

12.10.2012

Тема урока
«Применение
производной»

Производная может применяться для:

- 1) Нахождения уравнения касательной к графику функции;
- 2) Нахождение наибольшего и наименьшего значения функции на отрезке;
- 3) Исследование на монотонность, нахождение экстремумов функции.

УРАВНЕНИЕ КАСАТЕЛЬНОЙ К ГРАФИКУ ФУНКЦИИ

Алгоритм нахождения:

- 1) Найти значение функции в заданной точке;
- 2) Найти производную функции;
- 3) Найти значение производной в заданной точке;
- 4) Написать уравнение касательной к графику функции.

ОБЩИЙ ВИД УРАВНЕНИЯ КАСАТЕЛЬНОЙ

$$f(x) = f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0)$$

ПРИМЕР 1

Написать уравнение касательной к графику функции $y=5-3x-2x^3$ в точке $x_0 = 1$.

1) Найдем значение функции в заданной точке

$$y(1) = 5 - 3 \cdot 1 - 2 \cdot 1^3 = 5 - 3 - 2 = 0$$

2) Найдем производную функции

$$y'(x) = (5 - 3x - 2x^3)' = -3 - 6x^2$$

3) Найдем значение производной в заданной точке

$$y'(1) = -3 - 6 \cdot 1^2 = -9$$

4) $f(x) = f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0)$ – общий вид уравнения касательной

$$f(x) = 0 - 9 \cdot (x - 1) = -9x + 9$$

ПРИМЕР 2

Написать уравнение касательной к графику функции $y = \frac{3x+1}{x}$ в точке $x_0 = 1$.

Найдем значение функции в заданной точке

$$y(1) = \frac{3 \cdot 1 + 1}{1} = \frac{4}{1} = 4$$

2) Найдем производную функции

$$y'(x) = \left(\frac{3x+1}{x} \right)' = \frac{(3x+1)' \cdot x - (3x+1) \cdot x'}{x^2} = \frac{3x - (3x+1)}{x^2} = \frac{-1}{x^2}$$

3) Найдем значение производной в заданной точке

$$y'(2) = \frac{-1}{2^2} = -\frac{1}{4}$$

4) $f(x) = f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0)$ – общий вид уравнения касательной

$$f(x) = 2 + \frac{1}{4}(x - 2) = 2 + \frac{1}{4}x - \frac{1}{2} = \frac{1}{4}x - \frac{3}{2}$$

НАХОЖДЕНИЕ НАИБОЛЬШЕГО И НАИМЕНЬШЕГО ЗНАЧЕНИЯ ФУНКЦИИ НА ОТРЕЗКЕ

Алгоритм нахождения наибольшего и наименьшего значения функции $y=f(x)$ на отрезке $[a,b]$

- 1) Найти производную функции;
- 2) Найти стационарные и критические точки, лежащие внутри отрезка $[a,b]$;
- 3) Вычислить значение функции $y=f(x)$ в точках, отобранных на втором шаге, в точках a и b , выбрать среди них наибольшее и наименьшее значение функции

ПРИМЕР 2

Найти наибольшее и наименьшее значение функции $y=x^2 - 8x+19$ на $[-1,5]$

$$1) y'(x) = (x^2 - 8x + 19)' = 2x - 8$$

$$2) 2x + 8 = 0$$

$$2x = -8$$

$$x = -4$$

$$3) y(-1) = (-1)^2 - 8 \cdot (-1) + 19 = 1 + 8 + 19 = 28$$

$$y(5) = 5^2 - 8 \cdot 5 + 19 = 25 - 40 + 19 = 4$$

$$y(4) = 4^2 - 8 \cdot 4 + 19 = 16 - 32 + 19 = 3$$

$$4) y_{\text{наиб}} = 28 \text{ при } x = -1$$

$$y_{\text{наим}} = 3 \text{ при } x = 4$$