# Решение тригонометрических уравнений

**Урок 11 класс**
**Составила :Кенжалиева Фатима Аруновна – учитель МБОУ Наримановского района «СОШ №7»**

# Решение тригонометрических уравнений

**Цели:**

- Познакомиться с видами тригонометрических уравнений
- Познакомиться со способами решения уравнений.
- Выработать навыки применения способов решения уравнений для конкретных тригонометрических уравнений

# Этапы урока

- ❖ Актуализация знаний учащихся.

1. Тест

- ✔ Теория
- ✔ Практическая работа.
- ❖ Изучение нового материала.
- ❖ Закрепление изученного материала.
- ❖ Домашнее задание.
- ❖ Итоги урока.

# Найти правильный ответ

COS X = a

COS X = 0

COS X = 1

COS X = - 1

SIN  X = a

SIN X = 0

SIN X = 1

SIN X =  - 1

X = (-1)$^{K}$ arcsin a + πn, n € z.

X = π/2 + 2πn, n € z .

X = πn , n € z.

X = 2πn , n € z .

X =± arccos a + 2πn, n € z.

X =- π/2 +2πn, n € z . 0

X =π + 2πn, n € z.

X = π/2 +πn, n € z.

# Выберите правильный вариант ответа( ответы)

| | |
|---|---|
| 1.$\sin 2x = -1$ Вариант 1 | 1.$\cos x = 1/2$ Вариант 2 |
| 1) $-\pi/4 + \pi n$, $n \in z$<br>2) $-\pi/4 + \pi/2n$, $n \in z$<br>3)$-\pi/4 + \pi/2n$, $n \in z$ | 1)$\pm \pi/3 + 2\pi n$, $n \in z$<br>2) $\pi/6 + 2\pi n$, $n \in z$<br>3) $-\pi + 4\pi n$, $n \in z$ |
| 2. $\cos 3x = -\sqrt{2}/2$ | 2.2 $\sin 5x - \sqrt{2} = 0$ |
| 1) $(-1)^n \pi/4 + \pi n/3$, $n \in z$<br>2) $\pm 3\pi/4 + 2\pi n/3$ , $n \in z$<br>3)$\pm \pi/4 + 2\pi n/3$, $n \in z$ | 1) $(-1)^n \pi/20 + \pi n/5$, $n \in z$<br>2) $(-1)^n \pi/20 + \pi n$ , $n \in z$<br>3)$\pm \pi/20 + 2\pi n$, $n \in z$ |
| 3.$\sqrt{2} \cos(x + \pi/4) = 1$ | 3.$\cos x/5 = -\sqrt{3}/2$ |
| 1) $\pi/3 + \pi n$, $n \in z$<br>2)$\pm\pi/4 - \pi/4 + 2\pi n$, $n \in z$<br>3) $-\pi/4 + 2\pi n$, $n \in z$ | 1) $(-1)^n 25\pi/6 + \pi n$, $n \in z$<br>2) $\pm 25\pi/6 + 10\pi n$ , $n \in z$<br>3)$\pm \pi/20 + 2\pi n$, $n \in z$ |
| 4. $\sin(3x + \pi/4) = = -\sqrt{3}/2$ | 4. $\cos(3x + \pi/4) = = -\sqrt{3}/2$ |
| 1) $(-1)^{n+1} \pi/9 - \pi/12 + \pi n/3$, $n \in$ z<br>2) $\pm 25\pi/6 + 10\pi n$ , $n \in z$<br>3) $(-1)^n \pi/9 + \pi/4 + \pi n/3$, $n \in z$ | 1) $5\pi/18 + \pi n/12 + 2\pi n/3$, $n \in z$<br>2) $\pm 5\pi/18 - \pi/12 + 2\pi n/3$, $n \in z$<br>3)$\pm 5\pi/3 + 6\pi n$, $n \in z$ |

# Виды тригонометрических уравнений

- Уравнения , сводящиеся к квадратным
- ✔ $a\sin^2x + b\sin x = c$
- Однородные уравнения
- ✔ Первого порядка: $a\sin x + b\cos x = 0$
- ✔ Второго порядка:

$a\sin^2x + b\sin x\cos x + c\cos^2x = 0$

- Почти однородные уравнения
- ✔ $a\sin x + b\cos x = c$

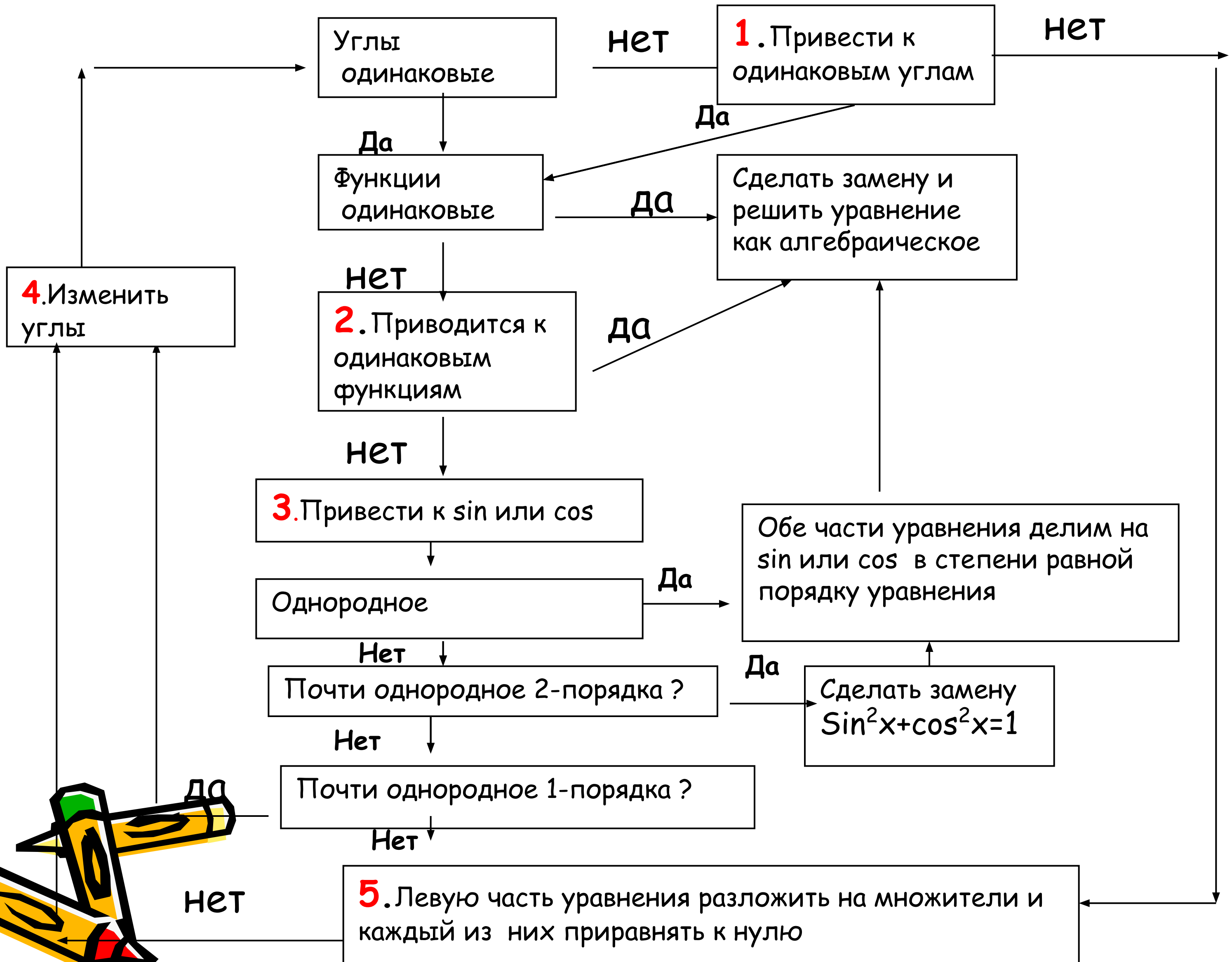
$a\sin^2x + b\sin x\cos x + c\cos^2x = d$

## Методы  решения уравнений

Решение тригонометрического уравнения состоит из двух этапов:  **преобразование уравнения** для получения его простейшего вида  и  **решение** полученного простейшего тригонометрического уравнения. Существует ***несколько*** основных методов решения  тригонометрических уравнений.

- . Алгебраический метод.
- Разложение на множители.
- Приведение к однородному уравнению
- . Переход к половинному углу
- . Введение вспомогательного угла
- Преобразование произведения в сумму.
- Универсальная подстановка

# Блок схема
# Решения тригонометрических уравнений



## Основные термины

- **Определение 1.** Тригонометрическим называется уравнение, в котором неизвестное содержится под знаком тригонометрических функций.
- Например : $\sin(5x+\pi)$; $\cos x$; $\operatorname{tg} 3a$
- **Определение 2.** Говорят, что в тригонометрическом уравнении одинаковые углы, если все тригонометрические функции, входящие в него, имеют равные аргументы. Говорят, что в тригонометрическом уравнении одинаковые функции, если оно содержит только одну из тригонометрических функций.
- Например : $\cos 4x + \sin 4x$
- **Определение 3.** Степенью одночлена называется сумма показателей степеней, входящих в него переменных.
- Например : $7x^5 * y$
- **Определение 4.** Степенью одночлена, содержащего тригонометрические функции, называется сумма показателей степеней тригонометрических функций, входящих в него.

- **Определение 5.** Уравнение называется однородным, если все одночлены, входящие в него, имеют одну и ту же степень. Эта степень называется порядком уравнения.
- Например : $x^2 + xy - 3y^2 = 0$
- **Определение 6.** Тригонометрическое уравнение, содержащее только функции sin и cos, называется однородным, если все одночлены относительно тригонометрических функций имеют одинаковую степень, а сами тригонометрические функции имеют равные углы и число одночленов на 1 больше порядка уравнения.
- Например : $\cos^2 x + 3\sin x * \cos x - 4\sin^2 x = 0$
- **Определение 7.** Тригонометрическое уравнение называется почти однородным, если один одночлен является числом, а степени остальных одночленов равны.
- Например : $\mathrm{Sin}(4X) – \cos(4x) + 3 = 0$

# Формулы соответствующие блокам

- **Блок # 1**. Формулы приведения тригонометрических функций к одинаковым углам:
- 1. $\sin 2a = 2\sin a \cdot \cos a$
- 2. $\cos 2a = \cos^2 a - \sin^2 a$
- 3. $2\sin^2 a/2 = 1 - \cos a$
- 4. $2\cos^2 a/2 = 1 + \cos a$

- **Блок # 2**. Формулы приведения тригонометрических уравнений к одинаковым функциям:
- 1. $\cos^2 a = 1 - \sin^2 a$
- 2. $\sin^2 a = 1 - \cos^2 a$
- 3. $ctg a = 1/tg a$
- 4.Формулы приведения

- **Блок # 3**. Формулы приведения тригонометрических уравнений к функциям синус и косинус:
- 1. $tg a = \sin a/\cos a$
- 2. $ctg a = \cos a/\sin a$

- **Блок # 4**. Формулы изменения углов в тригонометрических уравнениях:
- 1. $\cos 2a = \cos^2 a - \sin^2 a$ 5. $\cos x = \cos^2 x/2 - \sin^2 x/2$
- 2. $\sin 2a = 2\sin a \cdot \cos a$ 6, $\sin x = 2 \sin x/2 * \cos x/2$
- 3. $\cos^2 a/2 = (1 + \cos a)/2$
- 4. $\sin^2 a/2 = (1 - \cos a)/2$
-
- **Блок # 5**. Формулы и приемы разложения левой части тригонометрического уравнения на множители:
- 1. Вынесение за скобку.
- 2. Способ группировки.
- 3. $\sin a + \sin b = 2\sin(a+b)/2 \cdot \cos(a - b)/2$
- 4. $\cos a + \cos b = 2\cos(a+b)/2 \cdot \cos(a-b)/2$
- 5. $\cos a - \cos b = -2\sin(a-b)/2 \cdot \sin(a+b)/2$
- 6. $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$
- 7. $a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$
- 8. $a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$ 9. $\sin x - \sin y = 2 \sin(x-y)/2 * \cos(x+y)/2$

# Закрепление изученного материала

- Решите уравнение:
- **Sin 2x+2cos2x =1**
- 1.Углы одинаковые?
- 2.Функции одинаковые ?
- 3.Приводится к одинаковым функциям?
- 4.Содержит функции sin и cos?
- 5.Является однородным?
- ***<u>Нужно изменить углы</u>*** , для этого применим формулы <u>блока 4 :</u> $\cos 2a = \cos^2 a - \sin^2 a$
- $\sin 2a = 2\sin a \cdot \cos a$
- Получим : $2\sin x\cos x+2(\cos^2 x - \sin^2 x)=1$ ( <u>Почти однородное 2-порядка</u>)
- Применив замену имеем : $2\sin x\cos x+2(\cos^2 x - \sin^2 x)-(\sin^2 x+\cos^2 x)=0$
- Раскрыв скобки и приведя подобные слагаемые получили уравнение: $\cos^2 x-3\sin^2 x+2\sin x\cos x=0$
- Полученное уравнение однородное, поэтому делим каждое слагаемое на $\cos^2 x$ или $\sin^2 x$,
- Тогда получится уравнение:$1-3tg^2 x+2tgx=0$
- Введем новую переменную : tgx= t, получили уравнение:$1-3t^2+2t=0$
- Его корни $t_1= 1$ , $t_{2=}- 1/3$
- Таким образом решение исходного уравнения свелось к решению простейших уравнений : tgx= 1,
- tgx= - 1/3
- $X=\Pi/4+ \Pi n$, n€z ;$x=arctg(-1/3)+ \Pi n$, n€z
- Ответ: $X=\Pi/4+ \Pi n$, n€z ;$x=arctg(-1/3)+ \Pi n$, n€z
- **№1 .Решить уравнение:**
- **а) 2-3sinx - cos2x = 0**
- **Б) sinx = 2sin2x**
- **В) sin3x + sin5x = 0.**

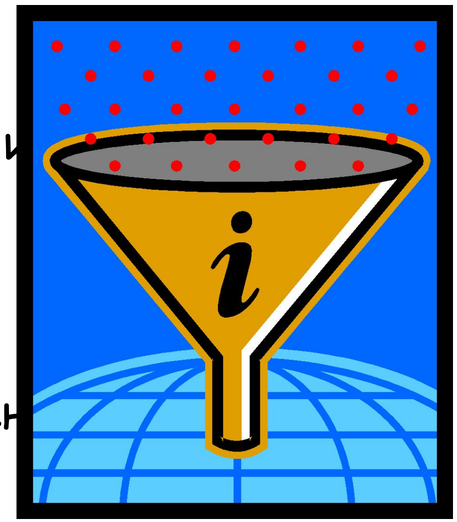
# Домашнее задание

- §36 разобрать задачу 8
- №624,626,1223,1217

# Итоги урока

- 1.Являются ли данные уравнения однородными?
- А) $\cos 7x + \cos x = 0$.
- Б) $\sin^2 x + 14\sin x \cdot \cos x = 15\cos^2 x$.
- В) $4 \sin x + 2 \cos x = 5$

- 2. Одинаковые ли углы у данных функци
- А) $\cos x + \cos 3x = 0$.
- Б) $\sin^2 (4x) - 15\cos^2 x. = 3$
- В) $4 \sin(3x) + 2 \cos(3x) = 5$
- 3. Каким способом решить данное уравнен
- $(1 - \sqrt{2} \cos x/4)(1 + \operatorname{tg} x) = 0$
- $2\sin x + \cos x = 0$



# Это интересно

- Слово «тригонометрия» впервые встречается ( 1505г) в заглавии книги немецкого математика Питискуса. Понятие синуса встречается уже в III веке до нашей эры в работах великих математиков Древней Греции- Евклида, Архимеда.
- Слово косинус намного моложе. Косинус – это сокращенное латинское выражение complementy sinus то есть
- « дополнительный синус» $\cos\alpha = \sin(90^0 - \alpha)$
- Тангенсы возникли в связи с решением задачи об определении длины тени. Тангенс ( а также котангенс, секанс и косеканс) введен в X веке арабским математиком Абу-л-Вафой, который составил и первые таблицы для нахождения тангенсов и котангесов.