$$\log_{\sqrt{1-x}}(1+5x) \geq -2; \quad \frac{\log_2(4x+3)\cdot\log_5(2x+5)}{\log_3 6x\cdot\log_4 x} \geq 0$$

# Решение логарифмических неравенств методом интервалов

$$\frac{\sqrt{2x^2+3x-5}\cdot\log_{2x-3}(5x^2+4x)}{|4x+1|\cdot\log_3(3^{2x+1}-16\cdot 3^x+16)} \leq 0$$

$$\log_a f(x) > 0,\ 0 < a \neq 1$$

$$\log_a f(x) > \log_a 1$$

$*\,если\ \ a > 1,\ то\ \ f(x) > 1,\ т.е.$

$(a-1)(f(x)-1) > 0;$

$*\,если\ \ 0 < a < 1,\ то\ \ f(x) < 1,\ т.е.$

$(a-1)(f(x)-1) > 0.$

*Следовательно,*

$$\log_a f(x) > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} (a-1)(f(x)-1) > 0 \\ f(x) > 0 \end{cases};$$

$$2)\log_a f(x) > \log_a g(x),\ 0 < a \neq 1,$$

$*$ *если* $a > 1$, *то* $f(x) > g(x)$, *то*

$(a-1)(f(x)-g(x)) > 0,$

$*$ *если* $0 < a < 1$, *то* $f(x) < g(x)$, *то*

$(a-1)(f(x)-g(x)) > 0.$

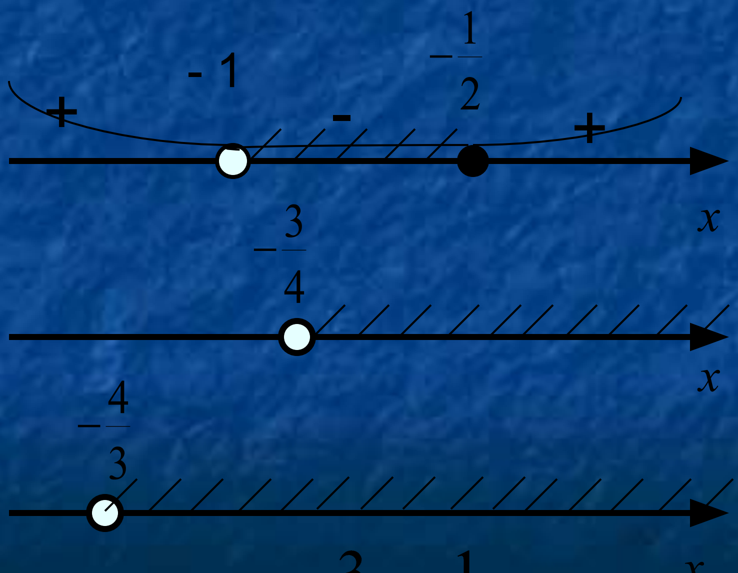
*Следовательно,*

$$\log_a f(x) > \log_a g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} (a-1)(f(x)-g(x)) > 0, \\ f(x) > 0, \\ g(x) > 0. \end{cases}$$

1) $$\frac{\log_2(4x+3)}{\log_3(3x+4)} \le 0$$

$$\begin{cases} \dfrac{(2-1)\ (4x+3-1)}{(3-1)\ (3x+4-1)} \le 0 \\ 4x+3 > 0 \\ 3x+4 > 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \dfrac{4x+2}{3x+3} \le 0 \\ x > -\dfrac{3}{4} \\ x > -\dfrac{4}{3} \end{cases}$$




$$x \in \left(-\frac{3}{4}; -\frac{1}{2}\right]$$

$$\log_{a(x)} f(x) > 0,\ \text{где}\ 0 < a(x) \neq 1,$$

$\text{Если}\ a(x)>1,\ \text{то}\ f(x)>1, \text{тогда}$

$(a(x)-1)(f(x)-1)>0;$

$\text{если}\ 0<a(x)<1, \text{то}\ f(x)<1, \text{тогда}$

$(a(x)-1)(f(x)-1)>0;$

$\text{Следовательно},$

$$\log_{a(x)} f(x) - \log_{a(x)} 1 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a(x)>0, \\ a(x)\neq 1, \\ f(x)>0, \\ (a(x)-1)(f(x)-1)>0. \end{cases}$$

$$\log_{a(x)} f(x) \geq \log_{a(x)} g(x),\ 0 < a(x) \neq 1;$$

$$\log_{a(x)} f(x) - \log_{a(x)} g(x) \geq 0,$$

$$\log_{a(x)} f(x) - \log_{a(x)} g(x) \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a(x) > 0, \\ a(x) \neq 1, \\ f(x) > 0, \\ g(x) > 0, \\ (a(x)-1)(f(x)-g(x)) \geq 0. \end{cases}$$

$$\log_{\sqrt{1-x}}(1+5x)\geq -2$$

$$2(\log_{1-x}(1+5x)+1)\geq 0$$

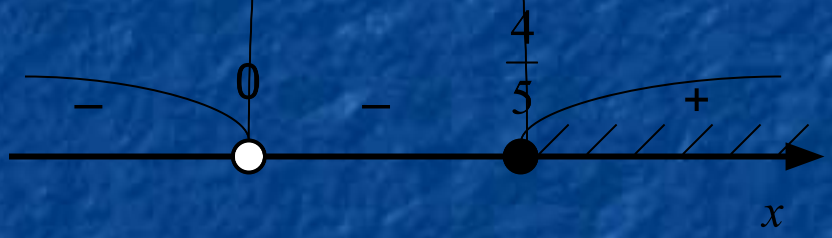
$$\log_{1-x}(1+5x)(1-x)\geq 0$$

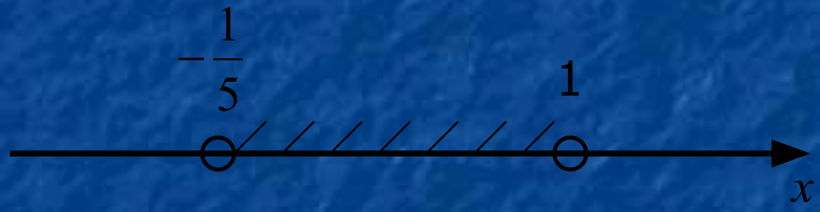
$$\log_{1-x}(1+5x)(1-x)\geq 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (1-x-1)((1+5x)(1-x)-1)\geq 0, \\ 1-x>0; \\ 1-x\neq 1; \\ 1+5x>0, \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -x(-5x^2+4x+1-1)\geq 0, \\ x<1, \\ x\neq 0, \\ x>-\dfrac{1}{5}; \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} x^2(5x-4) \geq 0, \\ -\dfrac{1}{5} < x < 1, \\ x \neq 0; \end{cases} \Leftrightarrow$$




$$x \in [\frac{4}{5};1)$$

# Самостоятельная работа

$$\frac{\log_2 x}{\log_2(4x+7)} < 1$$

$$\frac{\log_9 x + 4}{1+\log_9 x} \le 4\log_x 3 - 1$$

$$\frac{\log_2(4x+3)\cdot\log_5(2x+5)}{\log_3 6x\cdot\log_4 x} \ge 0$$

$$\frac{\log_9 x + 4}{1+\log_9 x} \le 4\log_x 3 - 1$$

$$\frac{\log_2(4x+3)\cdot\log_5(2x+5)}{\log_3 6x\cdot\log_4 x} \ge 0$$

$$\frac{\log_3(3^{2x+1}-16\cdot 3^x+16)}{x+1} \le 1$$