

Нестандартные задачи

Нестандартные задачи

- Нестандартные задачи – это такие задачи, для которых в курсе математики не имеется общих правил и положений, определяющих точную программу их решения. Однако следует заметить, что понятие «нестандартная задача» является относительным. Одна и та же задача может быть стандартной и нестандартной, в зависимости от того, знаком решающий задачу со способами решения задач такого типа или нет. Алгоритм решения задачи учащимся неизвестен, то есть учащиеся заранее не знают способа их решения, ни того, на какой учебный материал опирается решение.
- В ходе решения таких задач необходимо сначала провести поиск плана решения задачи, определить теоретический материал, который дает ключ к решению задачи. Решать такие задачи очень интересно и увлекательно. С помощью нестандартных задач можно самостоятельно установить какой либо математический факт, более глубоко вникнуть в теоретический материал. Решение задач творческого характера помогают развивать математическое мышление.

Виды нестандартных задач.

- Задачи на раскраску
- Задачи, решаемые с конца
- Математические ребусы
- Инварианты
- Задачи на разрезание
- Задачи на переливания
- Логические задачи
- Арифметические задачи
- Задачи на движение
- Задачи на взвешивания
- Задачи на выигрышные ситуации
- Геометрические задачи

Способы решения задач.

Принцип Дирихле.

- Этот принцип очень прост, но чрезвычайно важен. Он используется при решении разнообразных задач. Суть принципа такова: Если в N множествах содержится более N элементов, то есть хотя бы одно множество, содержащее не менее двух элементов. Петер Лежен Дирихле использовал этот принцип при решении различных арифметических задач.
- **У дома росли 12 розовых кустов. Ребята заметили, что на каждом из них четное число распустившихся бутонов, не превышающее 20. Можно ли утверждать, что найдутся два куста с одинаковым числом цветков?**
- *Решение:* Мысленно поместим кусты без распустившихся бутонов в первый ящик, с двумя цветками – во второй ящик и т.д, тогда с 20-ю цветками – в одиннадцатый ящик. У нас 11 ящиков и 12 кустов. Применяя принцип Дирихле, получаем, что в каком-то ящике есть хотя бы два куста. Значит, на них одинаковое количество цветков.

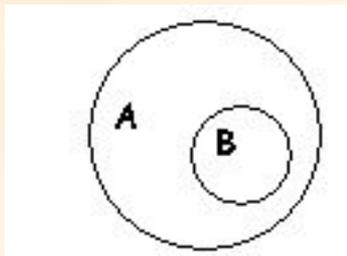
Метод предположения

- Метод предположения еще называют способом здравого рассуждения, то есть рассуждения, анализирующего каждую из возможных ситуаций. Разбирая все возможные ситуации и отбрасывая неподходящие, мы и приходим к решению задачи. Этот метод применяется для решения логических задач.
- **Из шляпы, содержащей десять карточек с номерами от 1 до 10, пять мальчиков вытянули по две карточки и сообщили сумму их номеров: Сережа – 11, Федя – 4, Андрей – 7, Игорь – 16, Саша – 17. Можно ли установить, карточки с какими номерами вытащили мальчики?**
- *Решение:* Посмотрим, какие номера могут дать названные суммы:
Сережа – 11: $1+10, 2+9, 3+8, 4+7, 5+6$
Федя – 4: $1+3$
Андрей- 7: $1+6, 2+5, 3+4$
Игорь – 16: $6+10, 7+9,$
Саша – 17: $7+10, 9+8$
Очевидно, что Федя вытянул карточки с номерами 1 и 3, тогда Андрей мог вытянуть только номера 2 и 5. У Сережи из пяти пар остается одна: 4 и 7, тогда у Игоря- 6 и 10, а у Саши – 8 и 9.

Метод диаграмм Венна

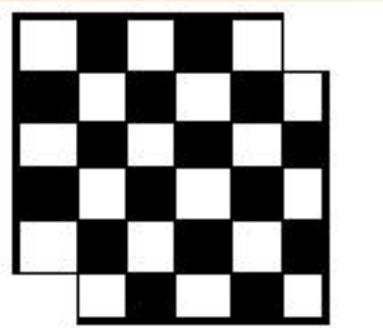
- В задачах мы встречаемся с различными множествами: множество чисел, множество фигур и т. Д. Предметы составляющие множество, называются элементами. Один и тот же предмет может быть элементом сразу двух множеств. Тогда говорят что он входит в пересечение этих множеств. Объединением множеств называют множество, состоящее из всех элементов, принадлежащих хотя бы одному из этих множеств.
- **Пусть A – множество чисел из второй сотни, делящихся на 5. Чтобы узнать сколько в этом множестве чисел не делящихся на 7, надо удалить из него все числа, делящиеся и на 5, и на 7, т.е делящиеся на 35 (назовем это множество B).**

На 5 во второй сотне делится каждой пятое число, начиная с 105, т.е всего 20 чисел. Значит, множество A состоит из 20 элементов. На 35 число, начиная так же со 105, т.е числа 105, 140, 175 – всего три числа. Значит делится на 5, но не делится на 7 во второй сотне $20 - 3 = 17$ чисел.



Задачи на раскраску

- Есть задачи, в которых раскраска уже дана, есть задачи, в которых надо придумать раскраску с определенными свойствами, но наиболее интересны задачи, в которых раскраска помогает найти решение.
- **Можно ли доску 6*6 с двумя вырезанными противоположными углами обойти ходом шахматного коня, побывав в каждой клетке ровно по одному разу?**
- *Решение:* Нет. Белых клеток будет 18, а черных – 16. Клетка, откуда идет конь, и клетка, куда он идет, имеют разные цвета, значит, одна белая клетка окажется лишней.



Задачи, решаемые с конца

- **1. Отцу и сыну вместе 65 лет. Сын родился, когда отцу было 25 лет. Какого возраста отец и сын?**
- *Решение.* Так как сын родился тогда, когда отцу было 25 лет, то разница в их возрасте будет 25 лет. Тогда $65 - 25 = 40$ (лет) будет удвоенный возраст сына, а значит, сыну будет 20 лет, а отцу 45.
- **2. Задумали число, умножили его на два, прибавили три и получили 17. Какое число было задумано?**
- *Решение:* 1) $7 - 3 = 14$ – число до прибавления 3,
2) $14 : 2 = 7$ – искомое число.

Математические ребусы

- Математическими ребусами называют задания на восстановление записей вычислений. Условие математического ребуса содержит либо целиком зашифрованную запись, либо только часть записи. Записи восстанавливаются на основании логических рассуждений.
- **1. Восстановить поврежденные записи арифметических действий:**

The image shows two mathematical puzzles. The first puzzle is a vertical addition: a two-digit number (represented by two dots) plus a one-digit number (represented by one dot) equals a three-digit number (represented by three dots) with the digit 8 in the units place. The second puzzle is a vertical addition: a two-digit number (represented by two dots) plus a two-digit number (represented by two dots) equals a three-digit number (represented by three dots) with the digits 9 and 8 in the tens and units places respectively.

- Рассматривая данную разновидность ребусов, обратит внимание, что сумма двузначного и однозначного чисел является трехзначным числом, поэтому первая цифра в сумме будет 1. А число $1 \cdot 8$ может получиться только в сумме наибольшего однозначного. Аналогично во втором случае, сумма равна 198. А так как слагаемые двузначные числа и самое большое двузначное число будет 99, то решением будет $99 + 99 = 18$.

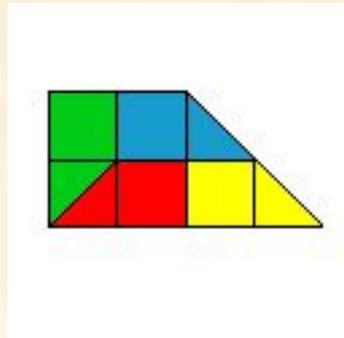
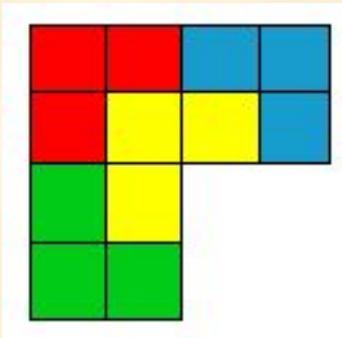
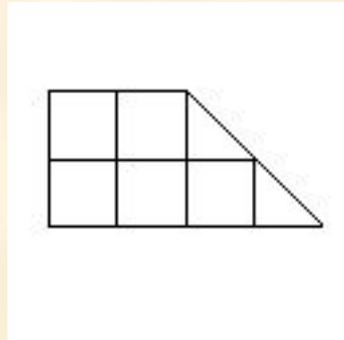
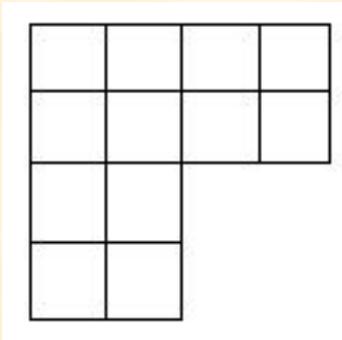
Инварианты

(задачи на четность и нечетность чисел)

- Инвариантом некоторого преобразования называется величина или свойство, не изменяющееся при этом преобразовании. В качестве инварианта чаще всего рассматриваются четность (нечетность) и остаток от деления.
- **Квадрат 5×5 заполнен числами так, что произведение чисел в каждой строке отрицательно. Доказать, что найдется столбец, в котором произведение чисел так же отрицательно.**
- *Решение:* Так как произведение чисел в каждой строке квадрата отрицательно, то и произведение всех чисел в этом квадрате будет отрицательно. Но с другой стороны, произведение всех чисел равно и произведению чисел в столбцах. А так как произведение всех чисел отрицательно, то найдется столбец, в котором произведение чисел является отрицательным.

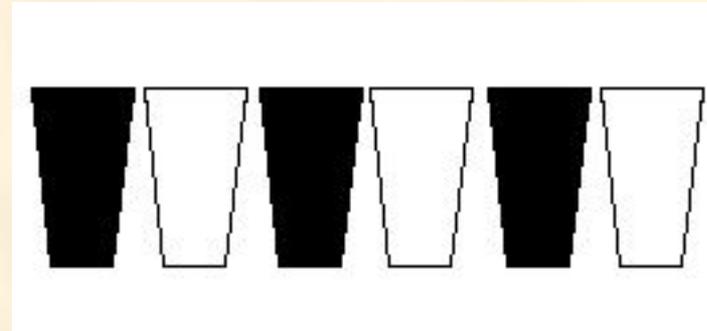
Задачи на разрезание

- 1. Разрежьте фигуры на 4 равные части. (Резать можно только по сторонам и диагоналям клеточек.)



Задачи на переливания

- 1. Перед вами стоят 6 стаканов: три с водой и три пустых. дотронуться рукой лишь до одного стакана и добейтесь, чтобы пустые и полные стаканы чередовались.



- *Решение:* перелить воду из второго стакана в пятый.

Логические задачи

- **Как перевести в лодке с одного берега реки на другой волка, козла и капусту, если известно, что волка нельзя оставить без привязи с козлом, а козел «неравнодушен» к капусте? В лодке только два места, поэтому можно с собой брать одновременно или одно животное, или капусту.**
- *Решение:* Первым рейсом перевозчик берет в лодку козла, оставляя на берегу волка и капусту. Вторым рейсом перевозчик берет с собой волка, оставляя на берегу капусту. Переехав реку, перевозчик оставляет волка на берегу, а козла забирает в лодку и возвращается с ним обратно. В третьем рейсе перевозчик берет с собой капусту, выгрузив козла. Переехав реку, он оставляет капусту с волком и возвращается за козлом. И, наконец, в четвертом рейсе он перевозит через реку козла.

Арифметические задачи

- **Выписаны подряд все натуральные числа: 1234567891011... Какая цифра будет записана на 2005 месте?**
- *Решение:* Начнем считать цифры. От 1 до 9 – 9 цифр; от 10 до 99 – 180; остается $2005 - 189 = 1816$. Далее идут трехзначные числа. 1800 цифр будут до числа 699 включительно. 16 цифр уйдут на следующие 5 чисел и первую цифру шестого числа. А это 7.

Задачи на движение

- Мне, чтобы дойти до моего дома от места работы, требуется 10 минут. Моей же собаке Арни, если она сразу побежит домой, - 2 минуты. Но все дело в том, что, как только я скамандую «домой!», Арни начинает носиться от меня до дома, затем обратно ко мне, потом снова от меня до дома и так до тех пор, пока я не дойду до дома. Я знаю, что расстояние от работы до моего дома равно 800 метров. Спрашивается: какое расстояние в сумме пробежит Арни, если, уходя с работы, я ей скамандовал «домой!»
- *Решение:* Собака за одно и то же время пробегает расстояние в 5 раз больше, чем я. При этом неважно, как она бежит. Так как я прошел 800 м, то Арни пробежит в 5 раз больше, то есть 4 км.

Задачи на взвешивания

- **Имеется четыре одинаковых по виду монеты, одна из которых фальшивая, легче других. Требуется определить фальшивую монету.**
- *Решение:* Разбиваем монеты на две кучки по две монеты, кладем их на весы. Та кучка, которая будет легче, содержит фальшивую монету. Совершив второе взвешивание, узнаем фальшивую монету. Можно взвешивать по одной монете. Если у двух монет равновесие, то среди них фальшивой монеты нет. Тогда взвешиваем оставшиеся две монеты и определяем фальшивую. Если при первом случае получилось не равновесие, то сразу определяем фальшивую монету.

Задачи на выигрышные ситуации

- **В куче лежат 50 камней. Двое по очереди добавляют в нее любое число камней от 1 до 10 выигрывает тот, кто первым сумеет количество камней до 100. Кто это будет – первый или второй? Сколько ходом потребуется победителю?**
- *Решение:* Чтобы последним ходом игроку получить 100, предыдущим надо получить 89 камней, а до этого 78; 67; 56. Значит, выиграет первый при такой стратегии: сначала он добавляет 6 камней в кучу, камней будет 56. Второй кладет X камней, а первый дополняет это число до 11, то есть кладет $X - 11$ камней. Третьим ходом первый получает 78 камней, четвертым - 89 и пятым – 100.

Геометрические задачи

- **Сколько раз в течение суток часовая и минутная стрелки составляют прямой угол?**
- *Решение:* В течение суток минутная стрелка делает 24 оборота, а часовая 2 оборота, следовательно, минутная стрелка совершает 22 оборота вокруг часовой, составляя при этом с часовой стрелкой дважды прямой угол (отставая на четверть круга и обгоняя на четверть круга). Таким образом, прямой угол между стрелками образуется за сутки 44 раза.