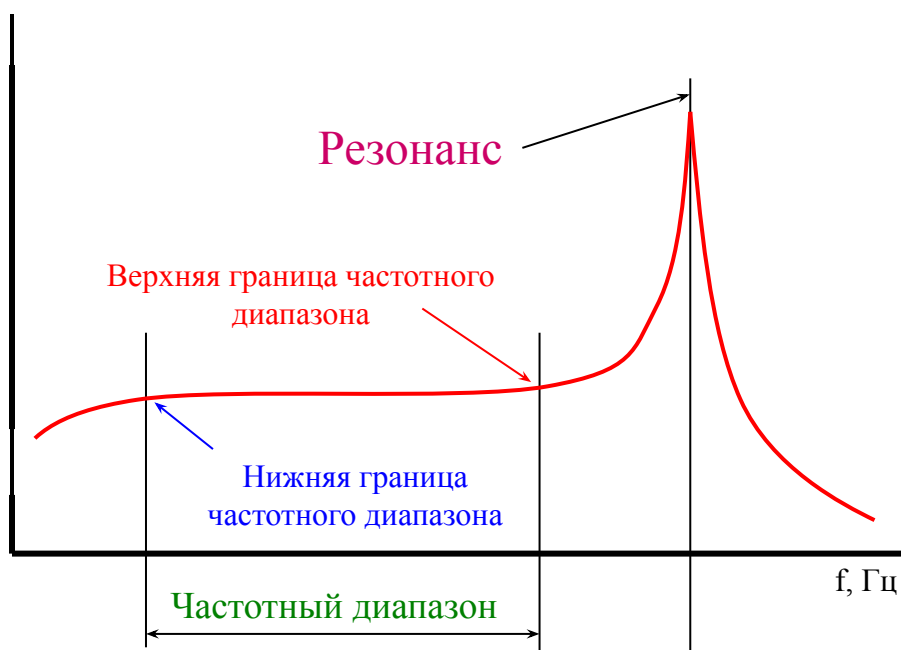
**Средние частоты
(0 - 4000 Гц)**



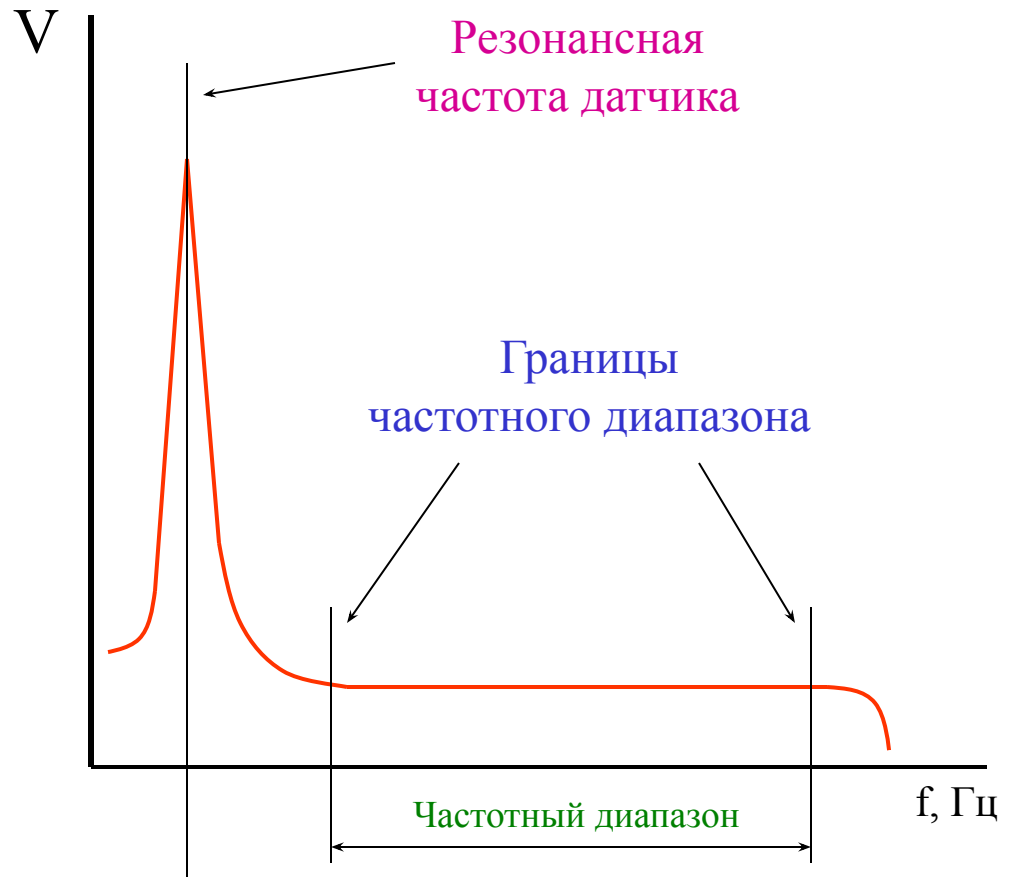
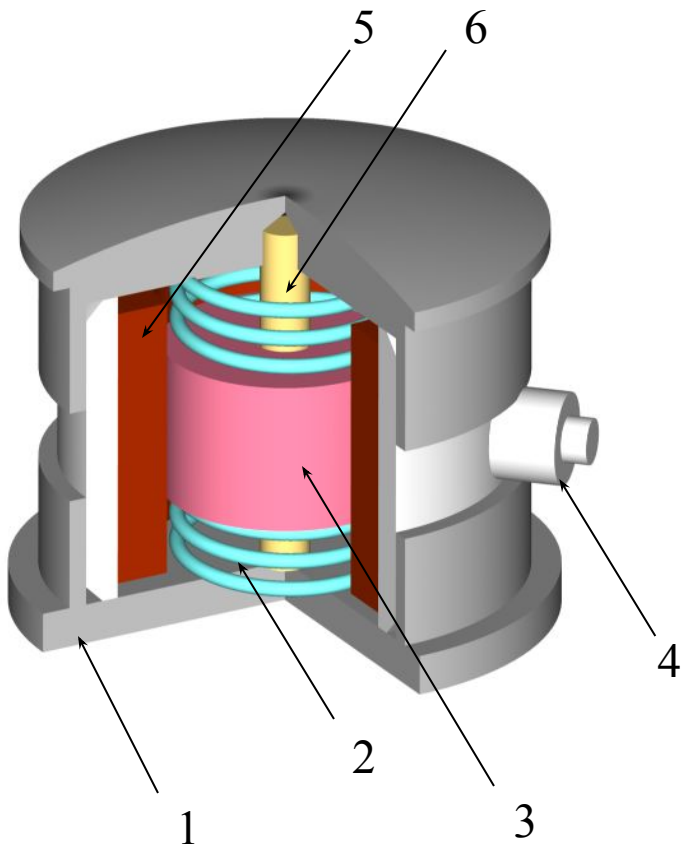
**Высокие частоты
(0 - 20000 Гц)**



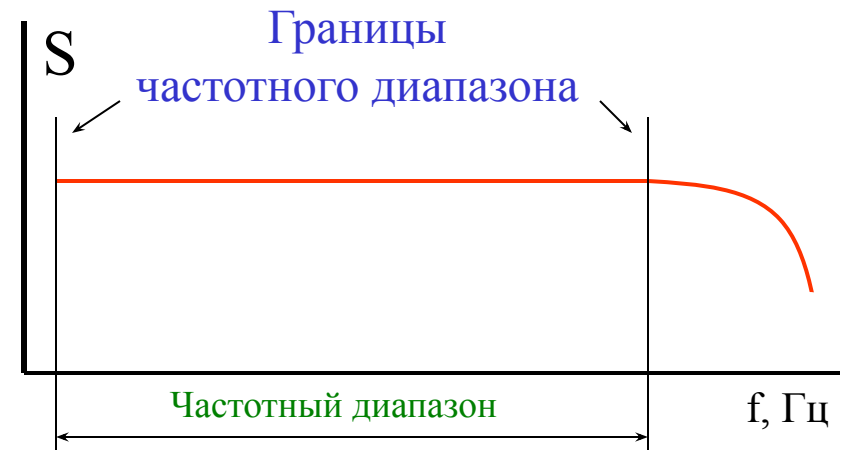
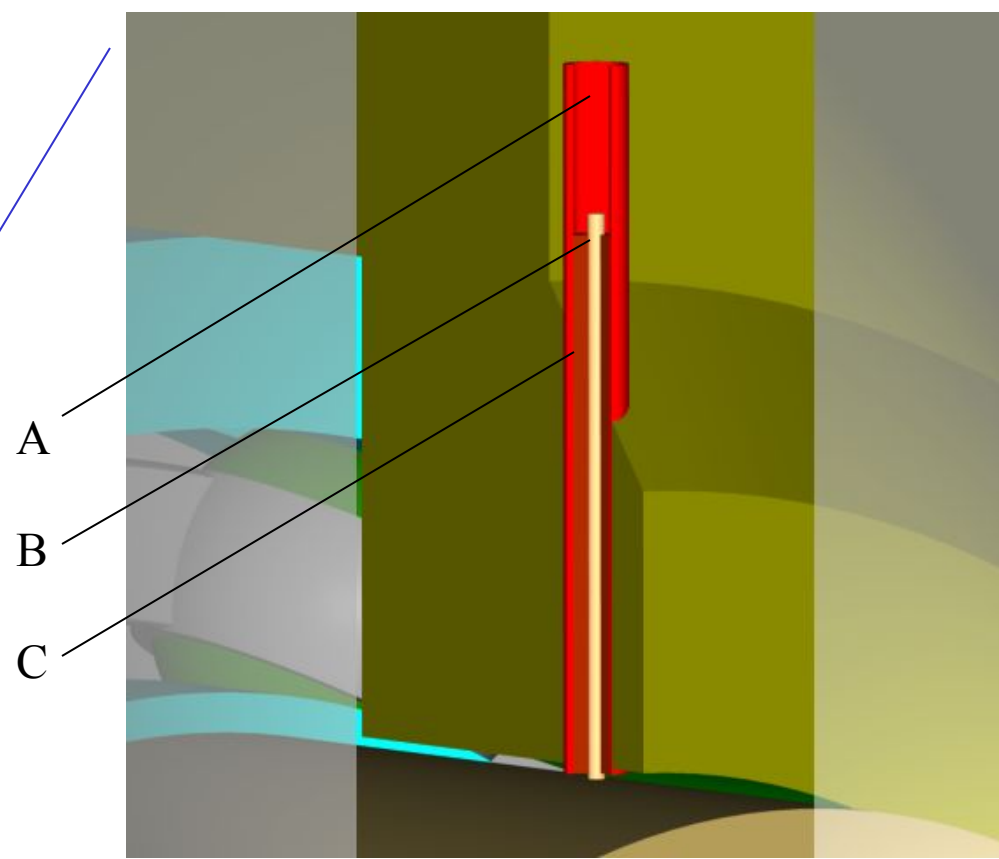
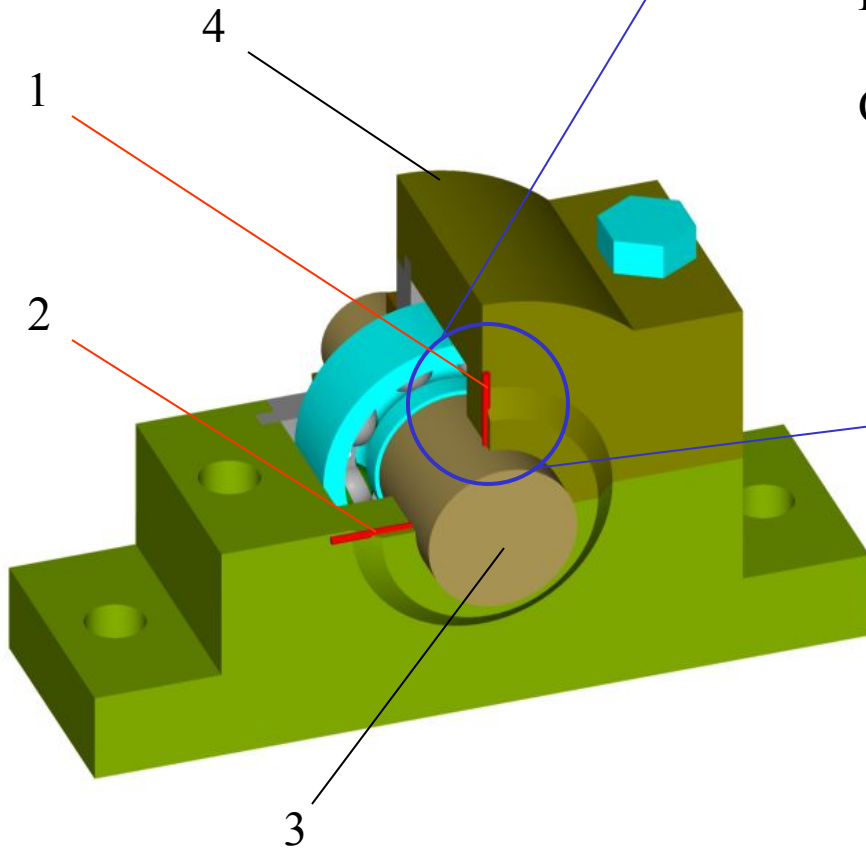
A



ВЕЛОМЕТРЫ. Частотный диапазон



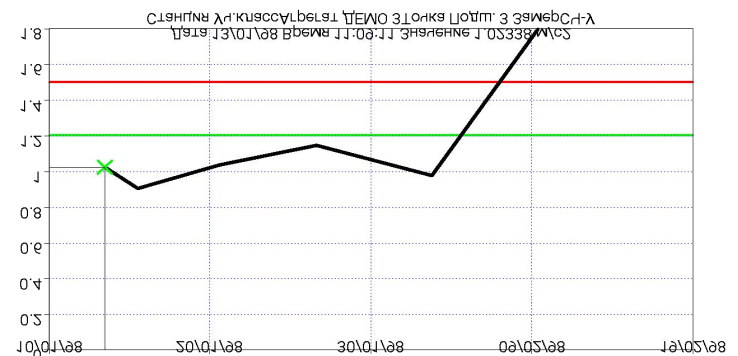
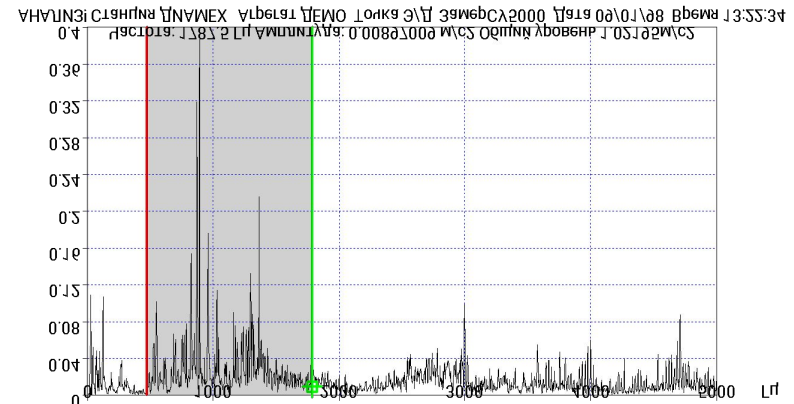
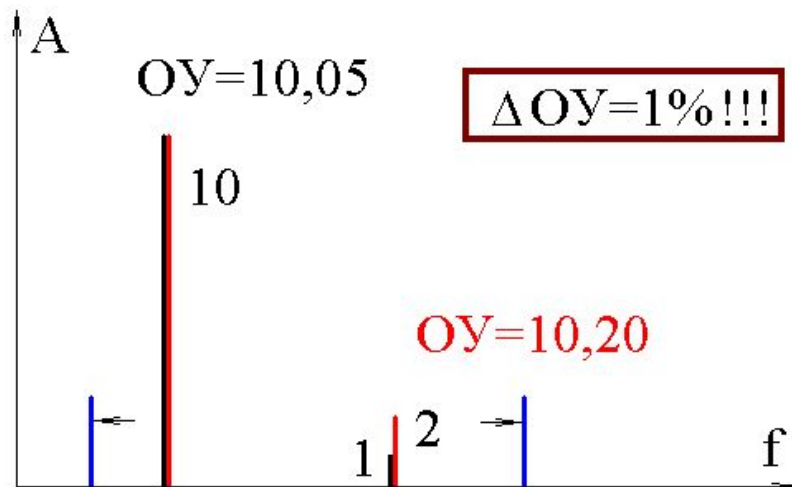
ПРОКСИМЕТРЫ



Периодический мониторинг I уровня



I уровень периодический мониторинг вибрационного состояния роторного оборудования в стандартных полосах частот; тренд-анализ; прогнозирование ресурса работы оборудования.
Необходим ВИБРОМЕТР



Периодический мониторинг

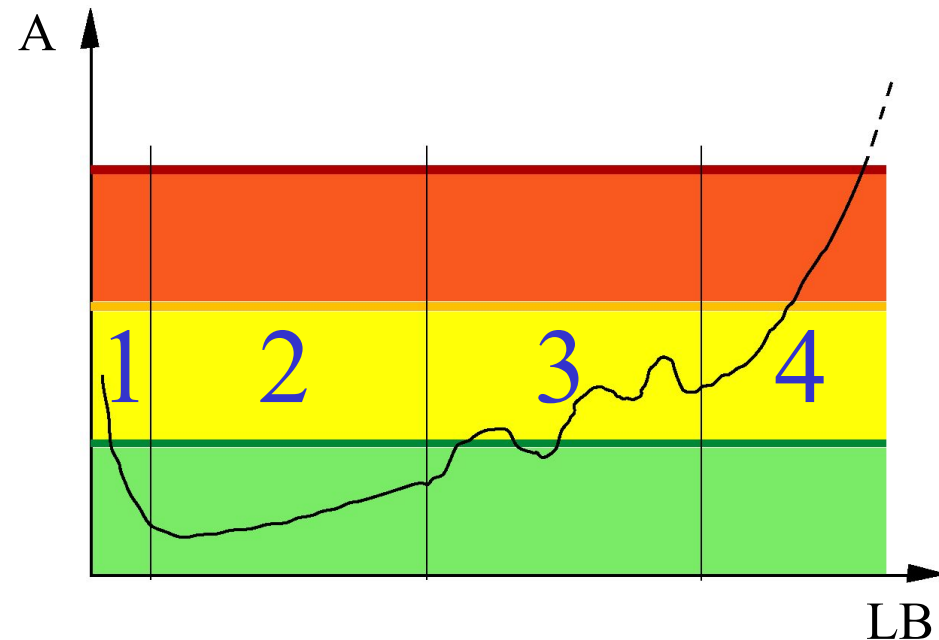
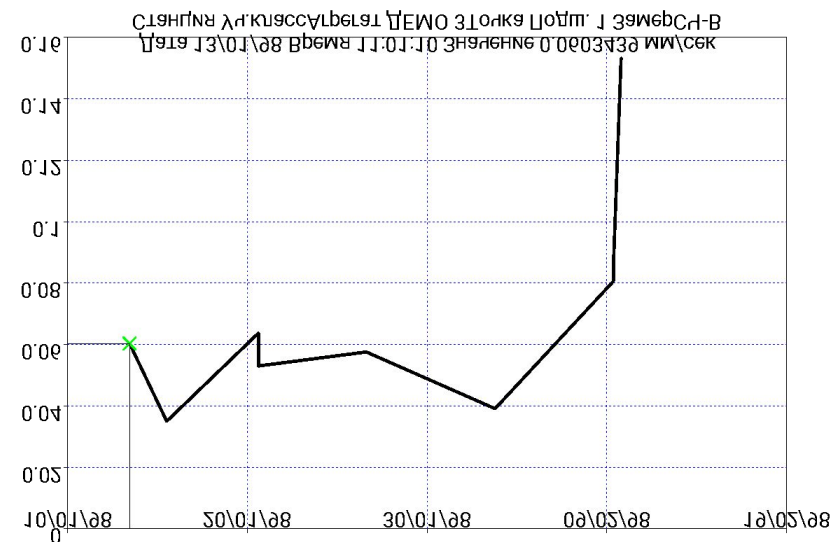
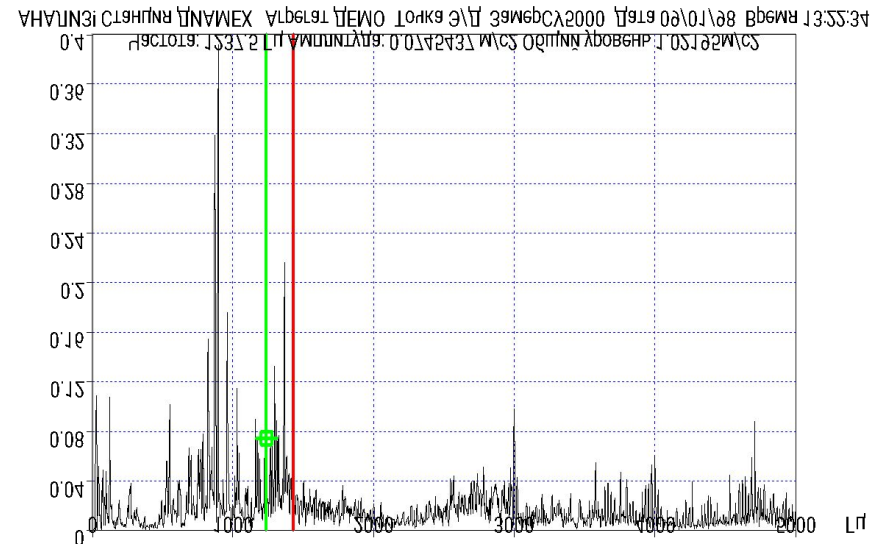


II уровень контроль вибрации в полосах, тренд-анализ; прогнозирование ресурса работы оборудования, выявление причин повышенной вибрации.

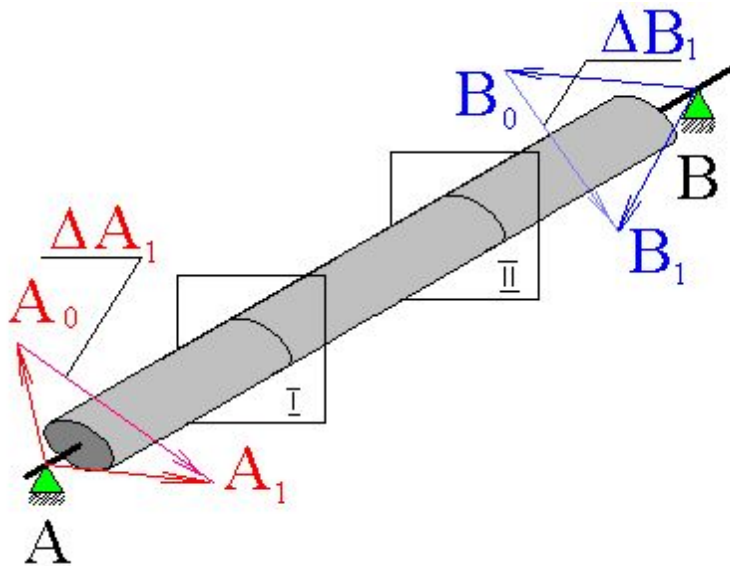
Необходим ВИБРОАНАЛИЗАТОР

III уровень применение специальных методов анализа

(ПИК-ФАКТОР, СПЕКТРЫ
ОГИБАЮЩИХ, СТАТИСТИЧЕСКИЕ
МЕТОДЫ, и т. д.)



Уравновешивание в собственных опорах **ДИ** **М** **Е** **Х**



Нулевой пуск: $A_0 \ B_0$

Первый пробный пуск: $A_1 \ B_1$

$$\Delta \bar{A}_1 = \bar{A}_1 - \bar{A}_0, \quad \Delta \bar{B}_1 = \bar{B}_1 - \bar{B}_0$$

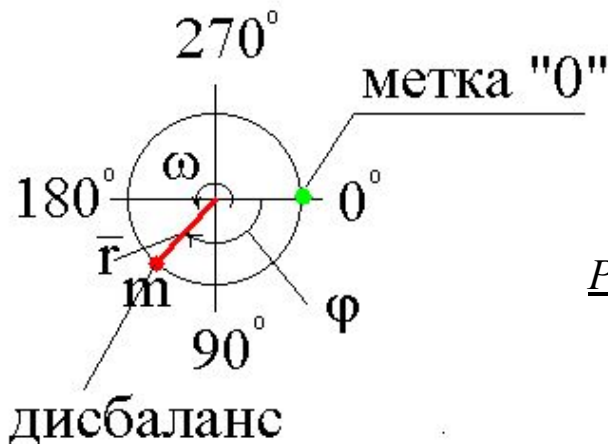
$$\tilde{\alpha}_{AI} = \frac{\Delta \bar{A}_1}{\bar{D}_I}, \quad \tilde{\alpha}_{BI} = \frac{\Delta \bar{B}_1}{\bar{D}_I}$$

Второй пробный пуск: $A_2 \ B_2$

$$\Delta \bar{A}_2 = \bar{A}_2 - \bar{A}_0, \quad \Delta \bar{B}_2 = \bar{B}_2 - \bar{B}_0$$

$$\tilde{\alpha}_{AII} = \frac{\Delta \bar{A}_2}{\bar{D}_{II}}, \quad \tilde{\alpha}_{BII} = \frac{\Delta \bar{B}_2}{\bar{D}_{II}};$$

Где D - дисбаланс: $D = mr$

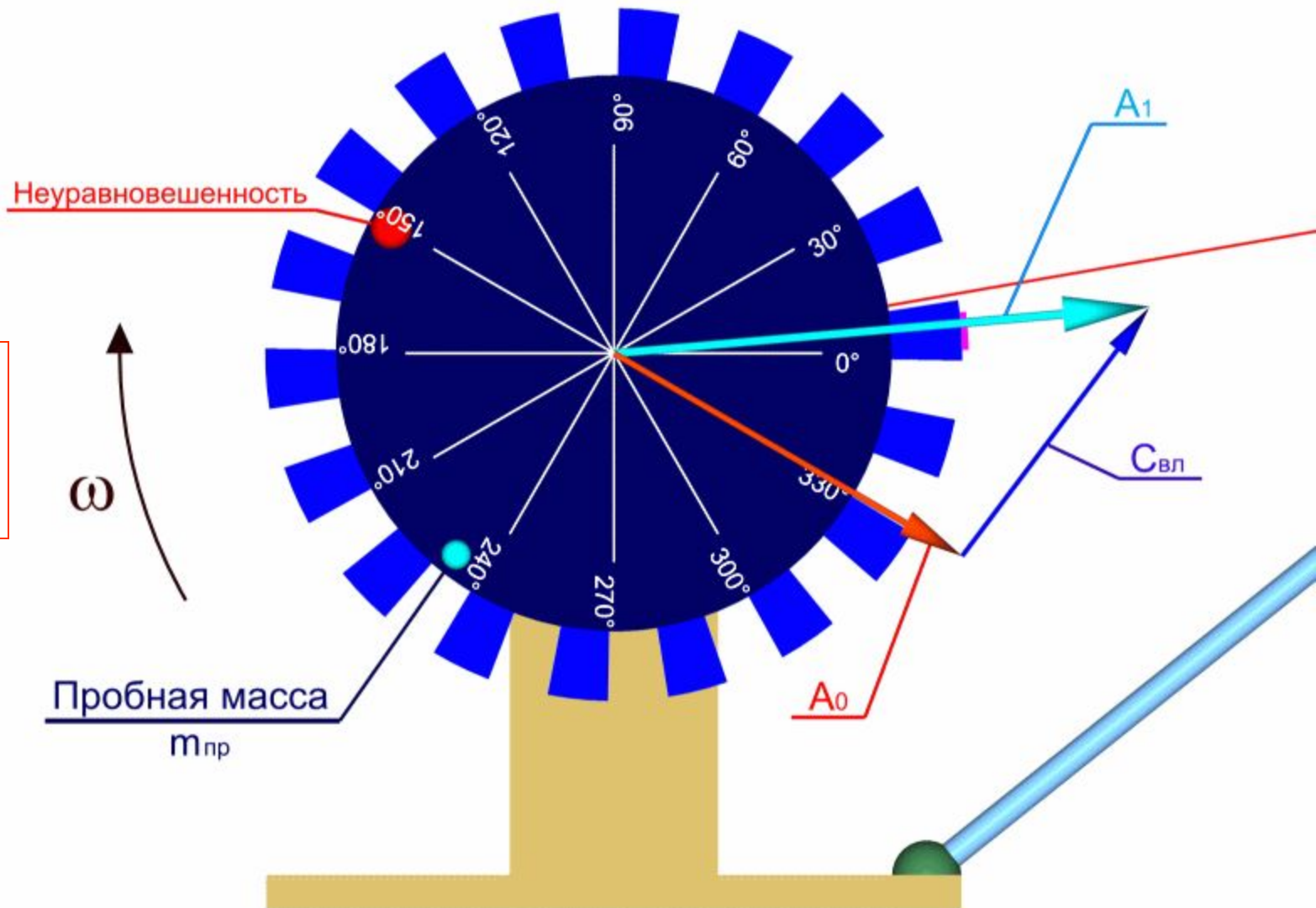


Решение:

$$\begin{cases} \tilde{\alpha}_{AI} \bar{D}_I + \tilde{\alpha}_{AII} \bar{D}_{II} = -\bar{A}_0 \\ \tilde{\alpha}_{BI} \bar{D}_I + \tilde{\alpha}_{BII} \bar{D}_{II} = -\bar{B}_0 \end{cases}$$

Определение коэффициента влияния при одноплоскостной балансировке ротора

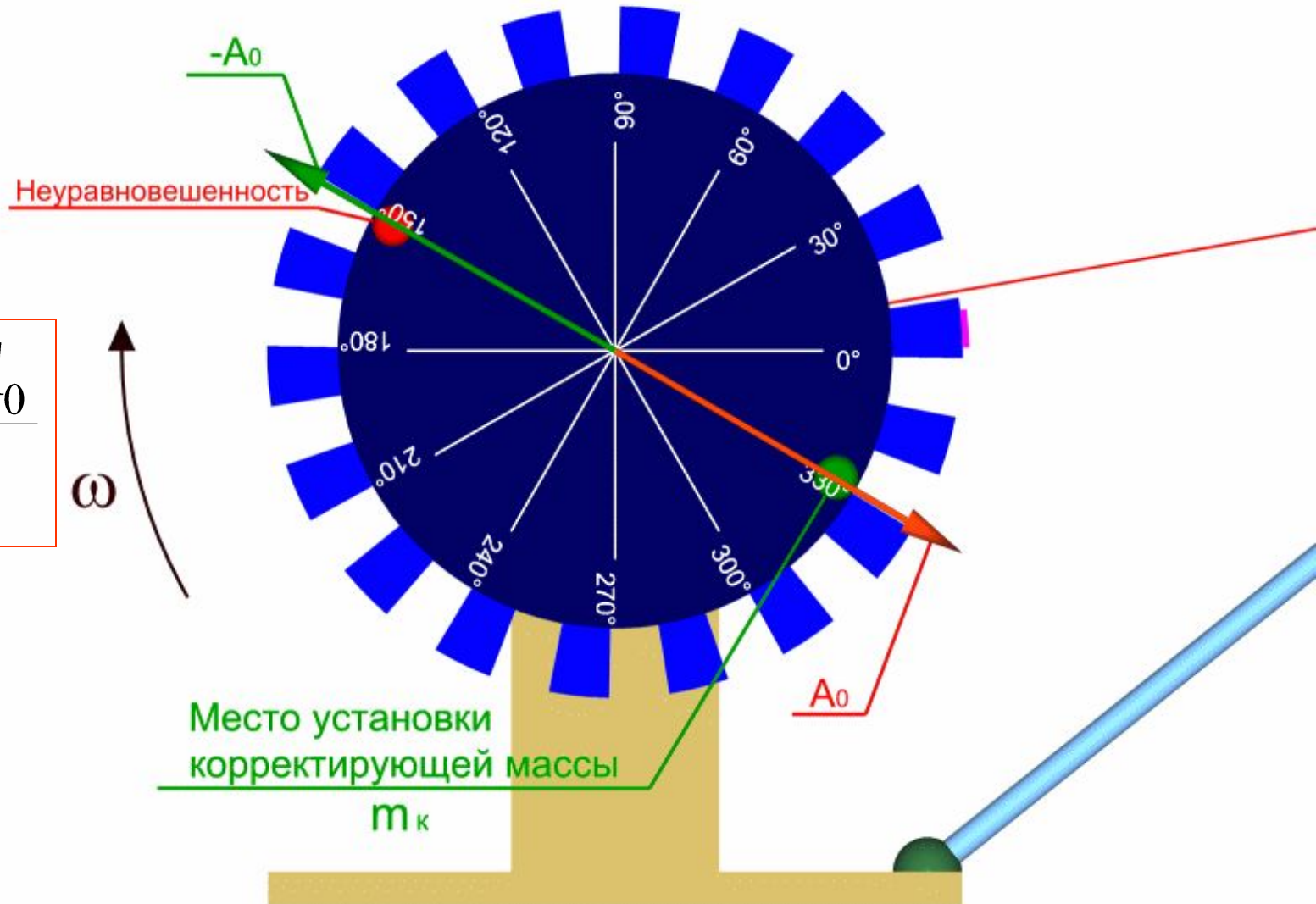
$$\alpha = \frac{C_{вл}}{m_{пр}}$$



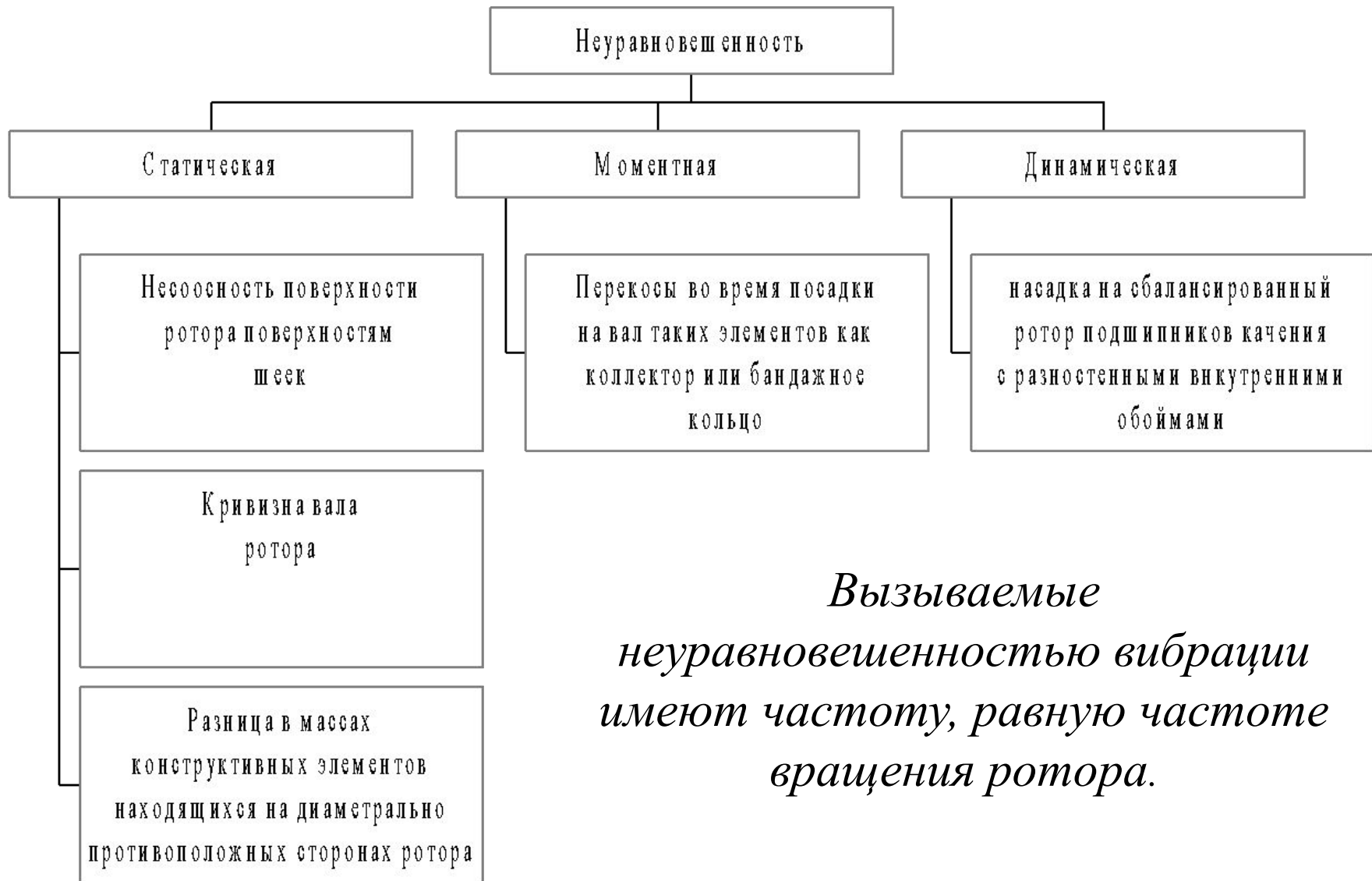
Определение места установки и величины корректирующей массы при одноплоскостной балансировке ротора



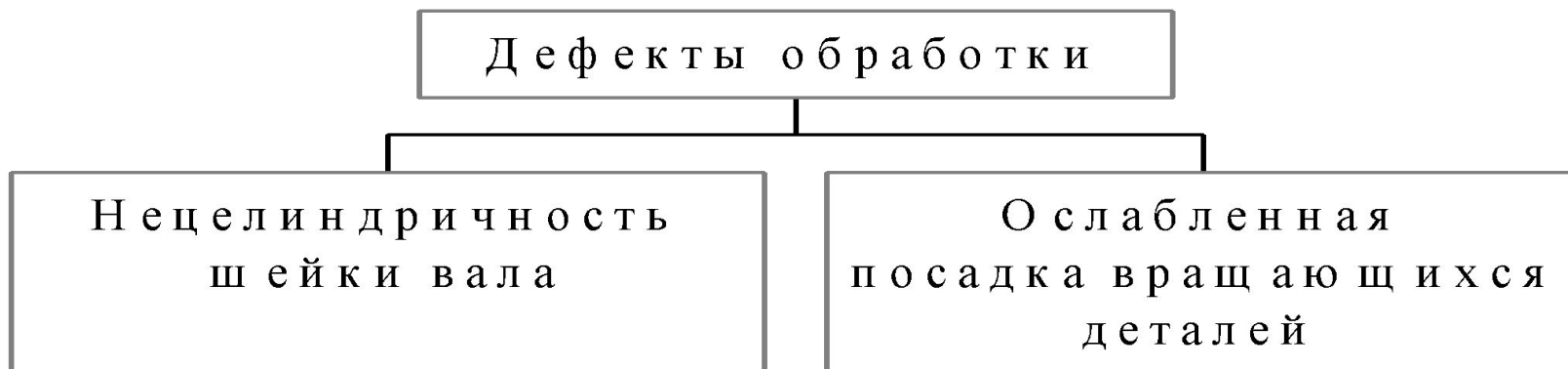
$$m_k = -\frac{A_0}{\alpha}$$



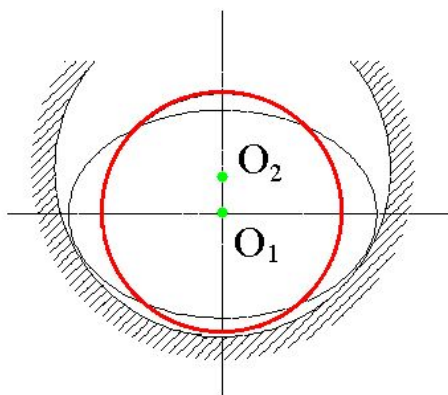
Неуравновешенность ротора



Некоторые дефекты механической обработки



$$f_{\text{ОВ}} = 2 f_{\text{вала}}$$

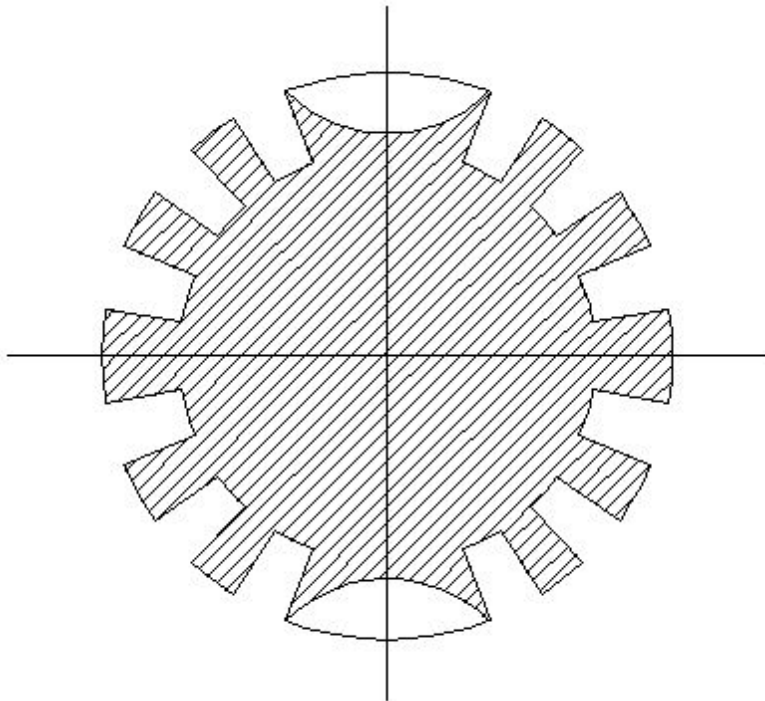


Нагрев и воздействие центробежной силы приводят к радиальному смещению деталей, насаженных с натягом. Это приводит к неуравновешенности и повышенной вибрации. При снижении температуры и частоты вращения восстанавливается плотное соединение с валом, но ее новое положение может отличаться от исходного. Как правило происходит и исчезает внезапно.

Анизотропия жесткости ротора



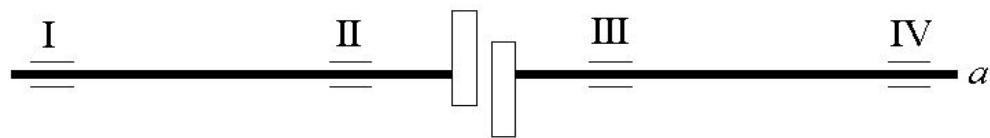
Часто появление второй гармоники может быть вызвано анизотропией жесткости ротора. При вращении происходит два полных цикла изменения статического прогиба ротора. При снятии скоростных характеристик по первой и второй гармоникам можно наблюдать резонансы на частотах, равных критическим для нечетных форм колебаний, деленным на 2.



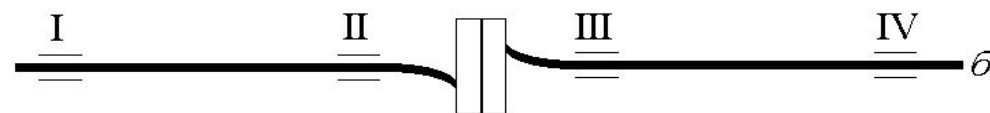
Максимумы виброперемещений двойной частоты, вызванные анизотропией, не могут быть уменьшены балансировкой, и зависят лишь от соотношения жесткостей в главных плоскостях ротора.

Так как, половина третьей «критики» обычно приближается к рабочей частоте вращения, даже небольшая разница в жесткостях приводит к значительным амплитудам вибрации. Поэтому, для устранения этого явления используют динамические гасители колебаний.

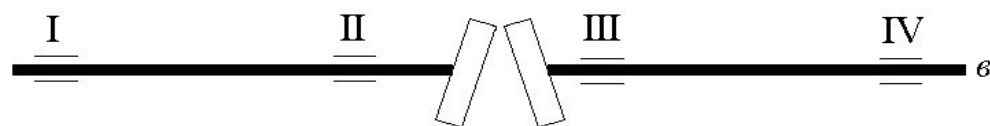
Расцентровка, жесткая муфта



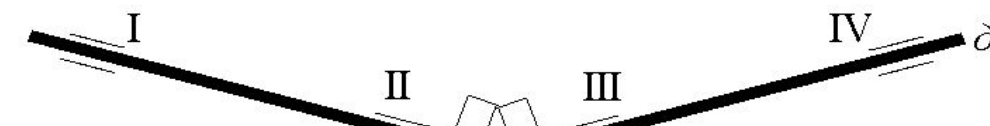
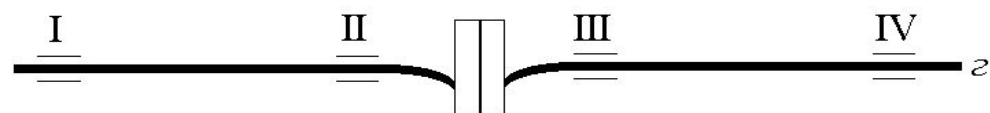
Дефектная муфта (а, б, в, г)



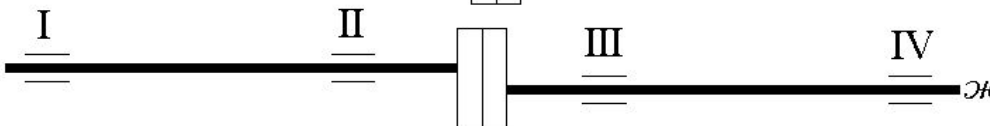
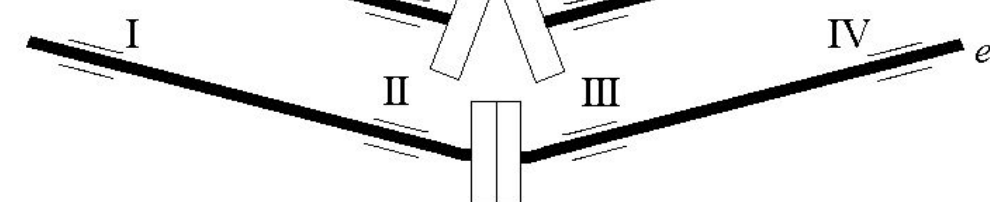
а: моментная
неуравновешенность $V^{II} = -V^{III}$



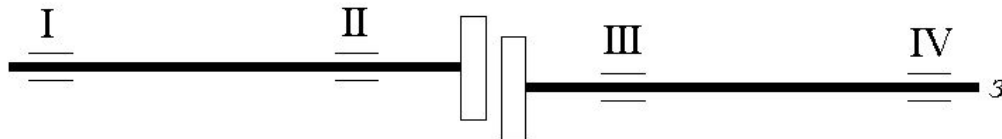
в: статическая
неуравновешенность $V^{II} = V^{III}$



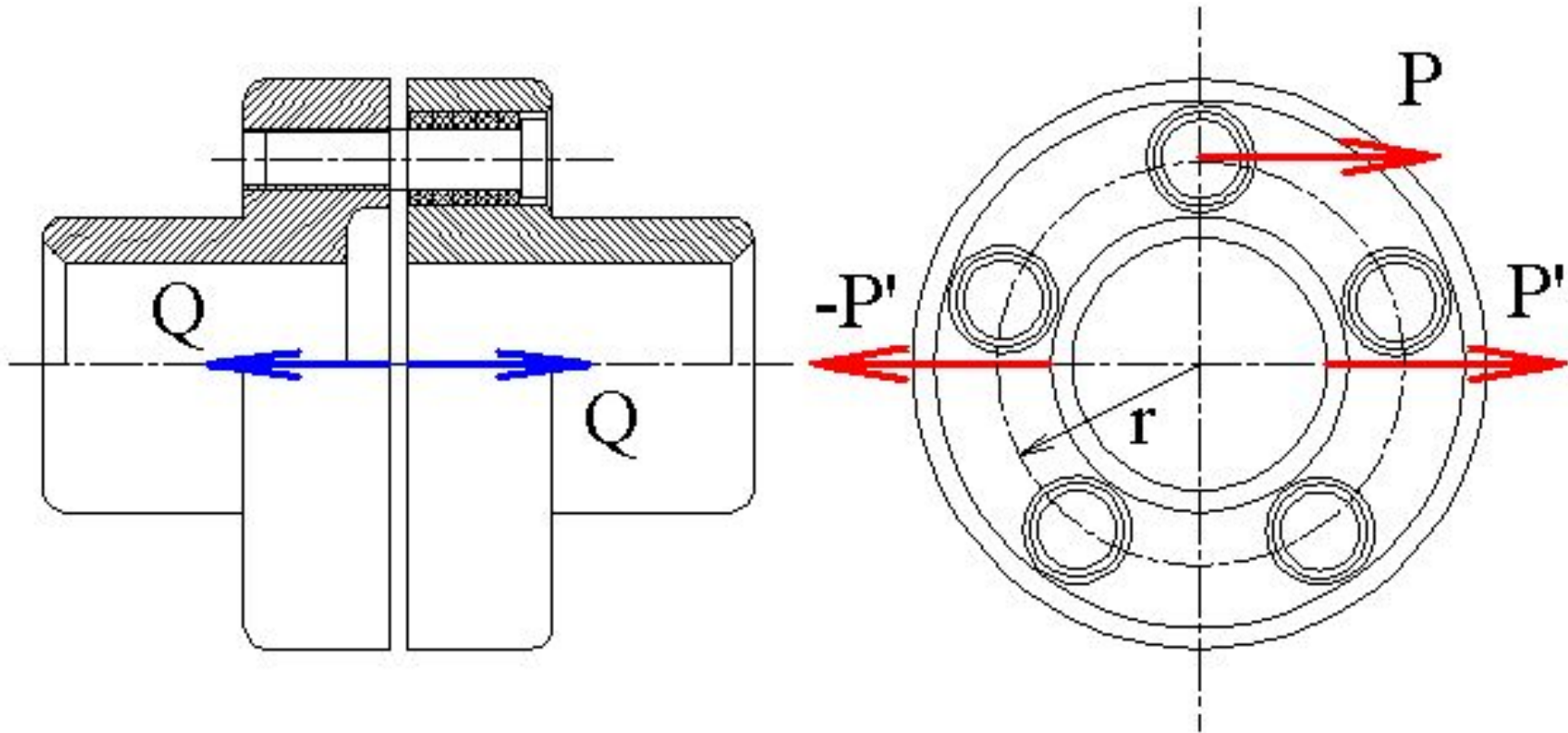
д: статическая
неуравновешенность $V^{II} = V^{III}$



ж: моментная
неуравновешенность $V^{II} = -V^{III}$



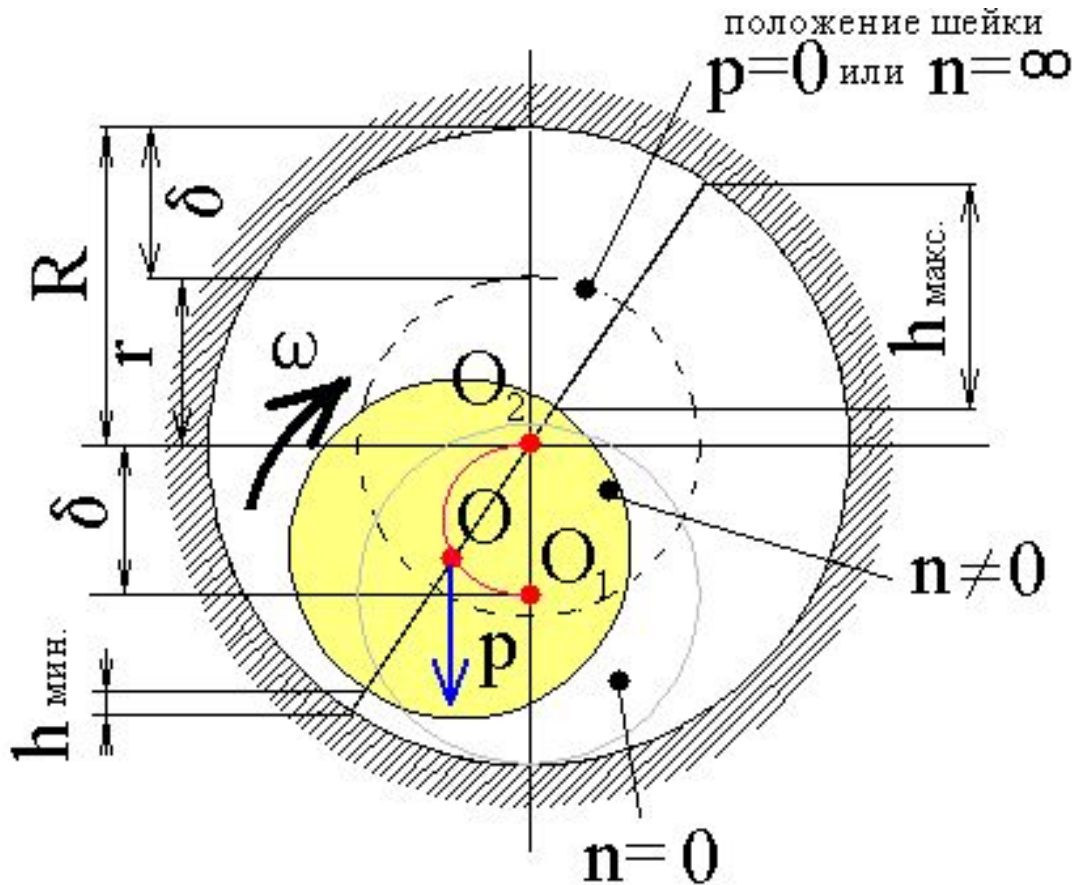
Расцентровка, подвижная муфта



$$Q \approx (0.1 \div 0.3) P$$

Размах виброперемещения возрастает пропорционально передаваемой мощности

Подшипники скольжения



Средний зазор:

$$\delta = (D - d) / 2 = R - r$$

Относительный зазор:

$$\psi = \delta / r = 2\delta / d$$

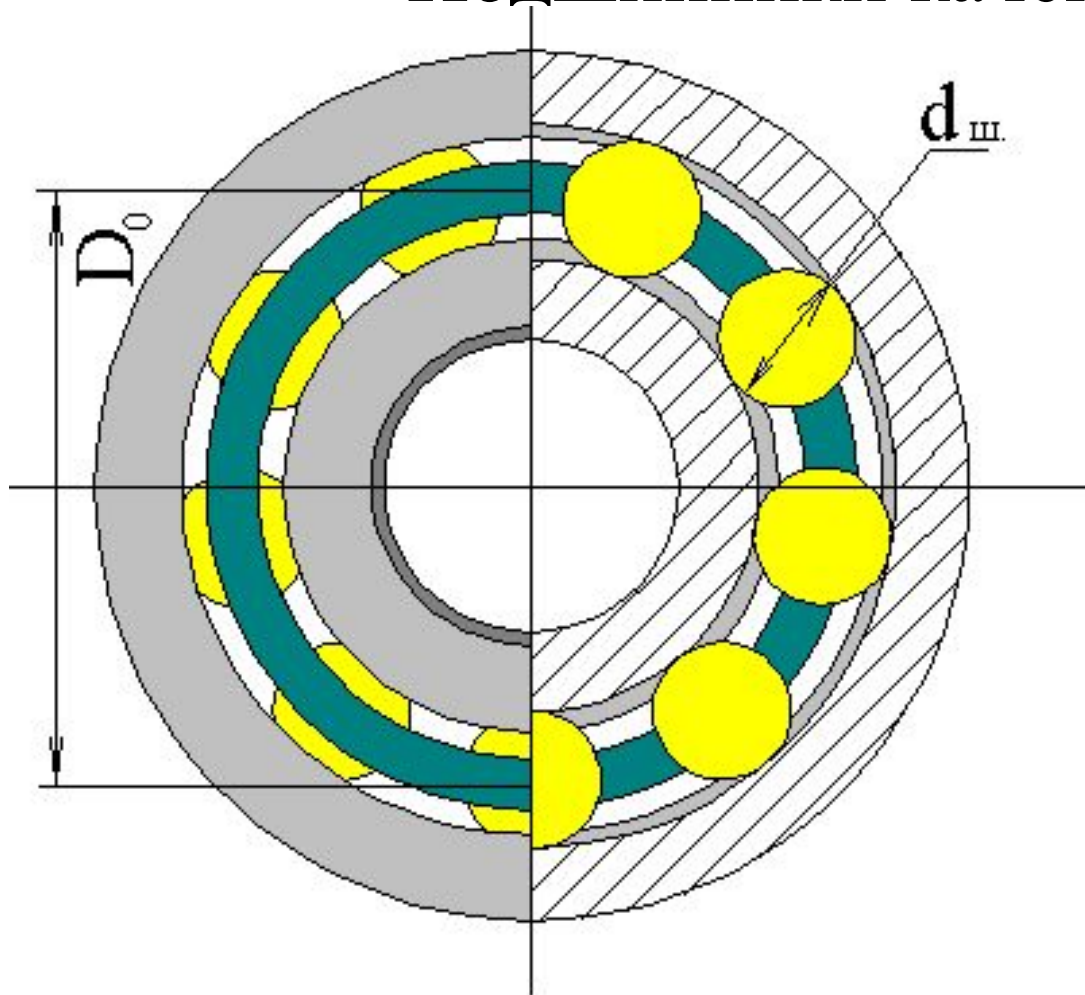
Где: относительный эксцентриситет $\chi = e / \delta$;

$$e = OO_2;$$

*α - угол охвата шейки (границы несущего слоя);
динамическая вязкость смазки μ*

$$h_{\text{мин}} = \Phi \left(\frac{\mu \omega}{P} \right)$$

Подшипники качения



Где:

$$k_1 = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{d_{ш}}{D_0} \cos(\gamma) \right) \quad k_2 = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{d_{ш}}{D_0} \cos(\gamma) \right)$$

Частота дефекта сепаратора:

$$f_c = k_1 f_1$$

Частота дефекта нар. кольца:

$$f_H = k_1 f_1 z$$

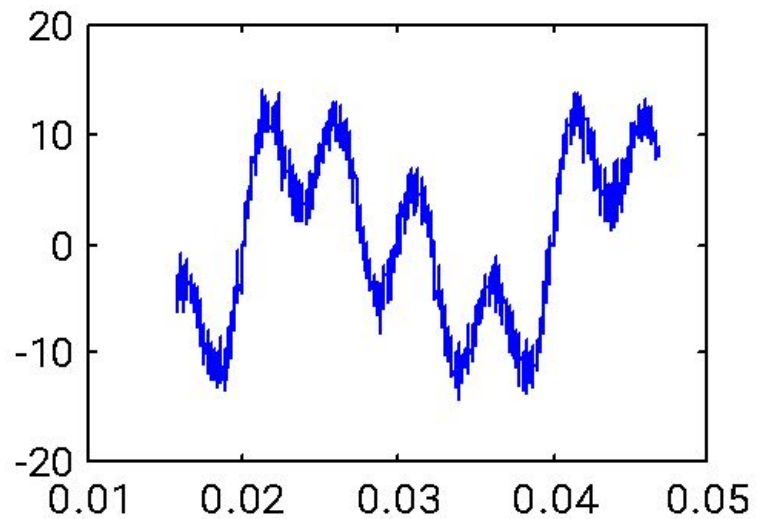
Частота дефекта внут. кольца:

$$f_B = k_2 f_1 z$$

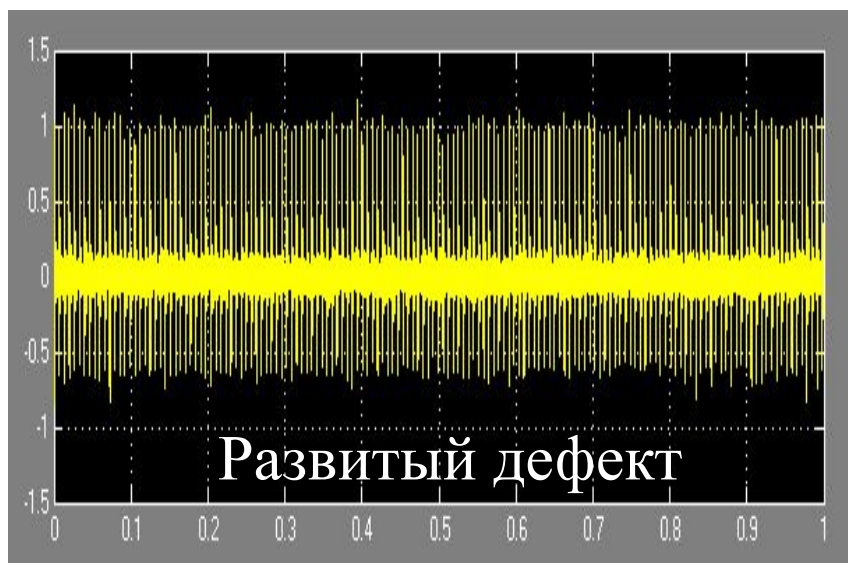
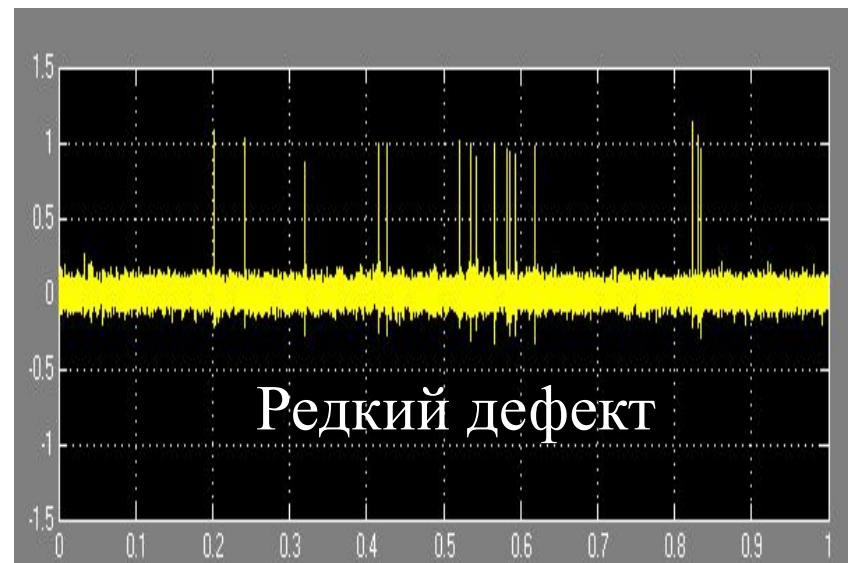
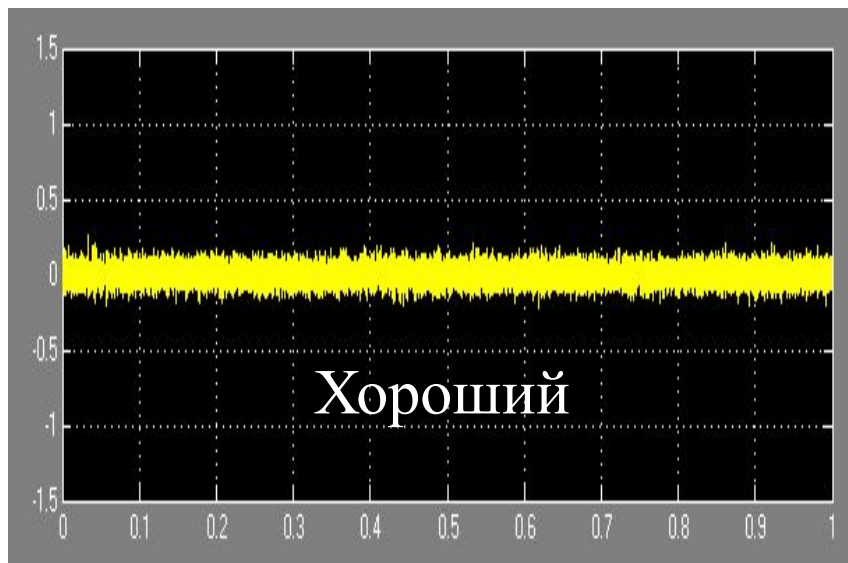
Дефект тел качения:

$$t^m = \sum t^j \frac{q^m}{D_0} K^j K^s$$

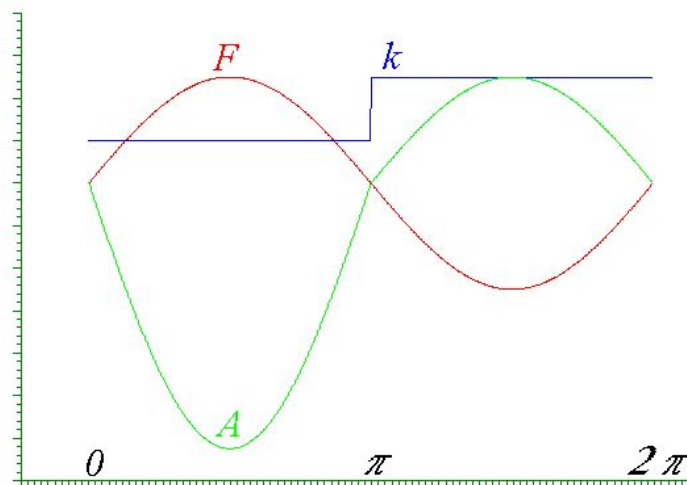
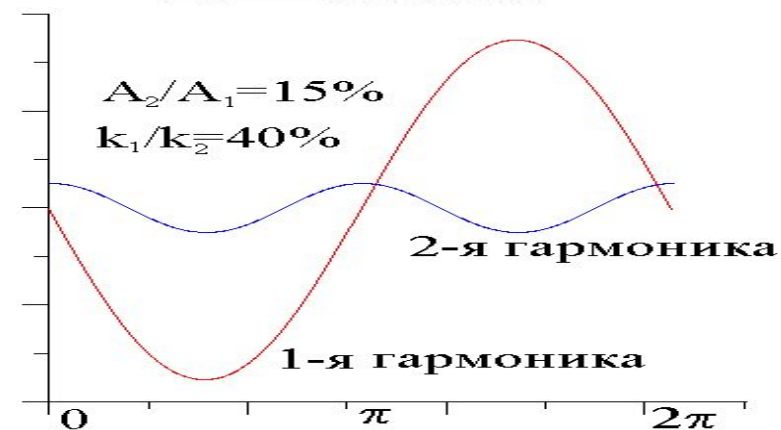
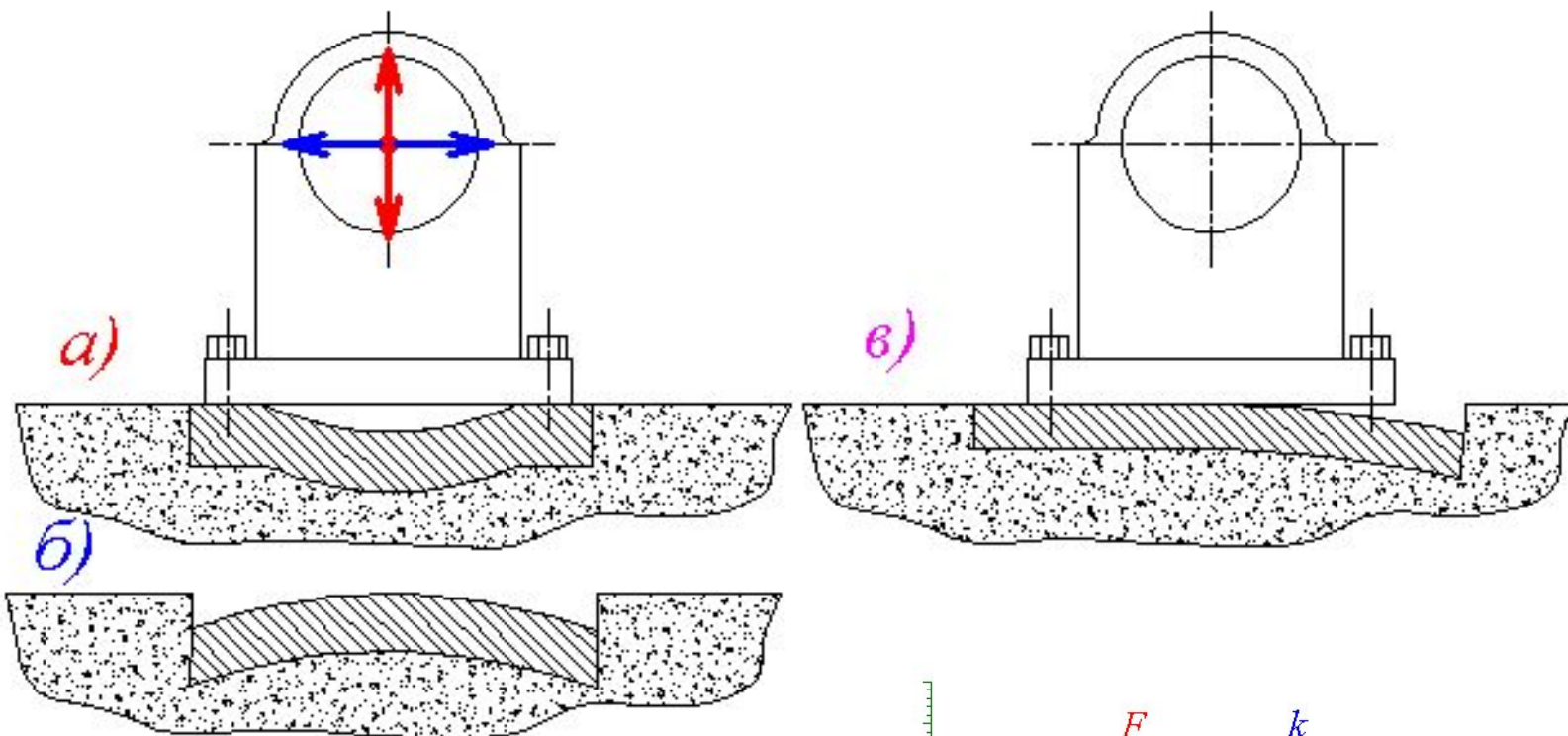
Метод огибающей



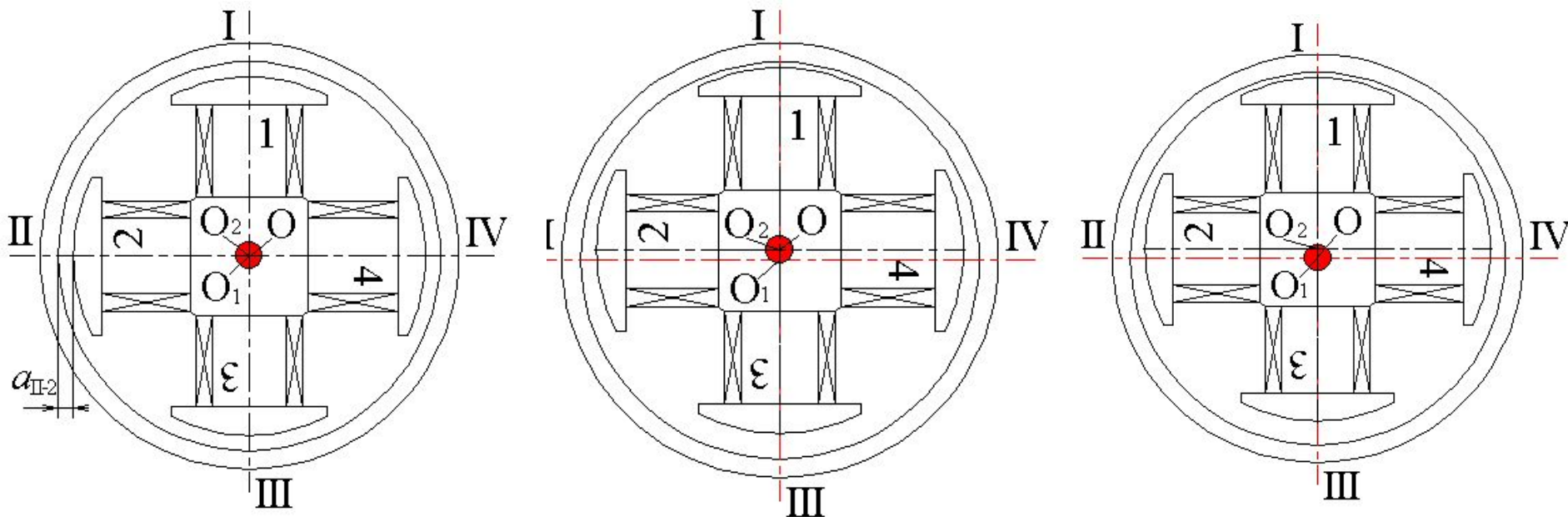
Развитие дефекта подшипника качения во времени



Плохое крепление машины на



Неравномерные воздушные зазоры



$$2f_c$$

$$f_p$$

O_1 - ось цилиндрической расточки; O_2 - ось симметрии поверхности полюсов
 O - ось вращения

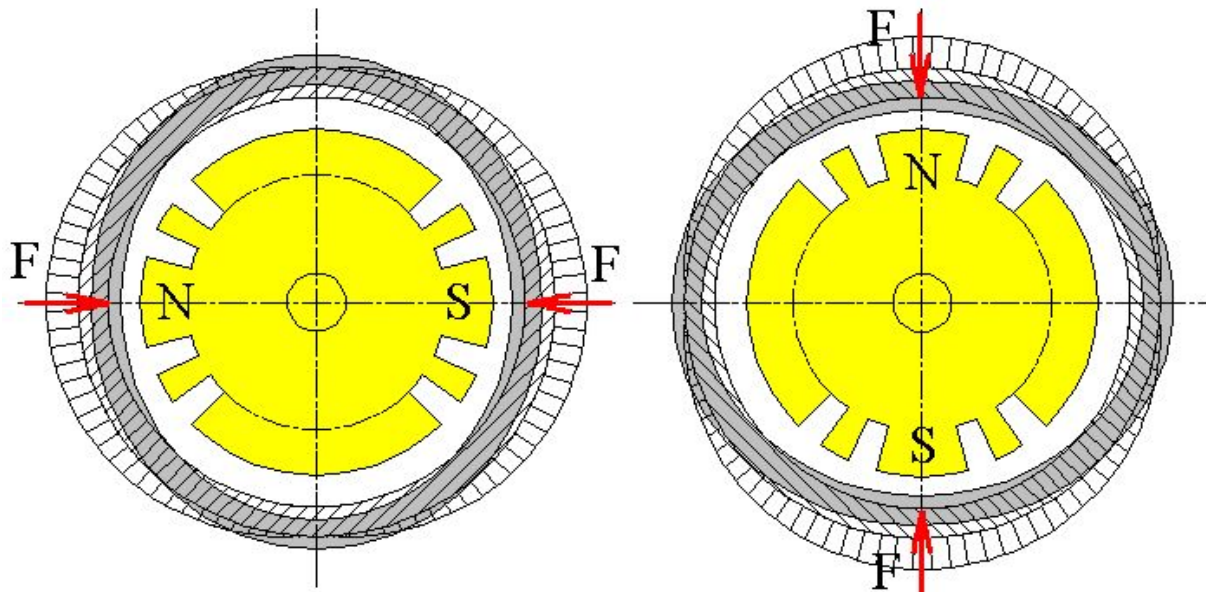
Магнитная несимметрия при равномерных воздушных зазорах



Магнитная несимметрия
при равномерных воздушных зазорах

Витковые замыкания
в роторах

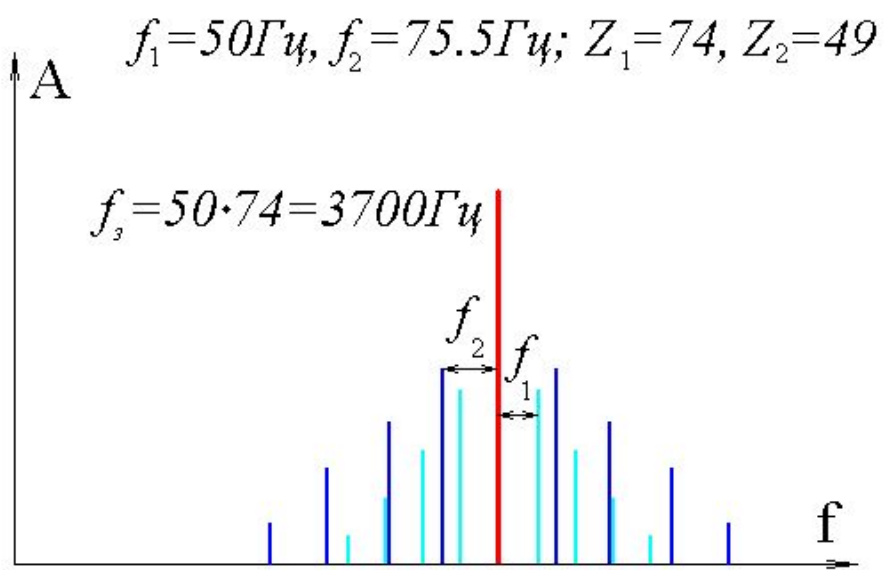
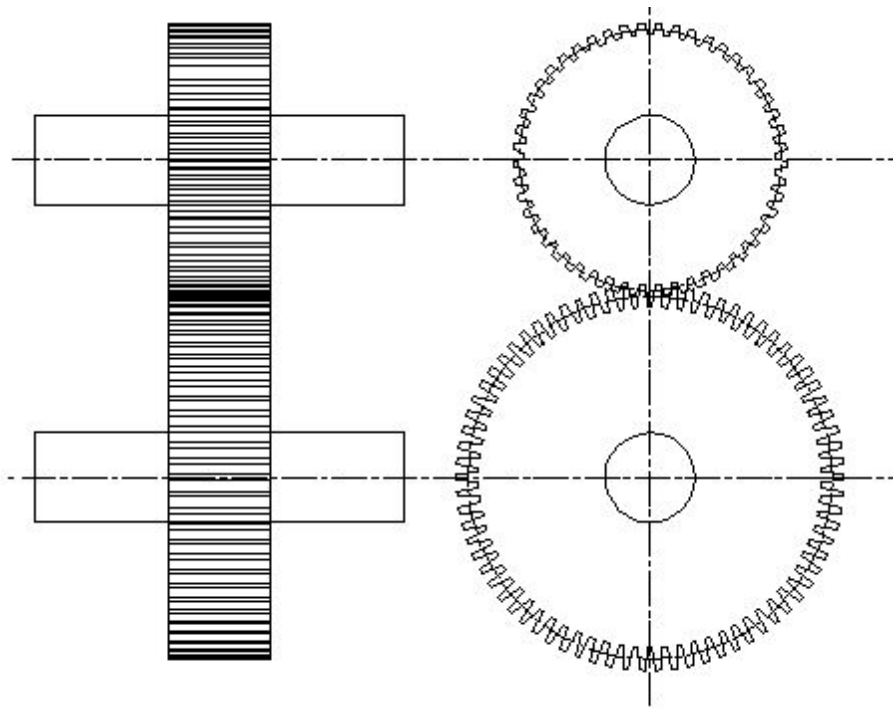
Вибрации, связанные с
деформациями статора
или магнитной системы



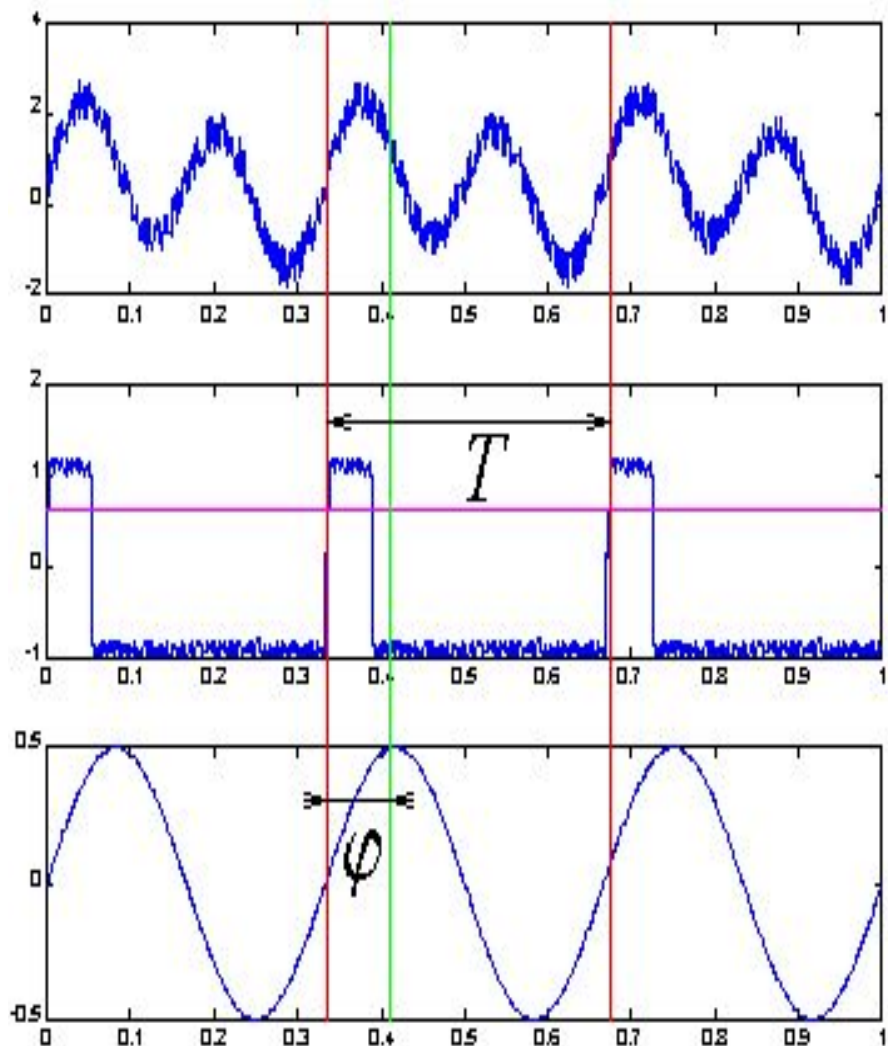
$$f_z = f_p$$

$$f_{ст} = 2f_{сети}$$

Зубчатые передачи

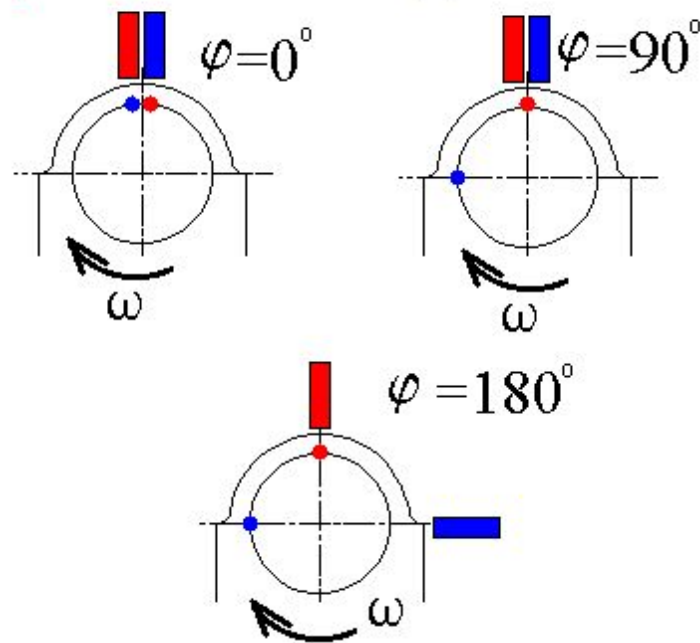


Сдвиг фазы и фазовая поправка

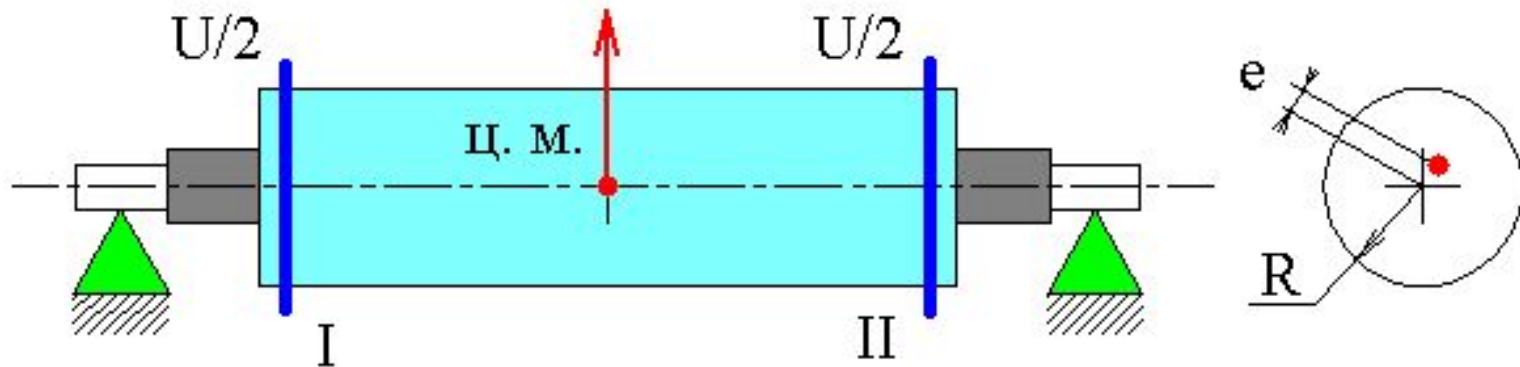


фотоотметчик

датчик



Пример расчета допустимой остаточной неуравновешенности



Масса ротора $W=100$ кг; класс точности балансировки $G=2,5$;

тах частота вращения ротора $N=3000$ об./мин;

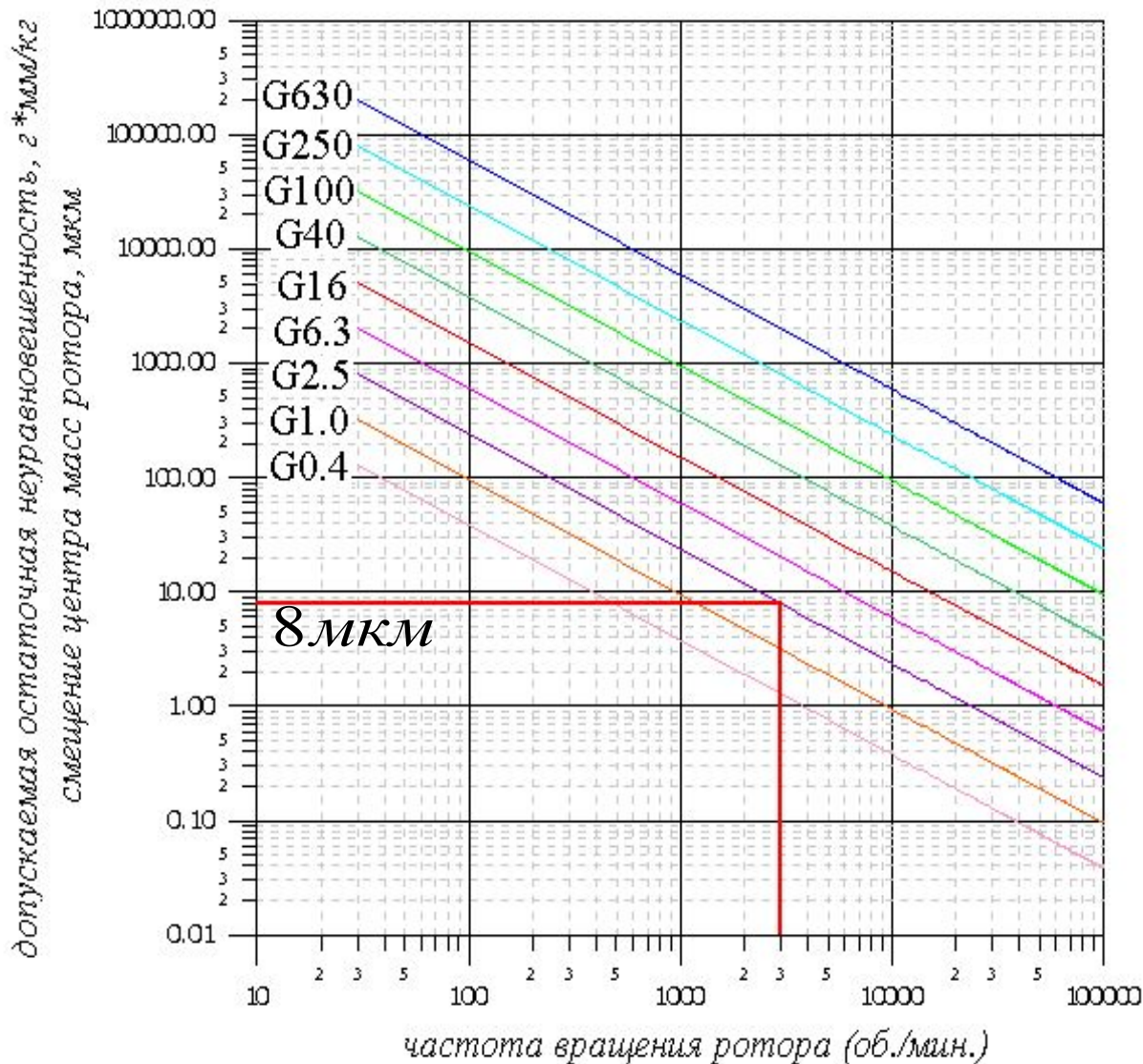
радиус плоскостей коррекции $R=100$ мм.

Доп. остаточная неуравновешенность $U=e*W=100*10^3[\text{г}]*8[\text{мкм}]*10^{-3}=800$ г*мм

Для симметричного ротора $u_1=u_2=U/2=400$ г*мм

При радиусе места коррекции $r_1=r_2=R$ получим $m_{\text{доб1}}=m_{\text{доб2}}=400/100=4$ г.

Нормы на уравнивание роторов



G16 - приводы специального назначения, детали двигателей, коленчатые валы, части сельскохозяйственных машин и дробилок

G6.3 - рабочие колеса насосов и вентиляторов, ротора электромашин общего назначения

G2.5 - паровые и газовые турбины, турбокомпрессоры, приводы станков, маленькие и специальные ротора электромашин

G1 - маленькие ротора электромашин и приводов специального назначения

G0.4 - прецизионные шлифовальные колеса, гироскопы

$$U = \frac{9459GW}{N}$$

Нормы вибрации



Диапазоны		Градации вибросостояния			
Диапазон	Граница	Класс I	Класс II	Класс III	Класс IV
0,28	—	A	A	A	A
0,45	—				
0,71	—				
1,12	—	B	B	B	A
1,8	—				
2,8	—	C	C	B	B
4,5	—				
7,1	—	D	D	C	C
11,2	—				
18	—				
28	—	D	D	D	D
45	—				
71	—				

A - Низкая вибрация

(новые машины)

B - Нормальная

(машина пригодна для эксплуатации без ограничения срока)

C - Повышенная

(машина не пригодна для длительной эксплуатации)

D - Авария

Класс I: Отдельные узлы двигателей и агрегатов, полностью соединительные с основной машиной в рабочих условиях. (Электродвигатели до 15 кВт).

Класс II: Машины средней мощности (электродвигатели 15 – 875 кВт) без специального фундамента, жестко установленные двигатели или машины (до 300 кВт) на специальном фундаменте.

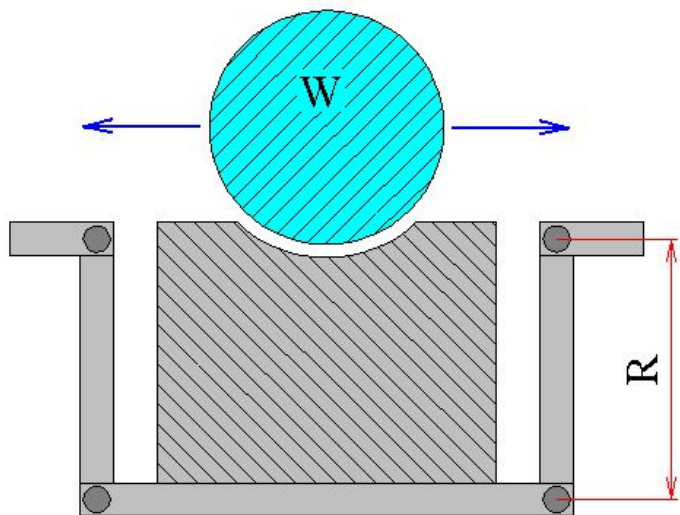
Класс III: Большие первичные двигатели и другие большие машины с вращающимися массами, установленные на жестком и тяжелом фундаменте, относительно жестком в направлении измерения вибрации.

Класс IV: Большие первичные двигатели и другие большие машины с вращающимися массами, установленные на относительно податливом в направлении вибрации фундаменте.

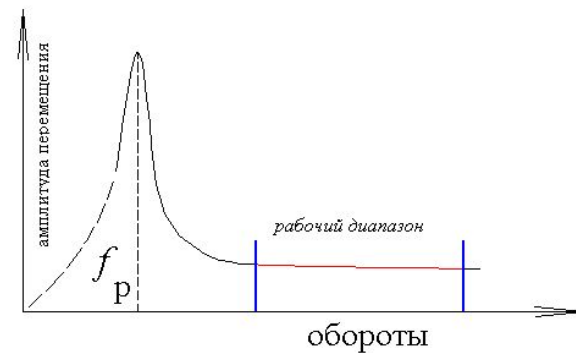
Типы опор балансировочных станков



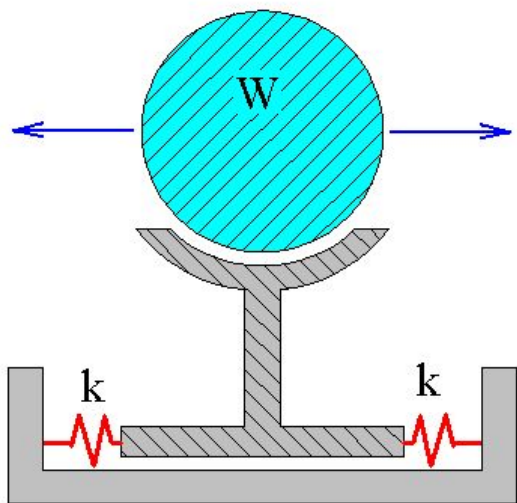
Наша схема:



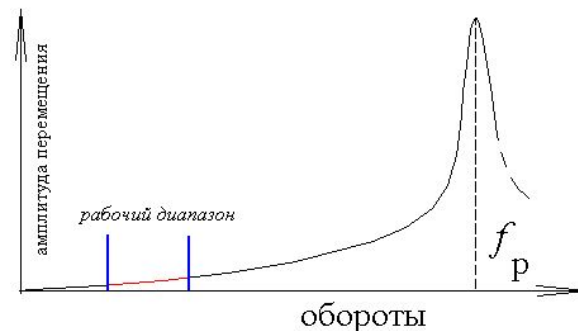
$$f_p = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{R}}$$



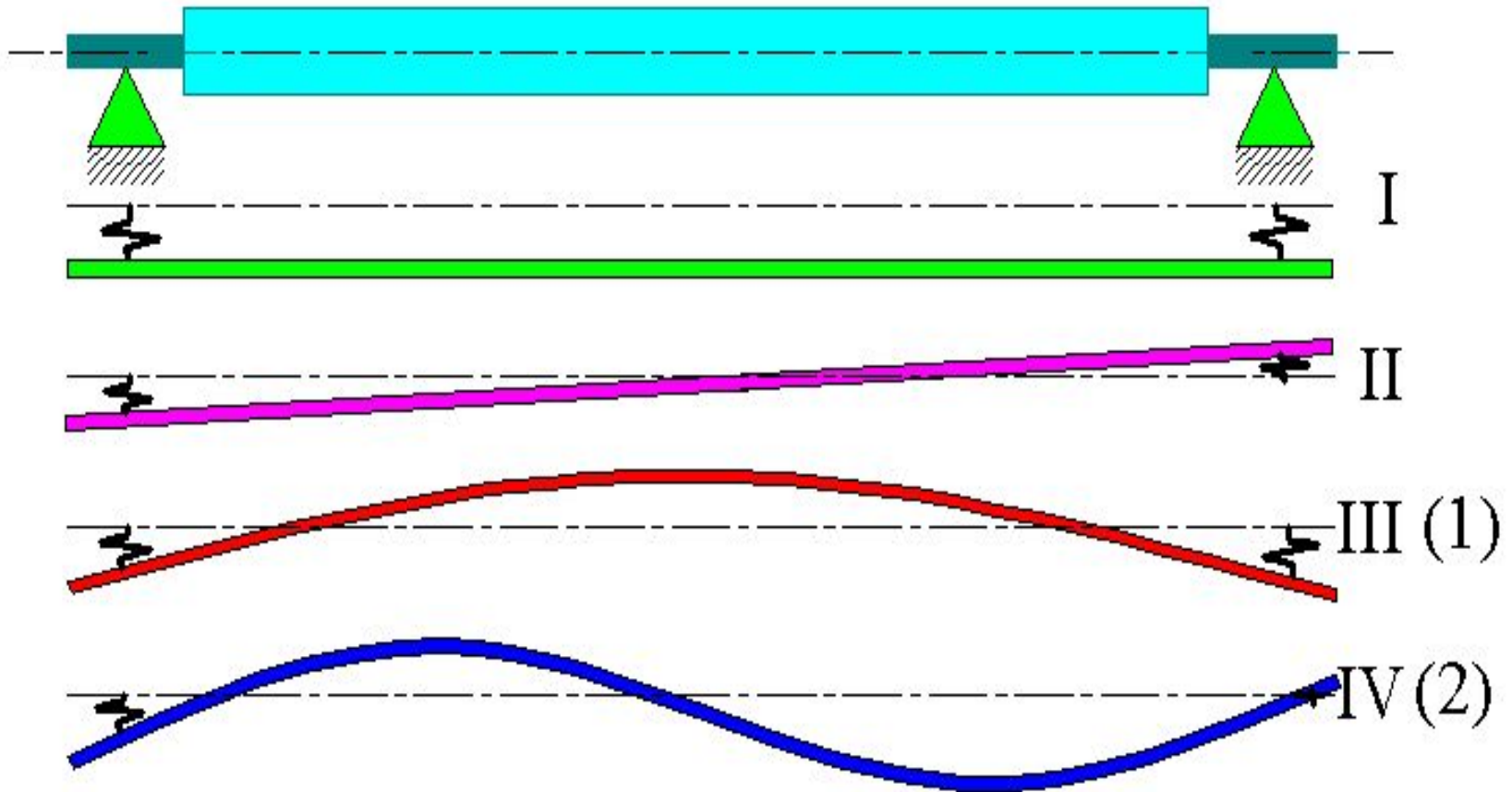
Классическая схема:



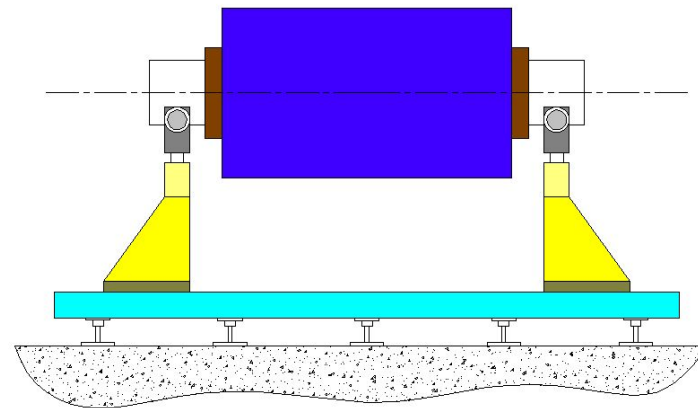
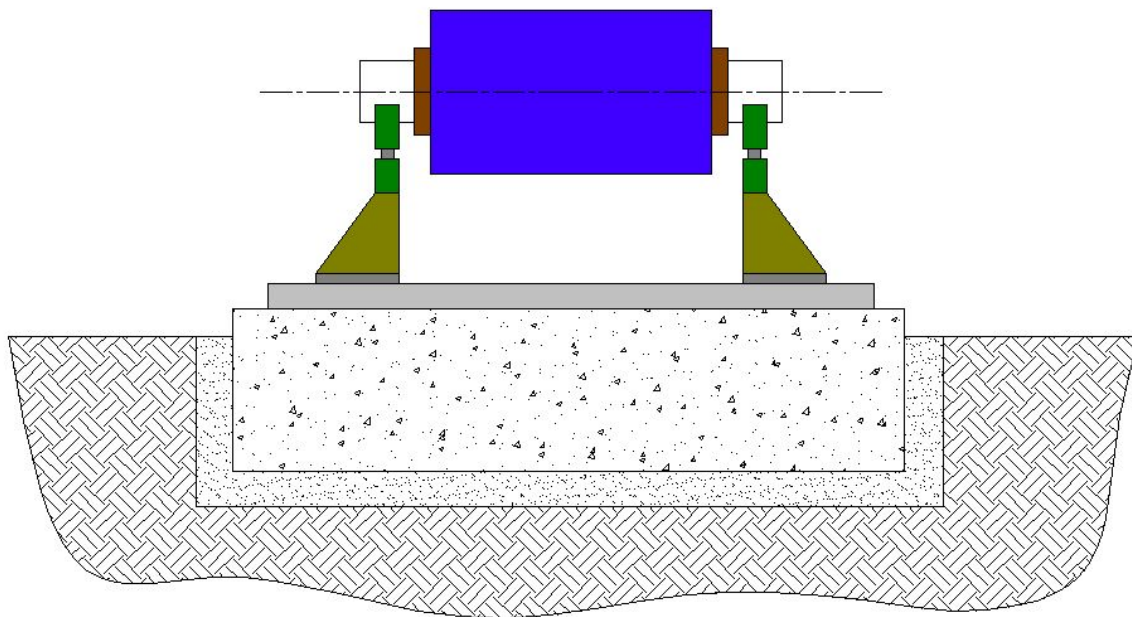
$$f_p = \frac{1}{\pi} \sqrt{\frac{kg}{W}}$$



Собственные частоты и формы колебаний системы ротор-опоры



I, II - ротор остается жестким, III, IV - ротор изгибается
1, 2 - изгибные формы



Станки серии VM

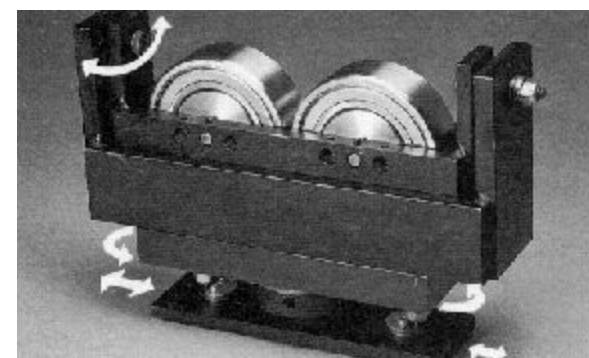
Отличительные особенности станка VM 3000:

- отсутствие затрат на монтаж (устанавливается на обычный цеховой пол)
- транспортабельность (возможность перемещения станка к ротору)
- широкий диапазон уравниваемых роторов (15 кг - 3 тонны)

Особенности роликового блока



Станки серии ВМ,
благодаря оригинальной
конструкции роликового
блока полностью
исключают возможность
накатки шеек ротора

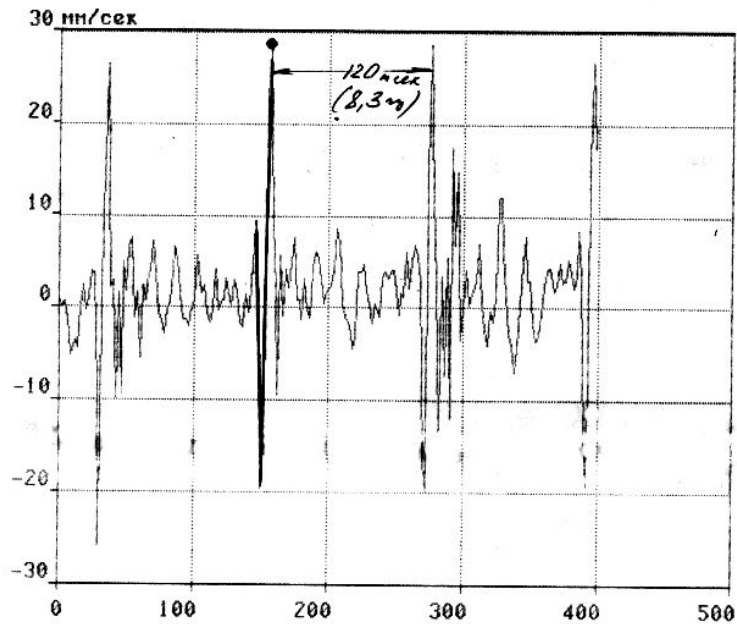


Станки серии ВМ

SPC:RUM Стан:разное Точка: мм/сек

Дата: 30.12.97 Время: 10:48:15

dt = 10.0 нс (100.0 Гц) dv = -19.189 мм/сек



SPC:RUM Стан:разное Точка: мм/сек

Дата: 30.12.97 Время: 10:45:57

Частота: 93.0 Гц Значение: 2.0893 мм/сек

