Показательные неравенства

их типы и методы решения

С в о й с т в а показательной функции

1. Область определения функции	$(-\infty;\infty)$	
2. Область значений функции	$(0;\infty)$	
3. Промежутки сравнения значений функции с единицей	$y=a^x, a>1$	$y=a^x, 0<a<1$
	при $x>0,\ \ a^x>1$	при $x>0,\ \ 0<a^x<1$
	при $x<0,\ \ 0<a^x<1$	при $x<0,\ \ a^x>1$
4. Четность, нечетность	Функция не является ни чётной, ни нечётной (функция общего вида).	
5. Монотонность	монотонно возрастает на **R**	монотонно убывает на **R**
6. Экстремумы	Показательная функция экстремумов не имеет	
7. Асимптота	Ось O_x является горизонтальной **асимптотой**	
8. При любых действительных значениях **x** и **y; a>0, a≠1; b>0, b≠1.**	1) $a^x \cdot a^y = a^{x+y}$; 2) $a^x : a^y = a^{x-y}$; 3) $(ab)^x = a^x b^x$; 4) $\left(\frac{a}{b}\right)^x = \frac{a^x}{b^x}$; 5) $(a^x)^y = a^{xy}$;	6) $r \in Q$ и $a<b$, то $a^r < b^r$ при $r>0$, $a^r > b^r$ при $r<0$; 7) $r,s \in Q$ и $r>s$, то $a^r > a^s$ при $a>1$, $a^r < a^s$ при $0<a<1$.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ
простейших показательных неравенств:

Пусть **a** – данное положительное, не равное единице число и **b** – данное действительное число. Тогда неравенства

$a^x > b$ ($a^x \geq b$) и **$a^x < b$ ($a^x \leq b$)**

называются простейшими показательными неравенствами.

ЧТО НАЗЫВАЕТСЯ **решением неравенства?**

Решением неравенства с неизвестным x называют число x_0, при подстановке которого в неравенство получается верное числовое неравенство.

ЧТО ЗНАЧИТ
решить неравенство?

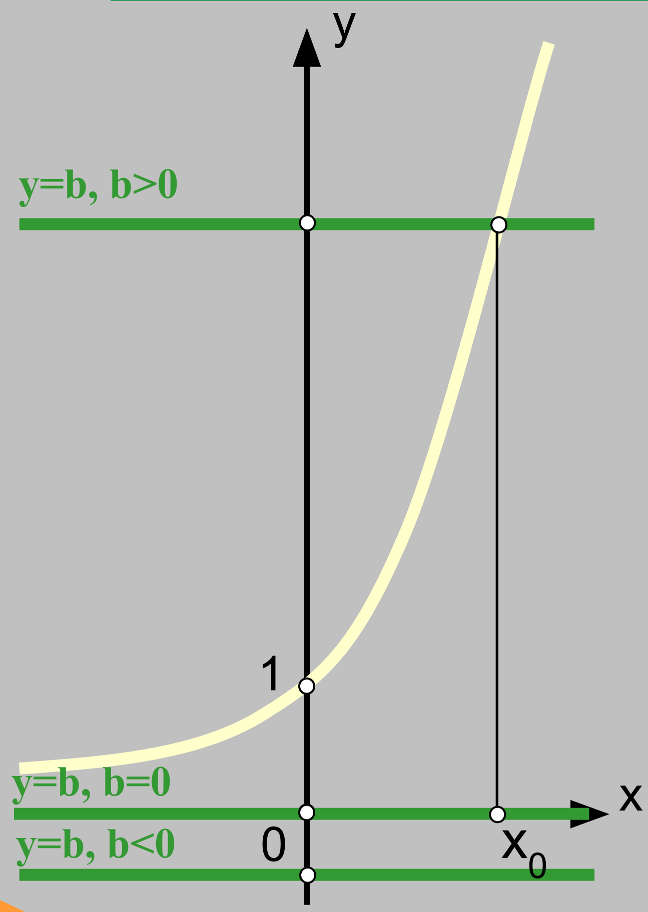
Решить неравенство –

значит, найти все его решения или

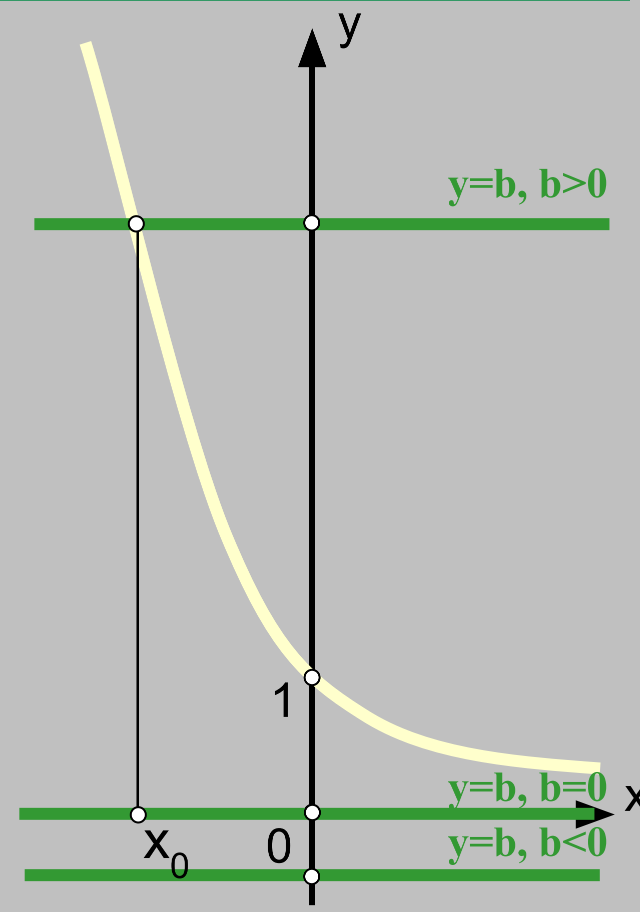
показать, что их нет.

Рассмотрим взаимное расположение графика функции **y=a^x**, **a>0**, **a≠1** и прямой **y=b**

$$y = a^x, a > 1 \text{ и } b \in R$$



$$y = a^x, 0 < a < 1 \text{ и } b \in R$$



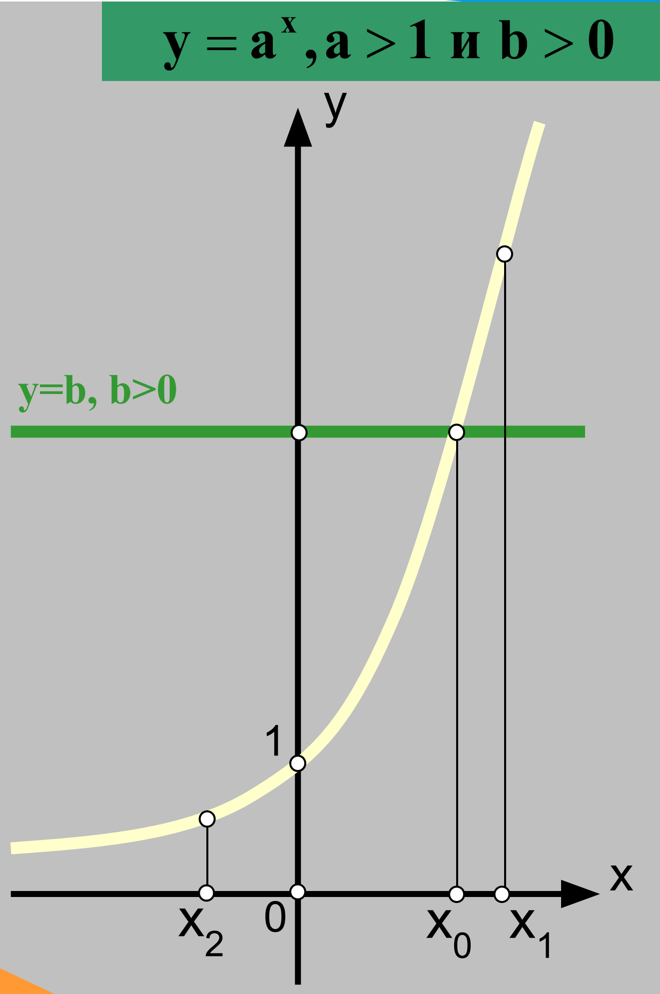
ВЫВОД №1:

При **b ≤ 0** прямая **y=b** не пересекает график функции **$y=a^x$**, т.к. расположена ниже кривой **$y=a^x$**, поэтому неравенства **$a^x > b$ ($a^x \ge b$)** выполняются при **$x \in R$**, а неравенства **$a^x < b$ ($a^x \le b$)** не имеют решения.

$2^x > -5$ справедливо при любых x	$2^x > 0$ и $-5 < 0$
$\left(\frac{1}{3}\right)^x \ge -4$ справедливо при любых x	$\left(\frac{1}{3}\right)^x > 0$ и $-4 < 0$
$10^x < -3$ решений нет	$10^x > 0$ и $-3 < 0$
$\left(\frac{1}{7}\right)^x \le -10$ решений нет	$\left(\frac{1}{7}\right)^x > 0$ и $-10 < 0$

ВЫВОД №2:

При $b > 0$ прямая $y = b$ пересекает график функции $y = a^x$ в единственной точке, абсцисса которой $x_0 = \log_a b$

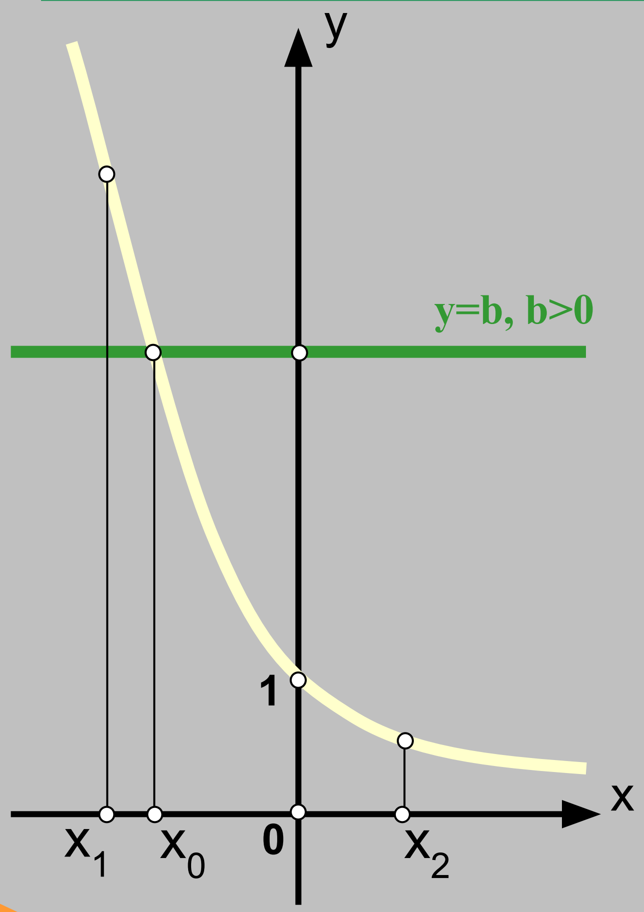


Если $a > 1$ и $b > 0$, то для каждого $x_1 > x_0$ соответствующая точка графика функции $y = a^x$ находится выше прямой $y = b$, а для каждого $x_2 < x_0$ - ниже прямой $y = b$.

ВЫВОД №2:

При **b > 0** прямая у **= b** пересекает график функции $y = a^x$ в единственной точке, абсцисса которой $x_0 = \log_a b$

$y = a^x$, $0 < a < 1$ и $b > 0$



Если **a > 1** и **b > 0**, то для каждого $x_1 < x_0$ соответствующая точка графика функции $y = a^x$ находится выше прямой **y = b**, а для каждого $x_2 > x_0$ - ниже прямой **y = b**.

Простейшие показательные неравенства

$a > 1$		$0 < a < 1$	
$a^x > b$	$a^x < b$	$a^x > b$	$a^x < b$
$a^x > a^{\log_a b}$	$a^x < a^{\log_a b}$	$a^x > a^{\log_a b}$	$a^x < a^{\log_a b}$
$x > \log_a b$	$x < \log_a b$	$x < \log_a b$	$x > \log_a b$