Эпиграф урока

«Кто с детских лет занимается математикой,
тот развивает внимание, тренирует свой мозг,
свою волю, воспитывает настойчивость
и упорство в достижении цели».
(А. Маркушевич.)

Точки максимума и минимума

Найти область определения и производную функции:

- 1) $y = 3x^4 – 2x + 5;$

  2) $y = e^{-2x + 1};$

  3) $y = x^2 \cdot sin\,x;$

  4) $y = \frac{2}{x^3};$

  5) $y = ln(2x + 4);$

  6) $y = \sqrt{x}.$

Найти значения x, при которых значение *f(x)* равно 0

- 1) $y = 3x^4 - 2x + 5;$

  2) $y = e^{-2x + 1};$

  3) $y = x^2 \cdot \sin x;$

  4) $y = \frac{2}{x^3};$

  5) $y = \ln(2x + 4);$

  6) $y = \sqrt{x}.$

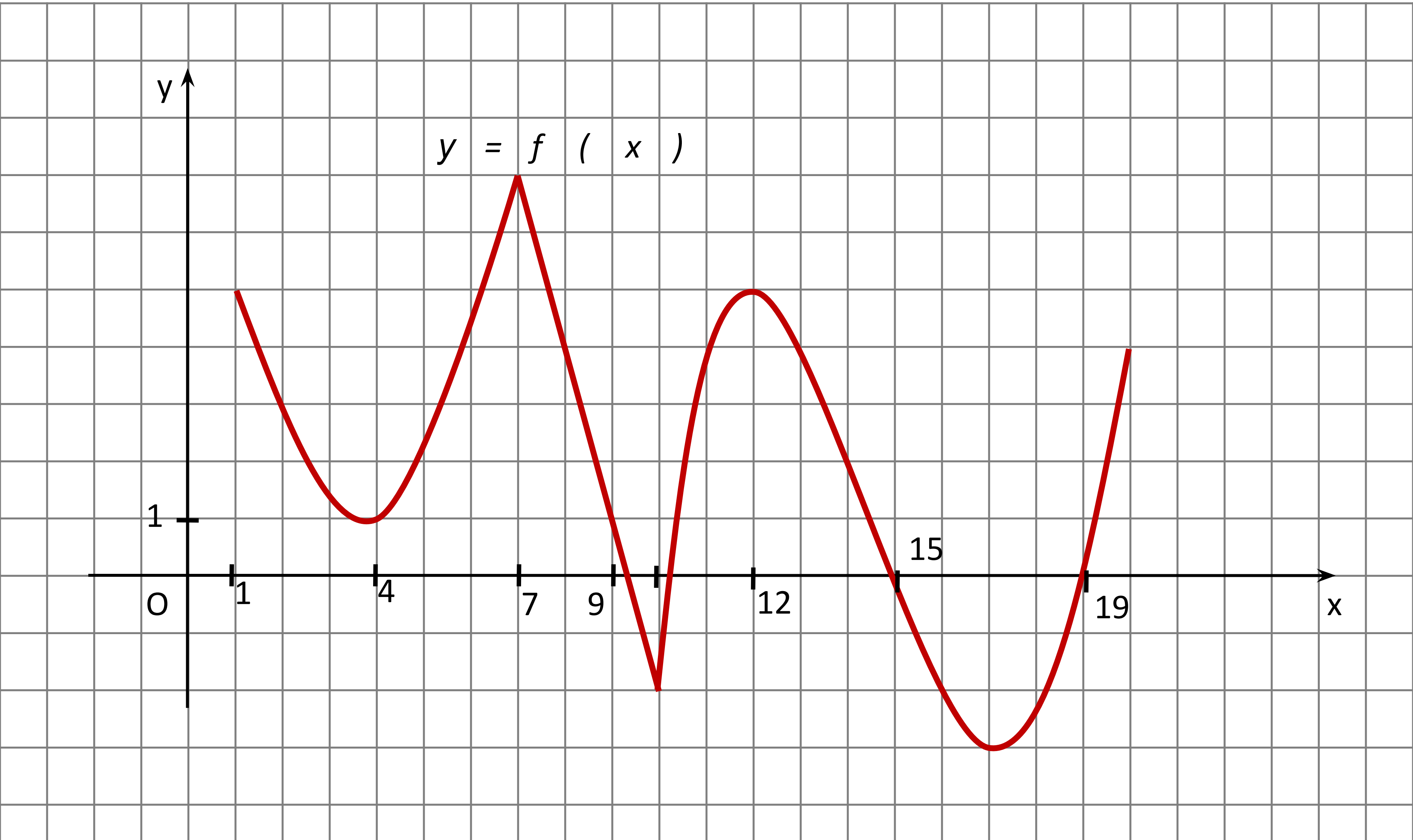
Решить неравенство

1) $15x + 1 > 0$;

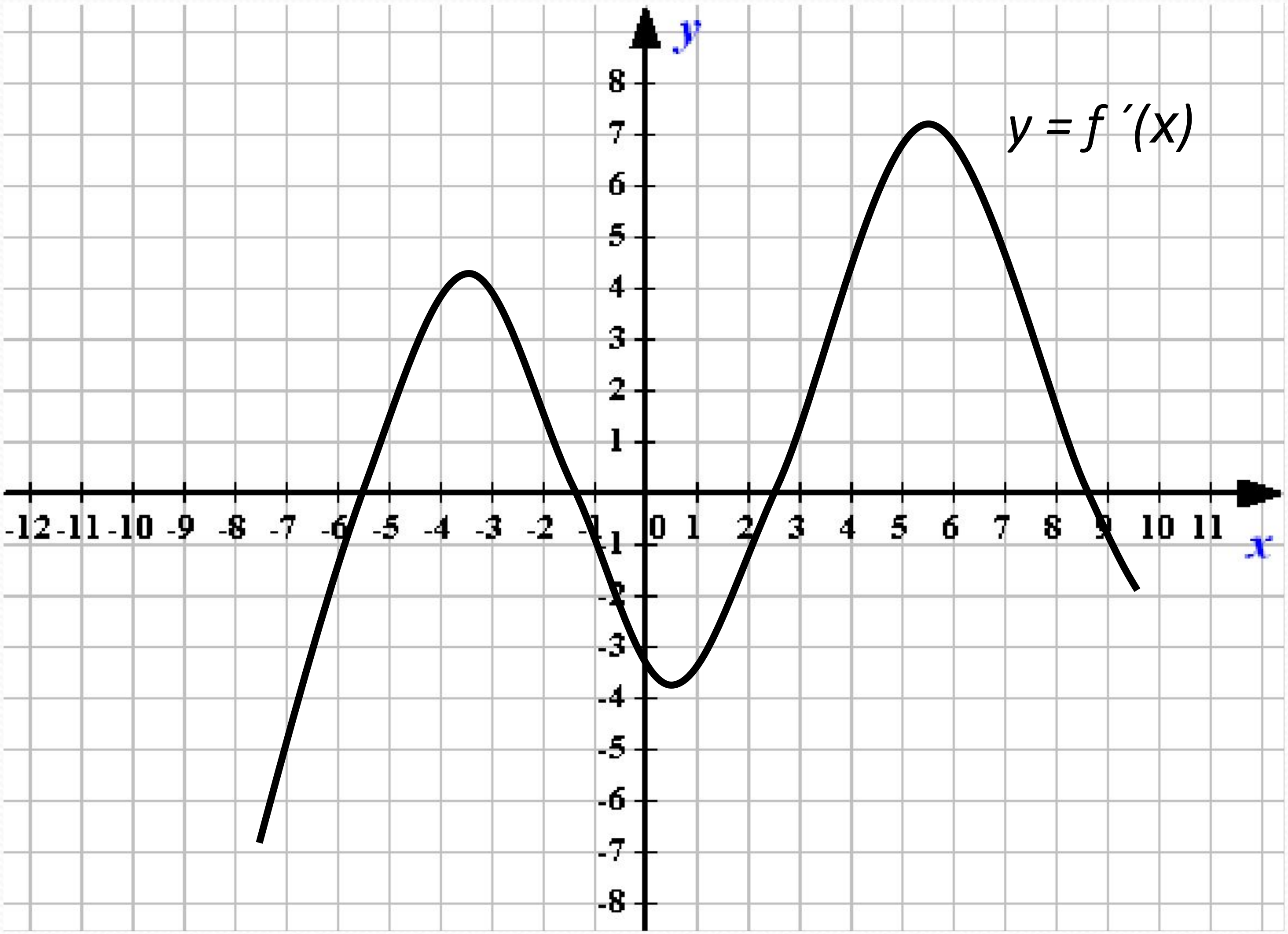
2) $x^2 - 5x + 6 < 0$;

3) $(x + 2)e^x < 0$.

По графику функции определите, на каких промежутках производная функции положительна, на каких - отрицательна?

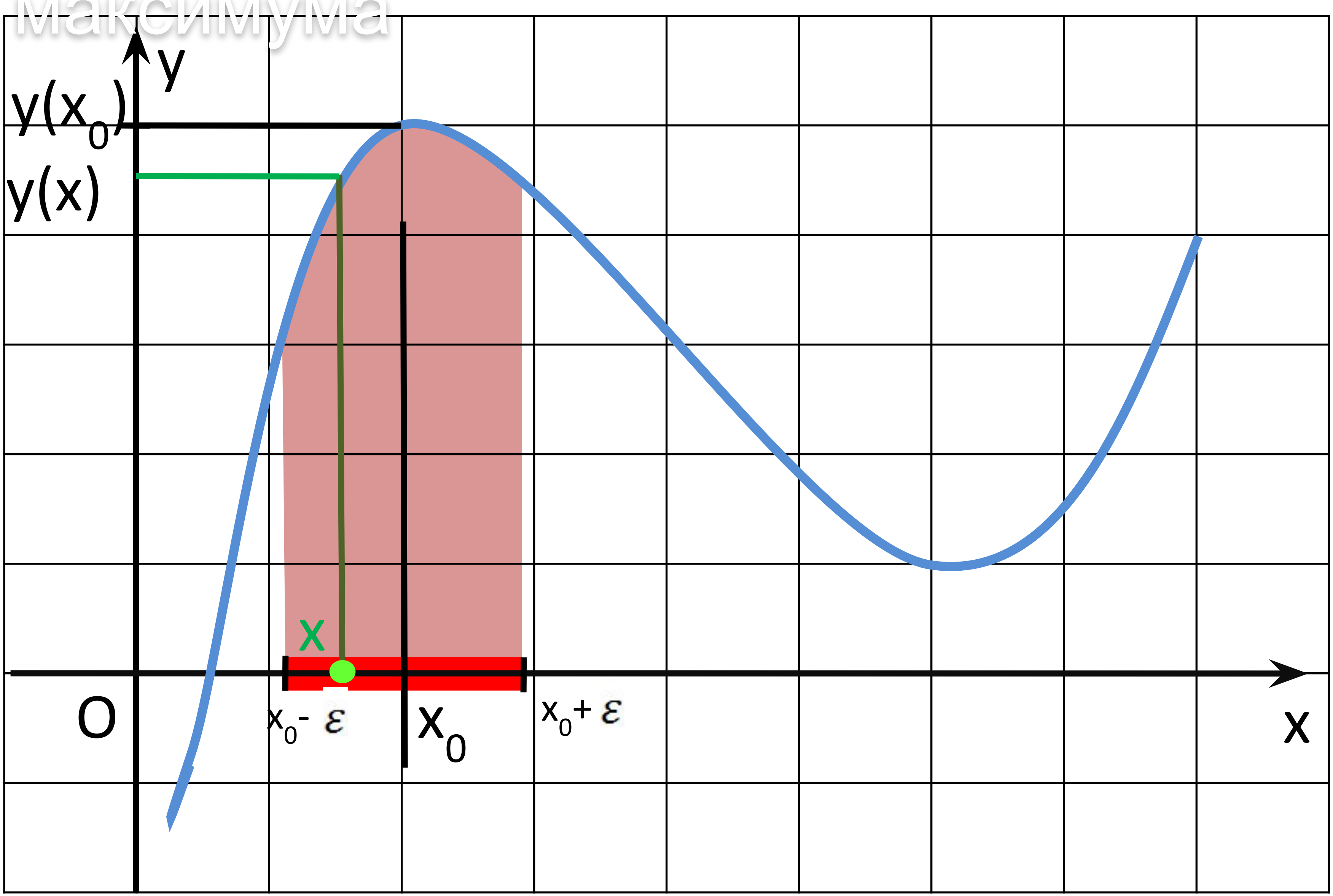


По графику производной функции определите, на каких промежутках функция возрастает, на каких убывает.



Точка максимума

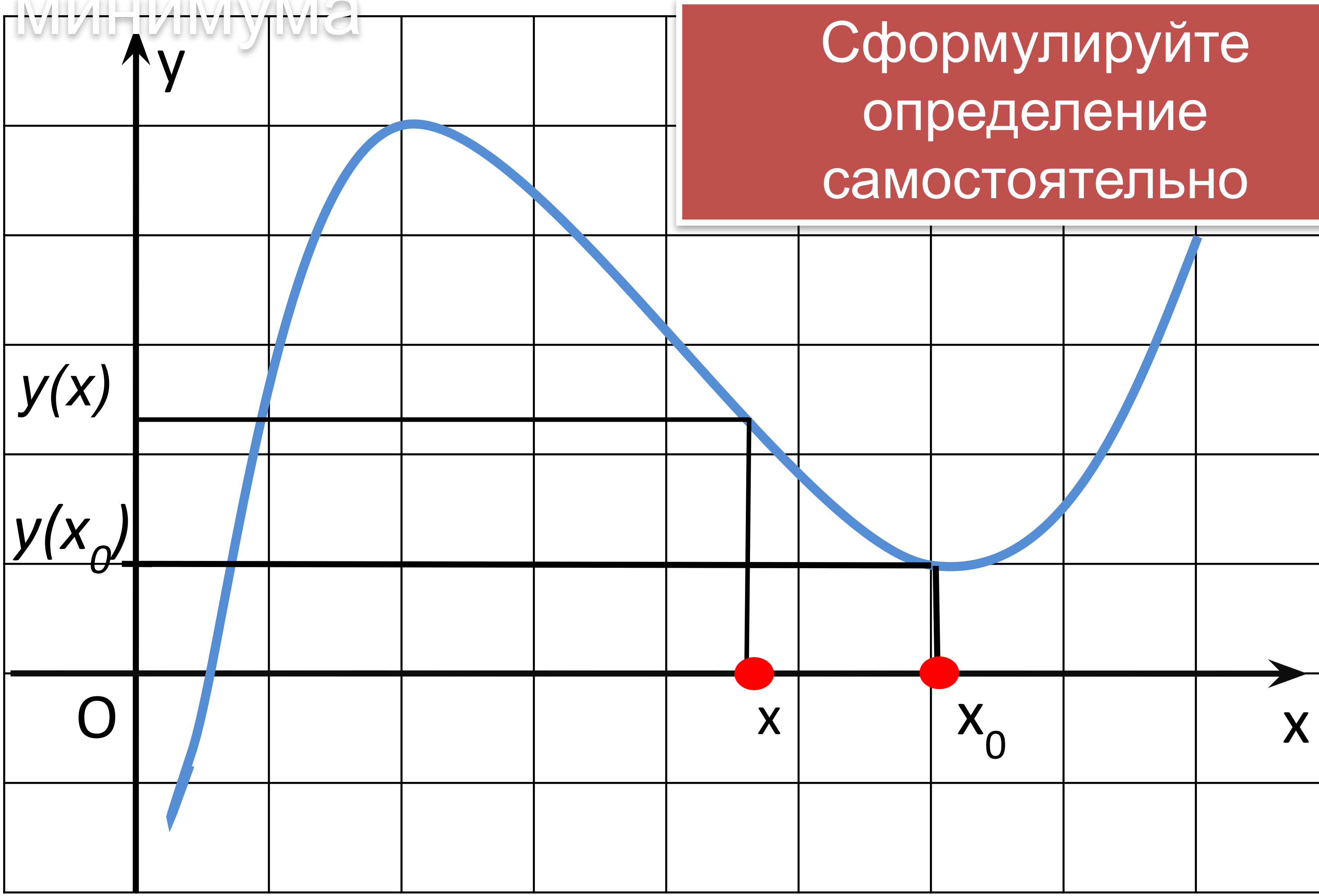
$y(x) < y(x_0)$



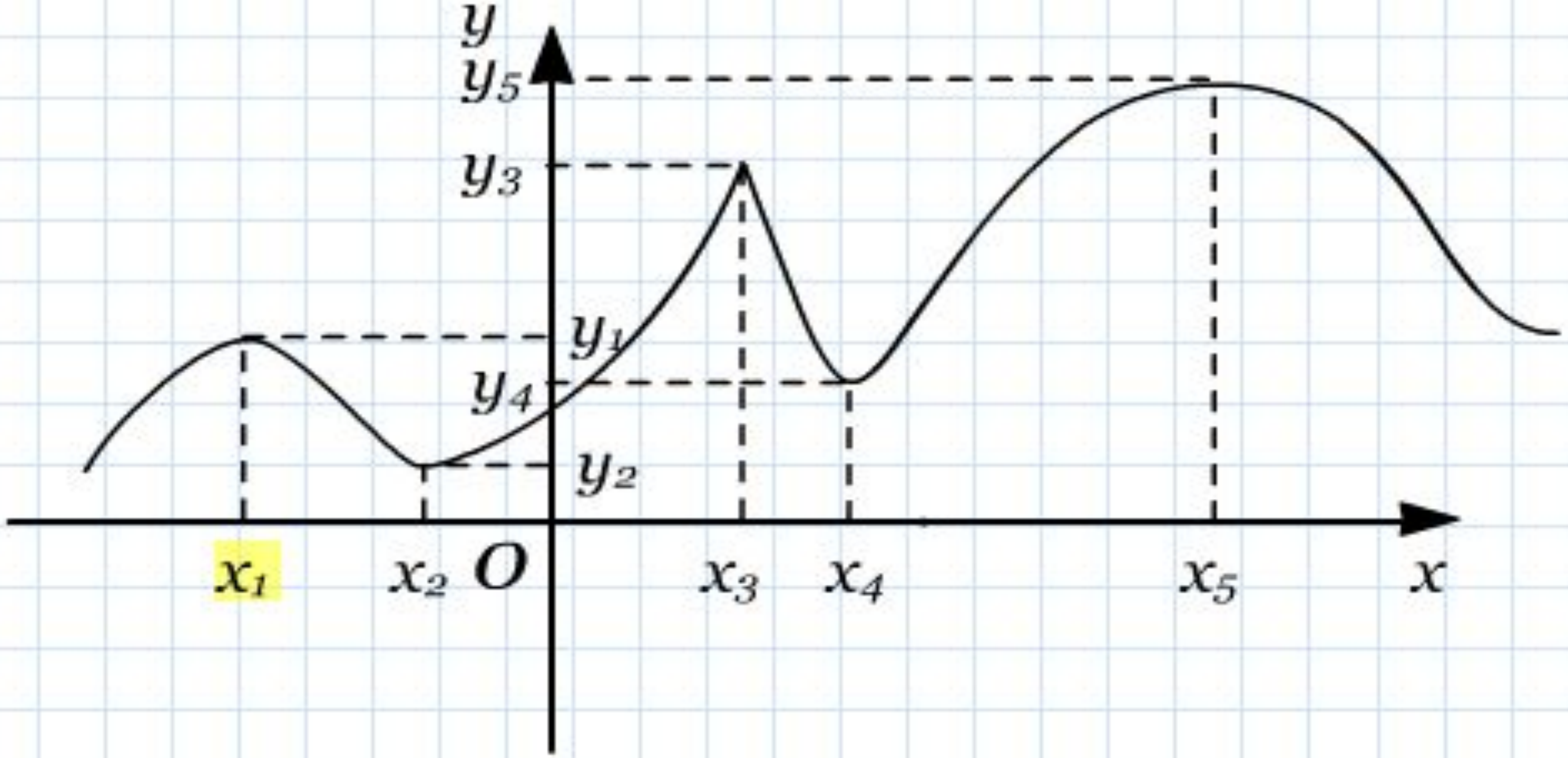
Точка минимума

$y(x) > y(x_0)$

Сформулируйте определение самостоятельно



Точки максимума и минимума называются **точками экстремума** функции



x_1, x_3, x_5–точки максимума

y_1, y_3, y_5 –максимумы

x_2, x_4–точки минимума

y_2, y_4–минимум

Теорема Ферма.

- $1)\ y = 3x^4 - 2x + 5;$

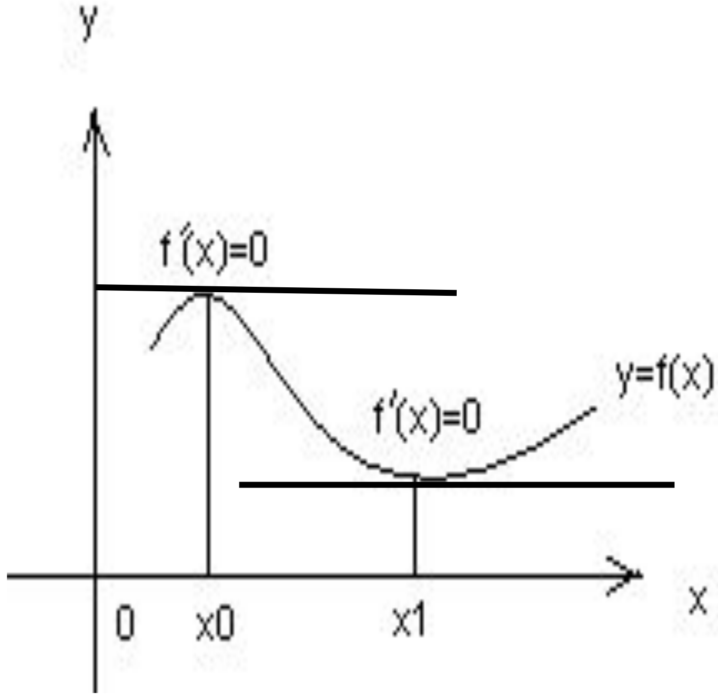
  $2)\ y = e^{-2x+1};$

  $3)\ y = x^2 \cdot \sin x;$

  $4)\ y = \frac{2}{x^3};$

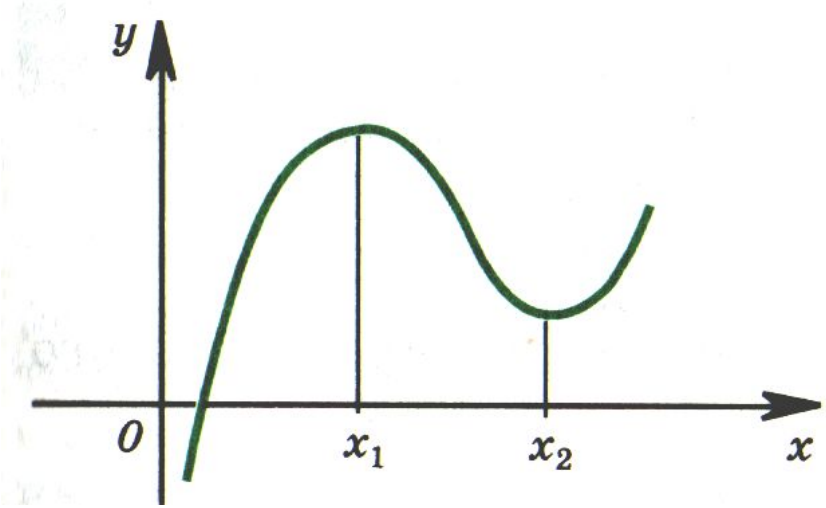
  $5)\ y = \ln(2x + 4);$

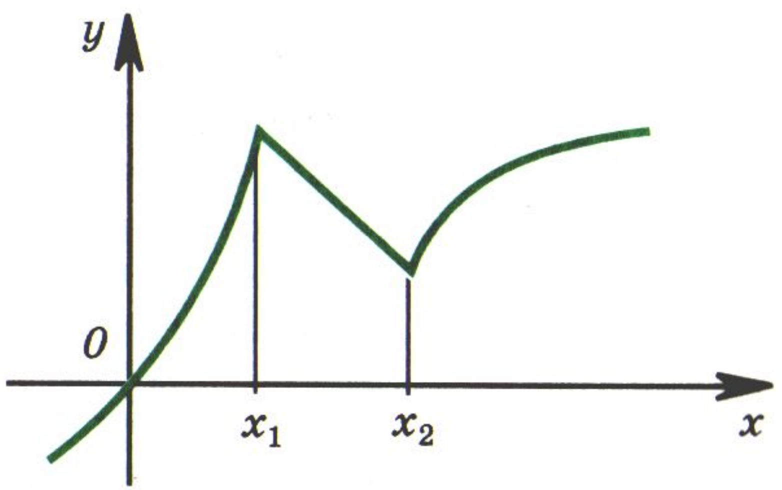
  $6)\ y = \sqrt{x}.$



Критические точки

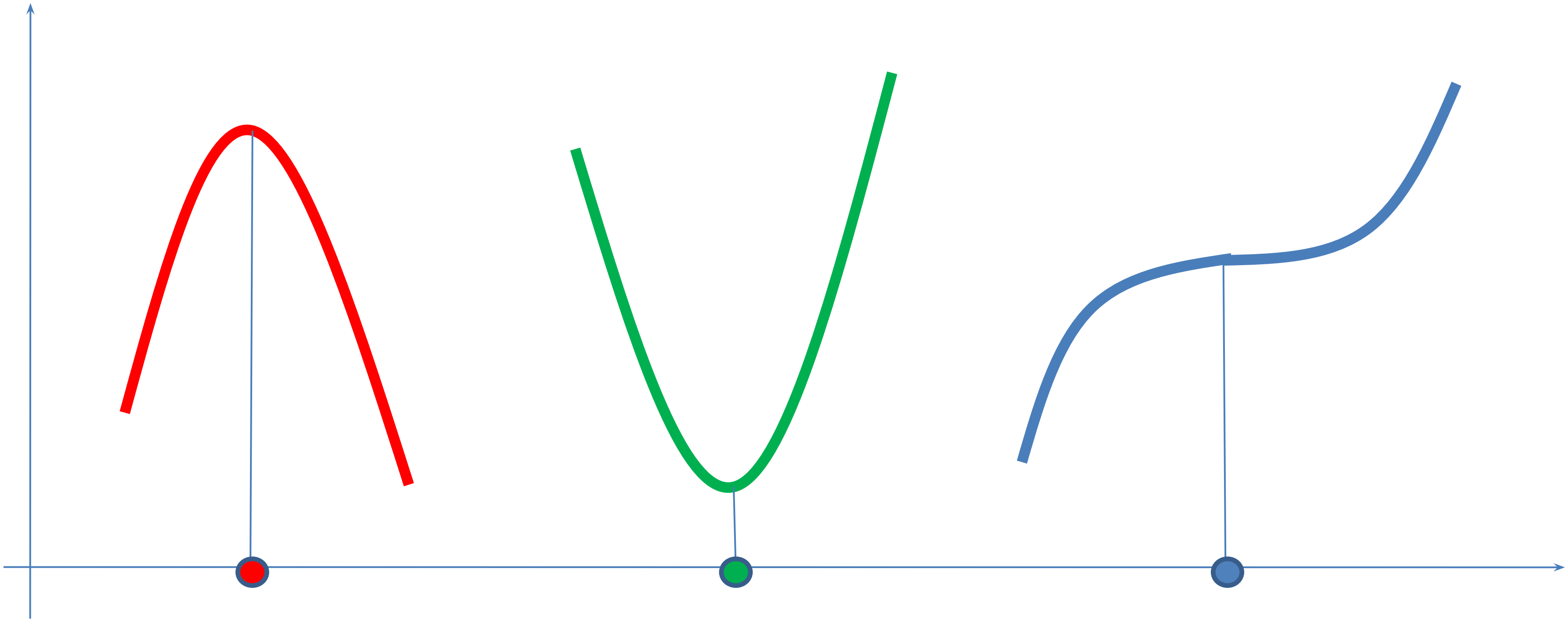
Внутренние точки области определения функции, в которых ее производная равна нулю или не существует, называются **критическими точками**.

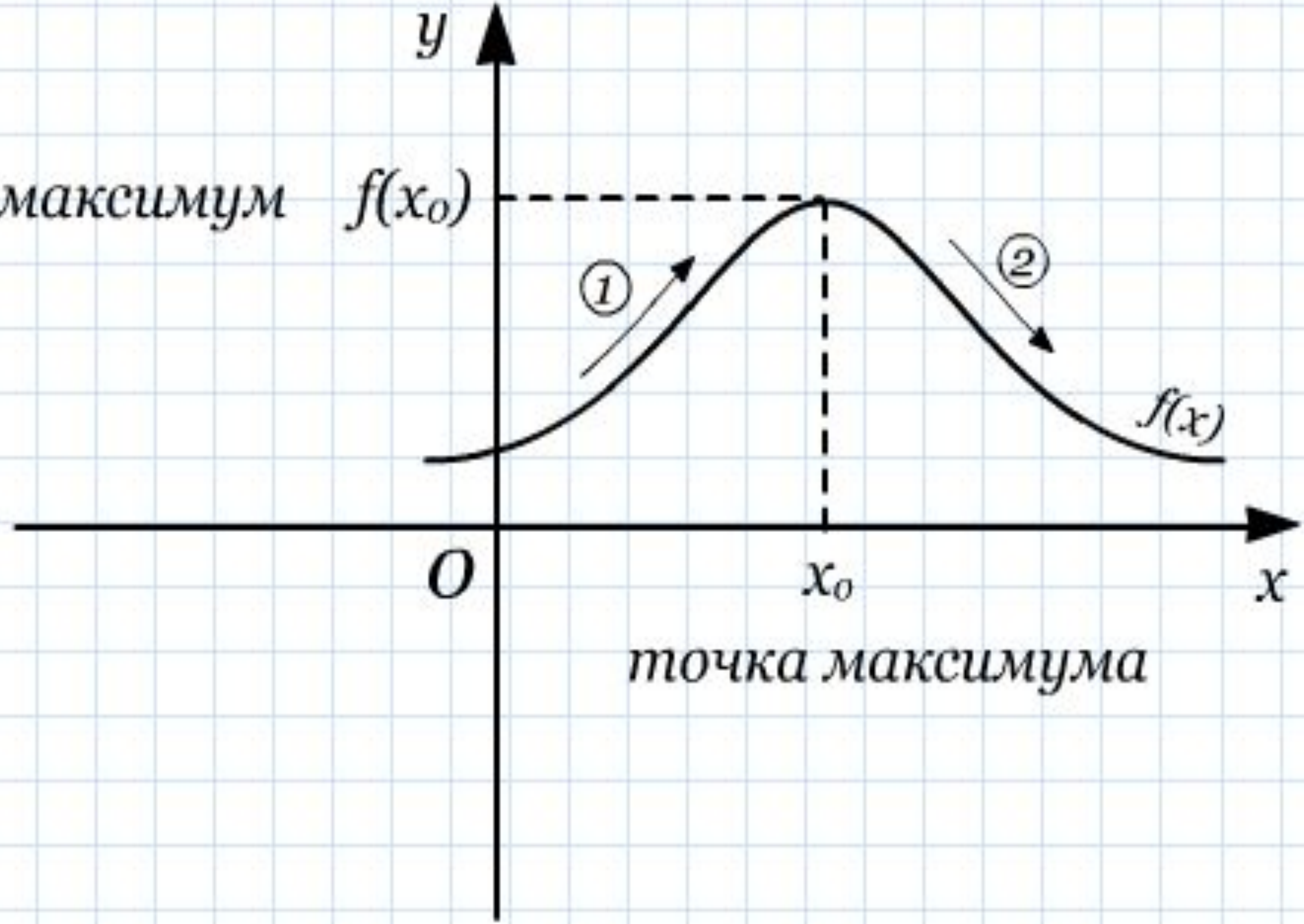




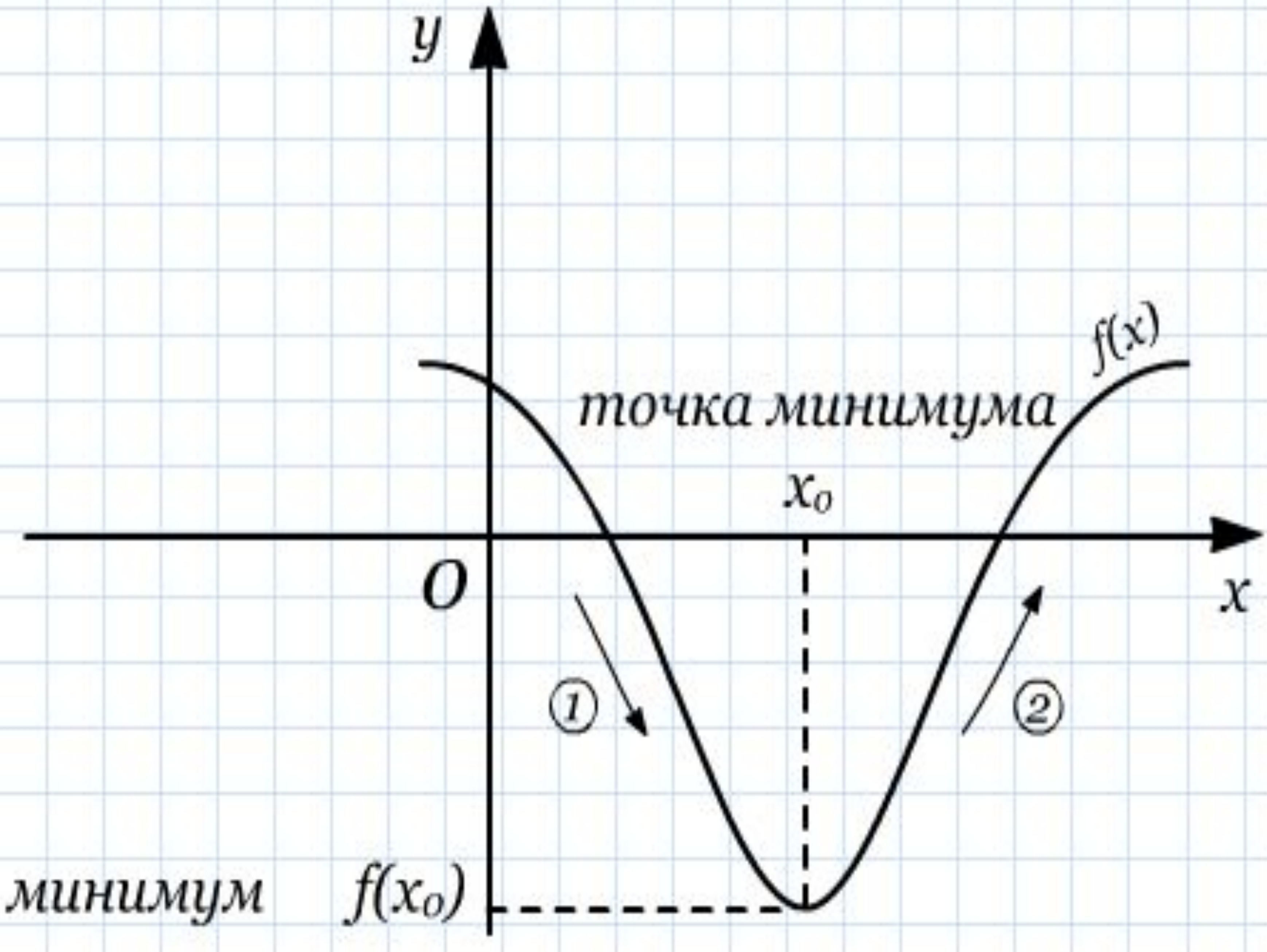
Для того, чтобы точка была точкой экстремума функции <u>необходимо</u>, чтобы эта точка была критической точкой данной функции

Но это условие не является <u>достаточным</u>

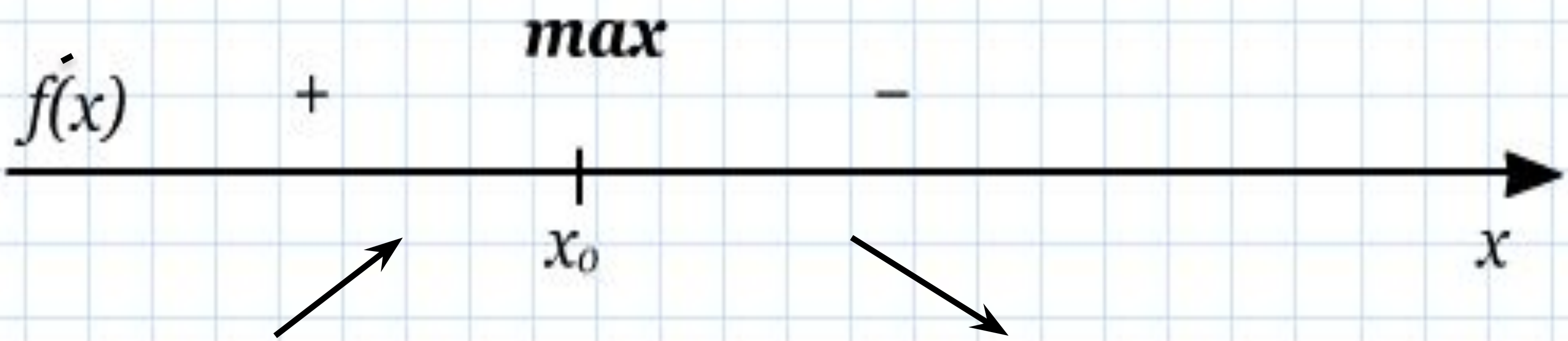




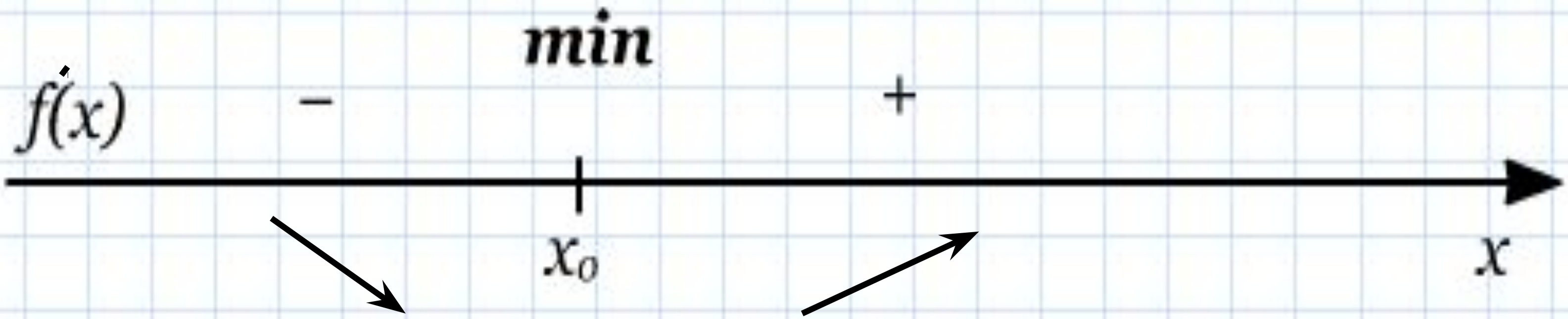
y
максимум
f(x₀)
1
2
f(x)
O
x₀
x
точка максимума


y
f(x)
точка минимума
x₀
O
x
①
②
минимум
f(x₀)

Признак максимума функции:



Признак минимума функции:



Необходимое и достаточное условие экстремума.

Для того , чтобы точка x_0 была точкой экстремума функции *f(x):*

<u>необходимо ,</u> чтобы x_0 была **критической** точкой функции;

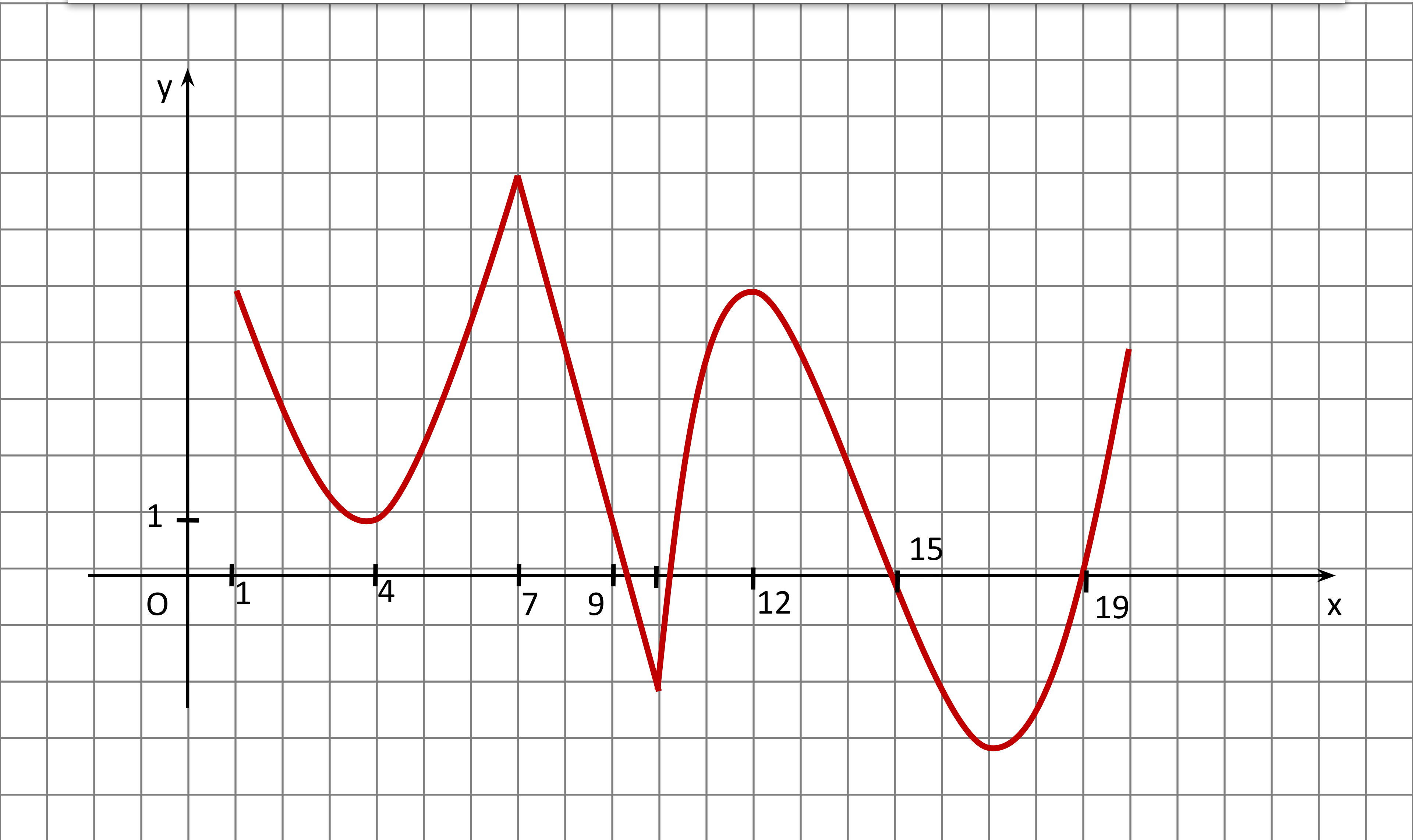
<u>достаточно,</u> чтобы при переходе через критическую точку x_0 *производная меняла знак*.

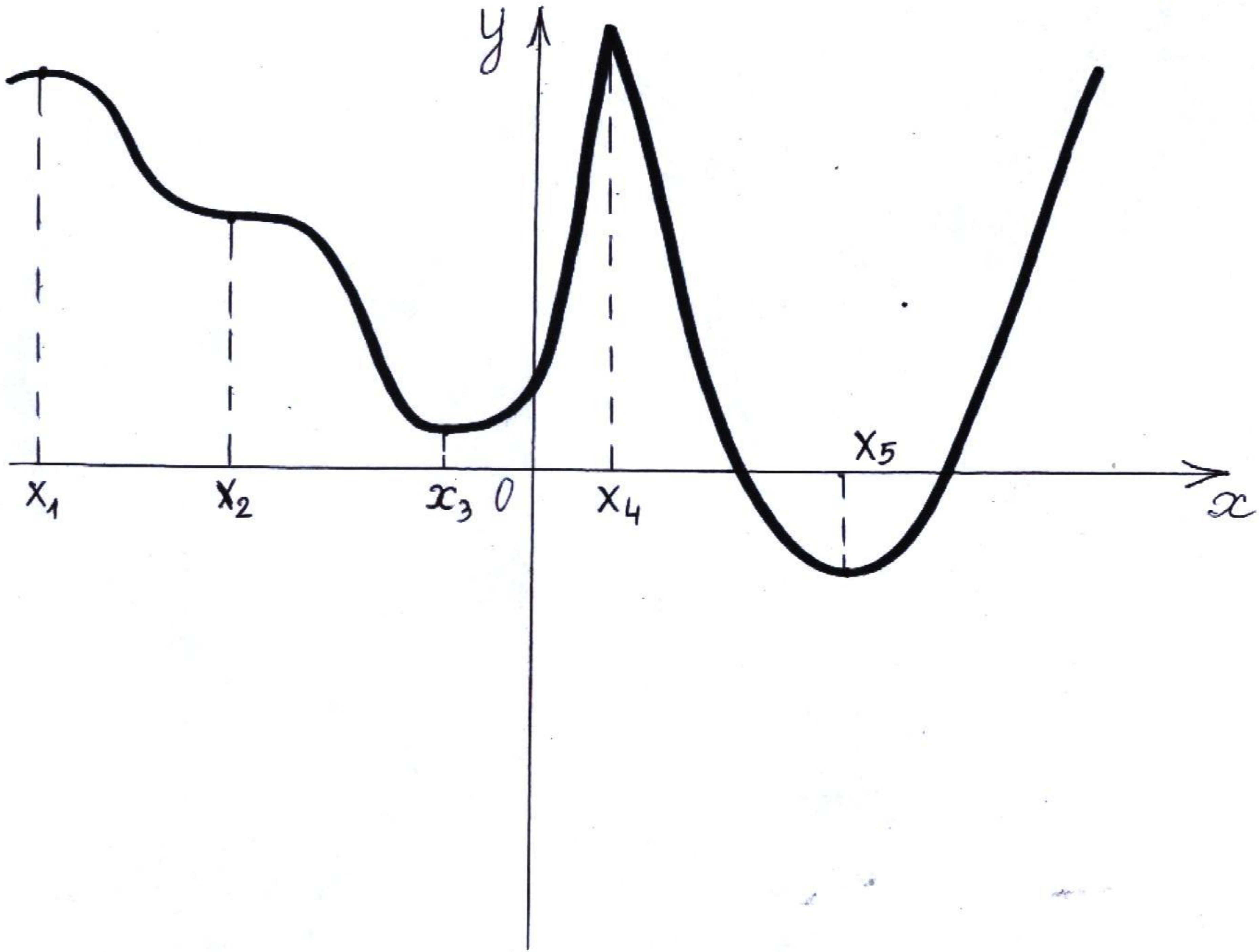
Алгоритм нахождения точек экстремума:

1. Найти производную функции.
2. Решить уравнение f ´(x)=0, и найти тем самым стационарные точки.
3. Методом интервалов установить промежутки знакопостоянства производной.
4. Если при переходе через точку x_0:

- - производная не меняет знак, то x_0 – точка перегиба;
- - производная меняет знак с «+» на «-», то x_0 точка максимума;
- - производная меняет знак с «-» на «+», то x_0 точка минимума.

Найти по графику функции точки, с определениями которых вы только, что познакомились.





y
x_1
x_2
x_3
0
x_4
x_5
x

Рассмотрим задание 1:

Найти точки экстремума функции $f(x)=9x-3$.

Решение:

1) Найдем производную функции:

$f'(x)=9$

2) Найдем стационарные точки:

Стационарных точек нет.

3) Данная функция линейная и возрастает на всей числовой оси, поэтому точек экстремума функция не имеет.

Ответ: функция $f(x)=9x-3$ не имеет точек экстремума.

Найдём точки экстремума функции $y = x^2 - 2x - 1$

- $1)\ y = 3x^4 - 2x + 5;$

  $2)\ y = e^{-2x + 1};$

  $3)\ y = x^2 \cdot \sin x;$

  $4)\ y = \frac{2}{x^3};$

  $5)\ y = \ln(2x + 4);$

  $6)\ y = \sqrt{x}$

Решение задач

- № 9(1,3) решение у доски с комментарием
- № 11 (1,5) решение у доски с комментарием
- №11(2) самостоятельно

1. §9, №9(2) №11(4)
2. Решение В8 (сборник ЕГЭ 3000 задач) №1685, №1743, №1752, №1942 - устно

Дальнейших успехов !!!

СПАСИБО!