



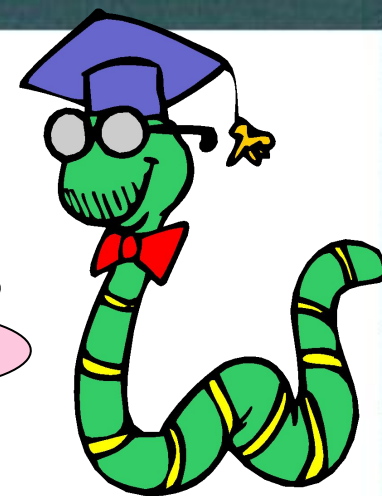
**«Сегодня мы учимся вместе –
Я, ваш учитель, и вы, мои ученики.
Но в будущем ученик должен
превзойти учителя, иначе в науке
не будет прогресса».**

В.А.Сухомлинский



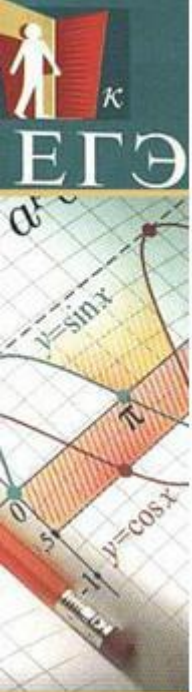
«Без уравнения нет математики как средства познания природы»

(академик Александров П. С.)



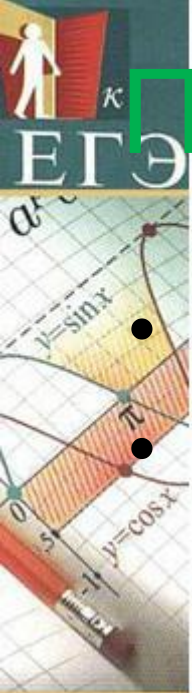
Ладно!

Решение простейших тригонометрических уравнений.



Цели урока:

- *обобщить знания по теме «Решение простейших тригонометрических уравнений»,*
- *проверить практические навыки и умения учащихся при решении уравнений,*
- *научить применять знания, умения и навыки в новой ситуации*

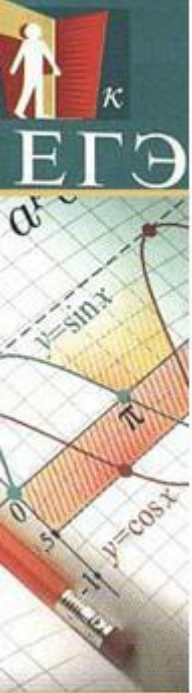


Проверка домашнего задания.

- №1 Решить уравнение

$$\sin x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$x = (-1)^{k+1} \frac{\pi}{4} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$$



№2

Найти корни
уравнения

$$\cos x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

принадлежащие
промежутку $[0; \pi]$

$$x = \pm \frac{5\pi}{6} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$k = 0$$

$$x = \pm \frac{5\pi}{6}$$

$$k = 1$$

$$x = \frac{17\pi}{6}$$

$$x = \frac{7\pi}{6}$$

$$\text{Ответ: } \frac{5\pi}{6}$$



$$-\pi \leq \frac{5\pi}{6} + \pi\kappa \leq \pi$$

$$-1 \leq \frac{5}{6} + \kappa \leq 1$$

$$-\frac{11}{6} \leq \kappa \leq \frac{1}{6}$$

$$\kappa = 0; -1$$

$$x = \frac{5\pi}{6}$$

$$x = -\frac{\pi}{6}$$

Ответ :

$$\frac{5\pi}{6} - \frac{\pi}{6} = \left\| \frac{2\pi}{3} \right\|$$



**«Результат учения
равен
произведению
способности на
старательность.
Если старательность
равна нулю, то и
все произведение
равно нулю.
А способности есть у
каждого»**





Это мы знаем...

- 1). Какое уравнение называется тригонометрическим?
- 2). Уравнения какого вида называются простейшими тригонометрическими уравнениям?
- 3). Дайте определение арксинуса, арккосинуса, арктангенса и арккотангенса.

Вычислите:

1) $\sin 30^\circ$; $\cos 90^\circ$; $\operatorname{tg} 60^\circ$; $\operatorname{ctg} 45^\circ$

2) $\arcsin \frac{1}{2}$; $\arccos 0$; $\operatorname{arctg} 1$

$\arcsin \frac{\sqrt{2}}{2}$; $\arccos(-\frac{1}{2})$; $\operatorname{arctg}(-\frac{1}{\sqrt{3}})$



Найди ошибку.

1 ~~$\arcsin 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$~~

2 $\arccos\left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{2\pi}{3}$

3 ~~$\arcsin 3 = \arcsin 1 \cdot 3 = \frac{\pi}{4} \cdot 3 = \frac{3\pi}{4}$~~

4 $\operatorname{arctg} 1 = \frac{\pi}{4}$

5 $\operatorname{arcctg}(-\sqrt{3}) = \frac{3\pi}{4}$



Установите соответствие:

1 $\sin x = 0$

2 $\cos x = -1$

3 $\sin x = 1$

4 $\cos x = 1$

5 $\sin x = 0$

6 $\sin x = 1$

7 $\cos x = 0$

$\frac{\pi}{2} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$

$2\pi k, k \in \mathbb{Z}$

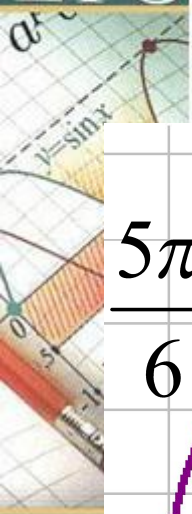
$\pi k, k \in \mathbb{Z}$

$\frac{\pi}{2} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$

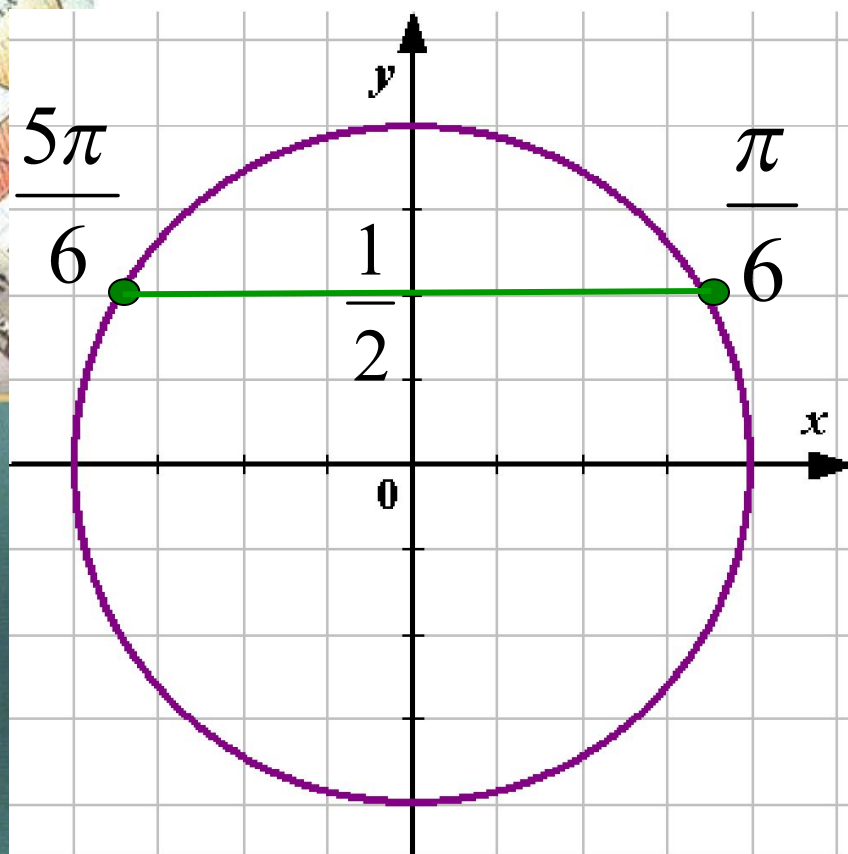
$\frac{\pi}{2} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$

$\frac{\pi}{4} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$

Математика!



Решение какого уравнения показано на тригонометрической окружности?



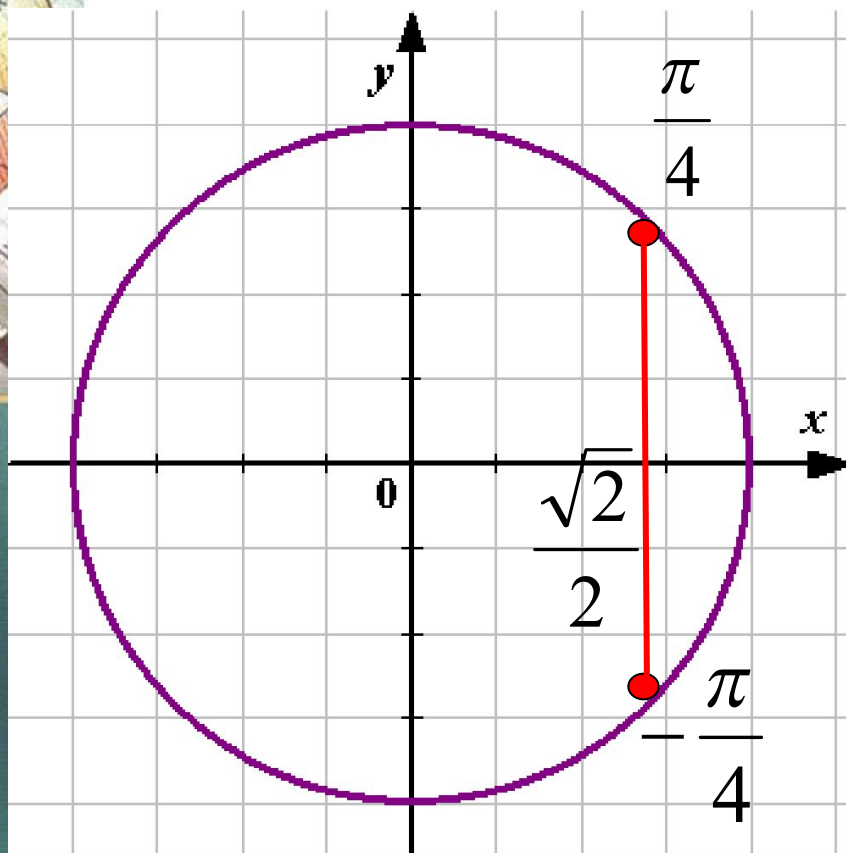
$$\sin x = 1/2$$

$$x = \frac{\pi}{6} + 2\pi n, \quad n \in \mathbb{Z}$$

$$x = \frac{5\pi}{6} + 2\pi n, \quad n \in \mathbb{Z}$$



Решение какого уравнения показано на тригонометрической окружности?



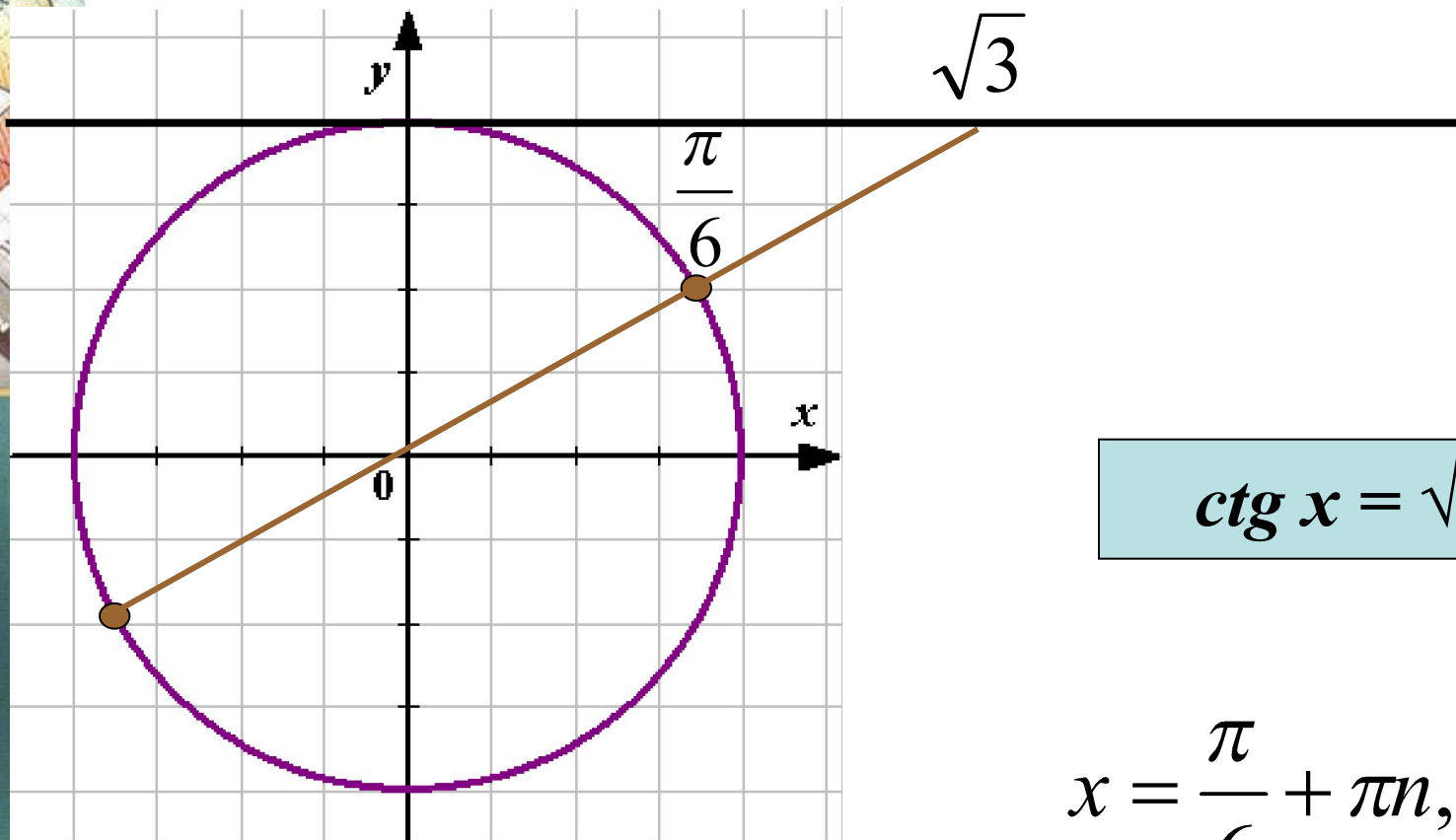
$$\cos x = \sqrt{2}/2$$

$$x = -\frac{\pi}{4} + 2\pi n, \quad n \in \mathbb{Z}$$

$$x = \frac{\pi}{4} + 2\pi n, \quad n \in \mathbb{Z}$$



Решение какого уравнения показано на тригонометрической окружности?

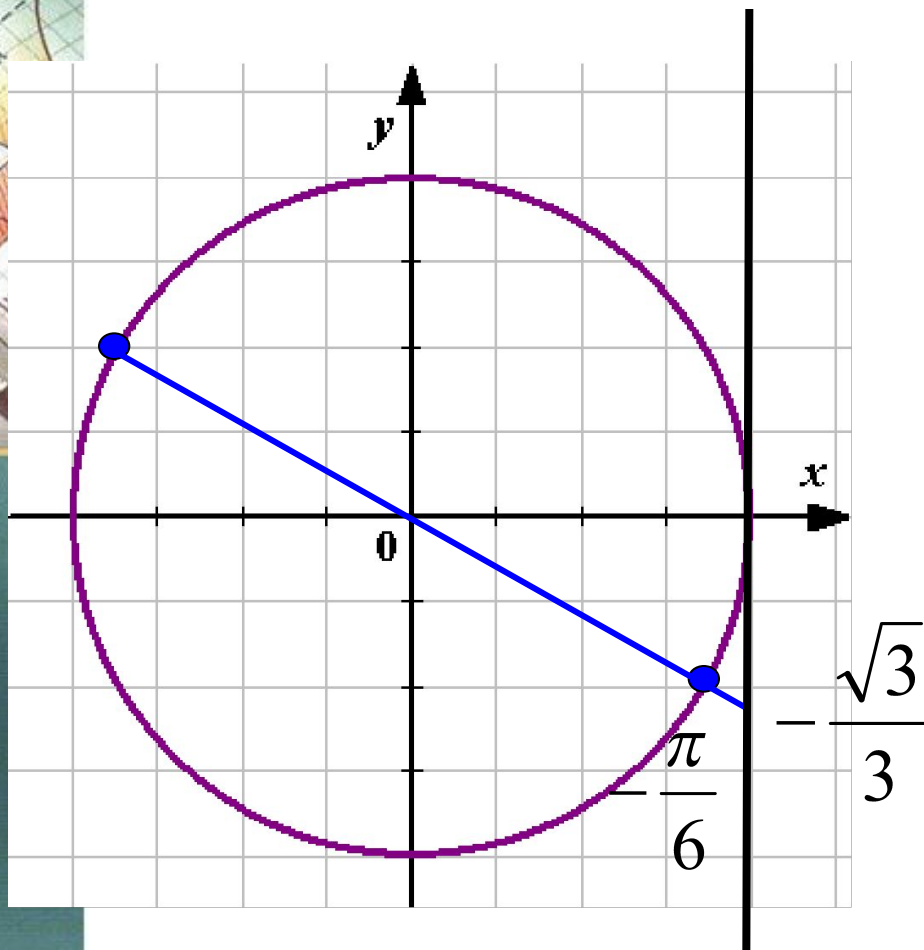


$$\operatorname{ctg} x = \sqrt{3}$$

$$x = \frac{\pi}{6} + \pi n, \quad n \in \mathbb{Z}$$



Решение какого уравнения показано на тригонометрической окружности?



$$\operatorname{tg} x = -\sqrt{3}/3$$

$$x = -\frac{\pi}{6} + \pi n, \quad n \in \mathbb{Z}$$



Проверочная работа.

Вариант 1.

1. Каково будет решение уравнения $\cos x = a$ при $a >$

2. При каком значении a уравнение $\cos x = a$ имеет решение?

3. Какой формулой выражается это решение?

4. На какой оси откладывается значение a при решении уравнения $\cos x = a$?

Вариант 2.

1. Каково будет решение уравнения $\sin x = a$ при $a >$
1

2. При каком значении a уравнение $\sin x = a$ имеет решение?

3. Какой формулой выражается это решение?

4. На какой оси откладывается значение a при решении уравнения $\sin x = a$?



Проверочная работа.

Вариант 1.

5. В каком промежутке находится $\arccos a$?

6. В каком промежутке находится значение a ?

7. Каким будет решение уравнения $\cos x = 1$?

8. Каким будет решение уравнения $\cos x = -1$?

Вариант 2.

5. В каком промежутке находится $\arcsin a$?

6. В каком промежутке находится значение a ?

7. Каким будет решение уравнения $\sin x = 1$?

8. Каким будет решение уравнения $\sin x = -1$?



Проверочная работа.

Вариант 1.

9. Каким будет решение уравнения $\cos x = 0$?

10. Чему равняется $\arccos(-a)$?

11. В каком промежутке находится $\operatorname{arctg} a$?

12. Какой формулой выражается решение уравнения $\operatorname{tg} x = a$?

Вариант 2.

9. Каким будет решение уравнения $\sin x = 0$?

10. Чему равняется $\arcsin(-a)$?

11. В каком промежутке находится $\operatorname{arcctg} a$?

12. Какой формулой выражается решение уравнения $\operatorname{ctg} x = a$?

№	Вариант 1.	Вариант 2.
1.	Нет решения	Нет решения
2.	$ a \leq 1$	$ a \leq 1$
3.	$x = \pm \arccos a + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$	$x = (-1)^n \arcsin a + \pi k, k \in \mathbb{Z}$
4.	На оси Ox	На оси Oy
5.	$[0; \pi]$	$[-\pi / 2; \pi / 2]$
6.	$[-1; 1]$	$[-1; 1]$
7.	$x = 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$	$x = \pi / 2 + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$
8.	$x = \pi + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$	$x = -\pi / 2 + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$
9.	$x = \pi / 2 + \pi n, n \in \mathbb{Z}$	$x = \pi k, k \in \mathbb{Z}$
10.	$n - \arccos a$	$-\arcsin a$
11.	$(-\pi / 2; \pi / 2)$	$(0; \pi)$
12.	$x = \operatorname{arctg} a + \pi n, n \in \mathbb{Z}$	$x = \operatorname{arcctg} a + \pi k, k \in \mathbb{Z}$



А. Эйнштейн говорил так:

“Мне приходится делить время между политикой и уравнениями. Однако уравнения, по-моему, гораздо важнее. Политика существует только для данного момента, а уравнения будут существовать вечно”.



Как вы думаете, когда люди
впервые столкнулись с
тригонометрическими
уравнениями?

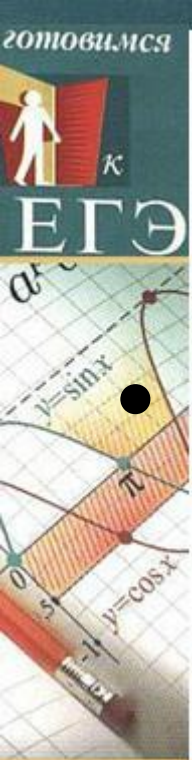




«Исправьте ошибки на доске и подумайте об их причинах».



Уравнение	Ответ с ошибкой	Правильный ответ
$\cos x = \frac{1}{2}$	$x = \frac{\pi}{3} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$	$x = \pm \frac{\pi}{3} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$
$\sin x = \frac{\sqrt{3}}{2}$	$x = \frac{\pi}{3} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$	$x = (-1)^k \frac{\pi}{3} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$
$\sin 2x = \frac{1}{2}$	$x = (-\frac{1}{2})^k \arcsin \frac{1}{2} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$	$x = (-1)^k \frac{\pi}{12} + \frac{\pi k}{2}, k \in \mathbb{Z}$
$\cos x = \frac{\sqrt{10}}{3}$	$x = \pm \arccos \frac{\sqrt{10}}{3} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$	нет корней
$\operatorname{tg} x = \frac{\pi}{4}$	$x = \operatorname{arctg} \frac{\pi}{4} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$	$x = 1 + \pi k, k \in \mathbb{Z}$



Страничка ЕГЭ.

- 1. Найти все корни уравнения

$$10 \cos^2\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = \sin\left(\frac{7\pi}{2} + 2x\right) + 3,$$

которые удовлетворяют условию

$$x \in \left[-\frac{2\pi}{3}; \frac{19\pi}{12}\right].$$

Пример . Найти все корни уравнения

которые удовлетворяют условию

$$10 \cos^2 \left(\frac{\pi}{2} + x \right) = \sin \left(\frac{7\pi}{2} + 2x \right) + 3,$$
$$x \in \left[-\frac{2\pi}{3}; \frac{19\pi}{12} \right].$$

Решение.

$$10 \sin^2 x = -\cos 2x + 3;$$

$$10 \sin^2 x = 2 \sin^2 x - 1 + 3,$$

$$8 \sin^2 x = 2;$$

$$\sin^2 x = \frac{1}{4};$$

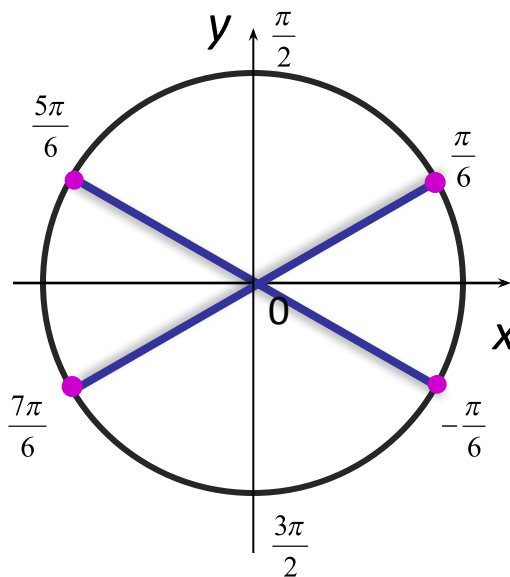
$$\sin x = \pm \frac{1}{2};$$

$$\left[\begin{array}{l} x = (-1)^k \cdot \frac{\pi}{6} + \pi k, k \in \mathbb{Z}, \\ x = (-1)^m \cdot \left(-\frac{\pi}{6} \right) + \pi m, m \in \mathbb{Z}; \end{array} \right.$$

С помощью числовой окружности получим:

Ответ:

$$x = \pm \frac{\pi}{6} + \pi n, n \in \mathbb{Z};$$





Выберем корни, удовлетворяющие условию

задачи
Из первой

серии:

$$-\frac{2\pi}{3} \leq \frac{\pi}{6} + \pi n \leq \frac{19\pi}{12}, n \in \mathbb{Z};$$

$$-8\pi \leq 2\pi + 12\pi n \leq 19\pi, n \in \mathbb{Z}; \quad \textbf{(решая двойное неравенство)}$$

$$-10 \leq 12n \leq 17, n \in \mathbb{Z}.$$

Следовательно $n=0$ или $n=1$, то
есть

$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{6}, \\ x = \frac{7\pi}{6}. \end{cases}$$

Из второй
серии:

$$-\frac{2\pi}{3} \leq -\frac{\pi}{6} + \pi n \leq \frac{19\pi}{12}, n \in \mathbb{Z};$$

$$-8\pi \leq -2\pi + 12\pi n \leq 19\pi, n \in \mathbb{Z};$$

$$-6 \leq 12n \leq 21, n \in \mathbb{Z}.$$

Следовательно $n=0$ или $n=1$, то
есть

$$\begin{cases} x = -\frac{\pi}{6}, \\ x = \frac{5\pi}{6}. \end{cases}$$

$$\text{Ответ: } \left\{ \pm \frac{\pi}{6}; \frac{5\pi}{6}; \frac{7\pi}{6} \right\}.$$



2) Решить уравнение

$$(3 \cos x + 4)(2 \sin x - 1) = 0$$

б) Найдите все корни этого уравнения,

принадлежащие отрезку $\left[\pi; \frac{5\pi}{2} \right]$



а). Решите уравнение

$$(3 \cos x + 4)(2 \sin x - 1) = 0$$

б). Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку

$$\left[\pi; \frac{5\pi}{2} \right]$$

$$\underline{3 \cos x + 4 = 0}$$

$$\cos x = -\frac{4}{3}$$

$$-\frac{4}{3} \notin [-1; 1]$$

корней

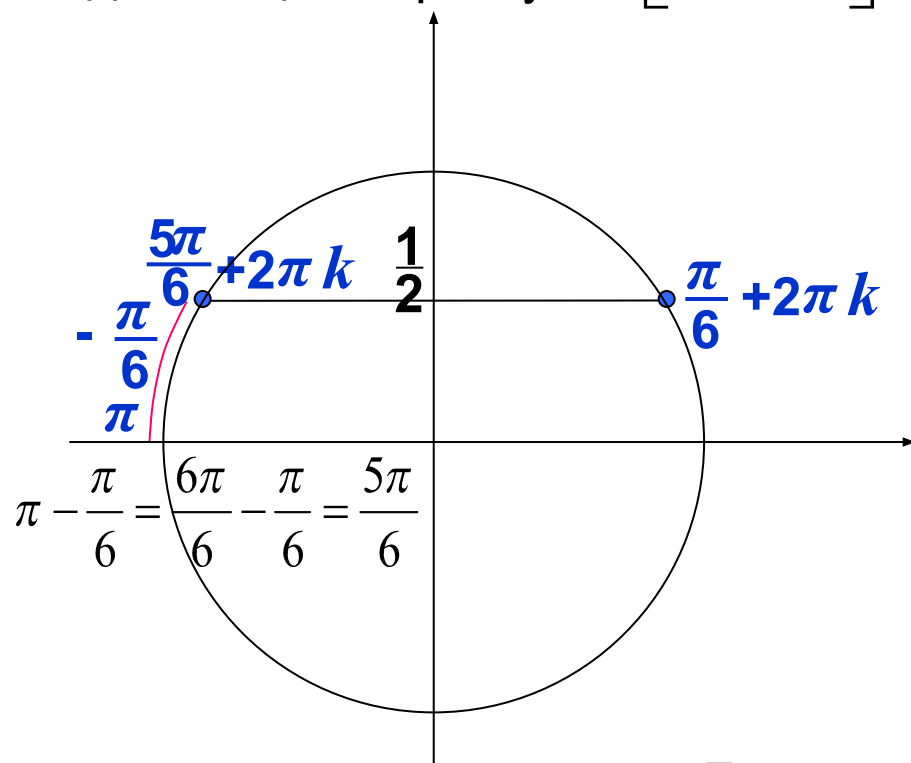
нет

$$\underline{2 \sin x - 1 = 0}$$

$$\sin x = \frac{1}{2}$$

$$x = (-1)^k \frac{\pi}{6} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$\text{Ответ: } x = (-1)^k \frac{\pi}{6} + \pi k, k \in \mathbb{Z}.$$



или Ответ: $x = \frac{\pi}{6} + 2\pi k;$

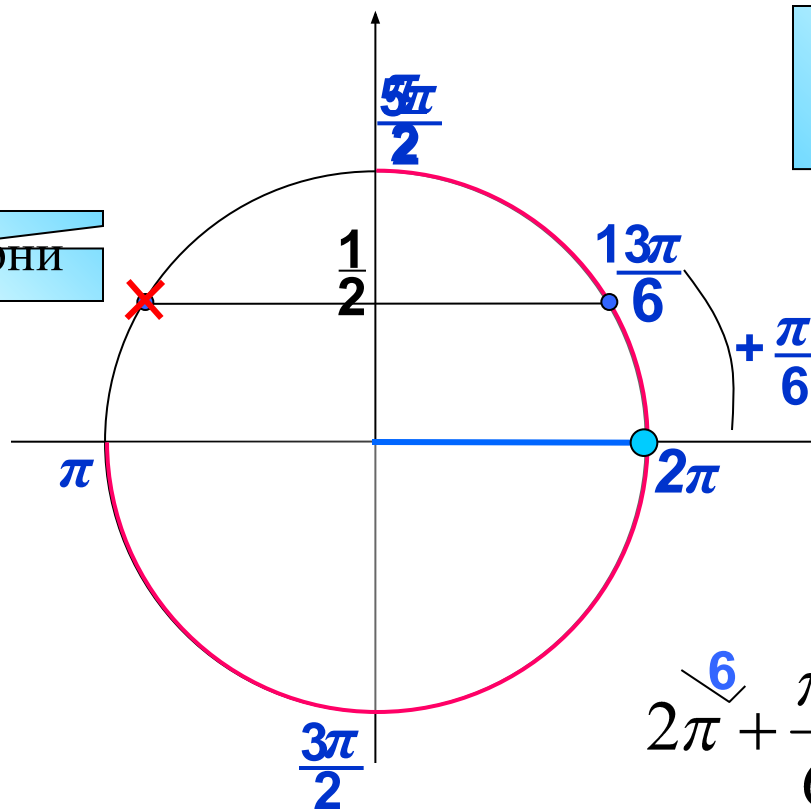
$$x = \frac{5\pi}{6} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}.$$



б). Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\pi; \frac{5\pi}{2}\right]$

$$\sin x = \frac{1}{2}$$

2. Изобразим корни



1. Найдем этот промежуток на единичной окружности

3. Выберем числа, входящие в промежуток

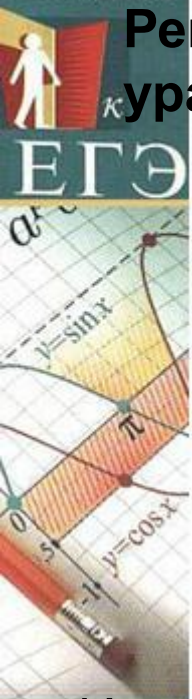
$$2\pi + \frac{\pi}{6} = \frac{12\pi}{6} + \frac{\pi}{6} = \frac{13\pi}{6}$$

б). Ответ: $\frac{13\pi}{6}$



3. Решить уравнение:

$$\frac{\cos 3x}{\sin 2x} = 0.$$



Решить
уравнение.

$$\frac{\cos 3x}{\sin 2x} = 0.$$

Решени

е.

$$\begin{cases} \cos 3x = 0, \\ \sin 2x \neq 0; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + \frac{\pi k}{3}, k \in \mathbb{Z}, \\ x \neq \frac{\pi n}{2}, n \in \mathbb{Z}; \end{cases}$$

Иногда случается, что часть серии входит в ответ,

а часть нет. Нанесем **на числовую**

окружность $x = \frac{\pi}{6} + \frac{\pi k}{3}, k \in \mathbb{Z}$

все числа серии

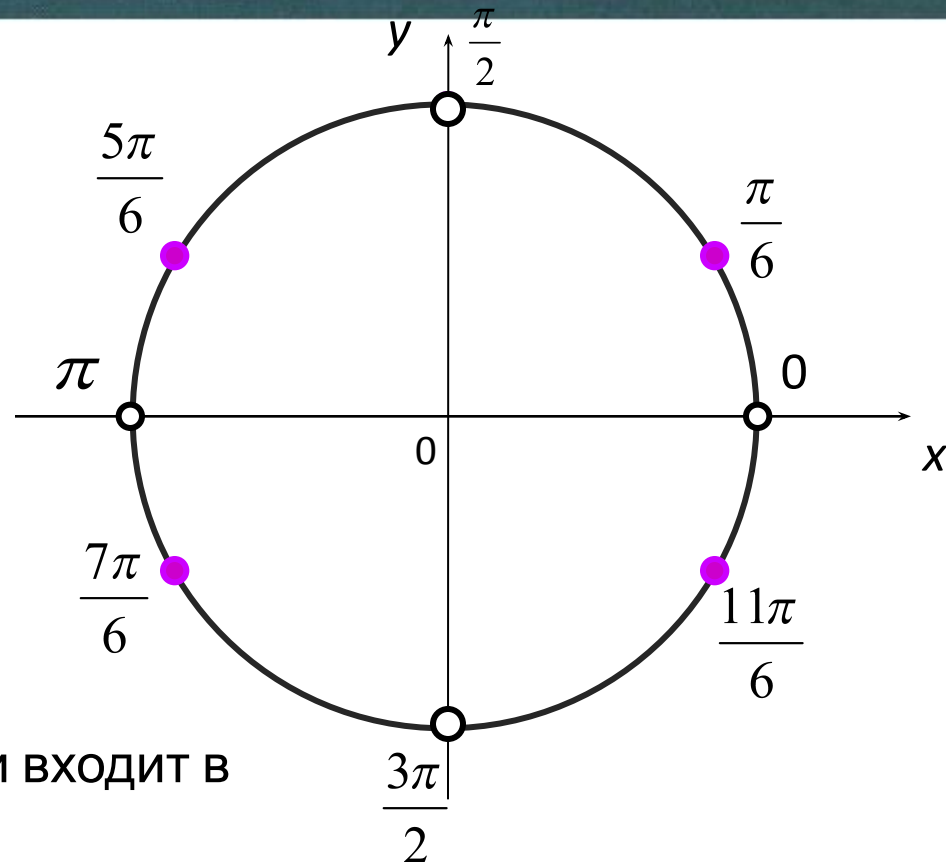
и исключим корни, удовлетворяющие

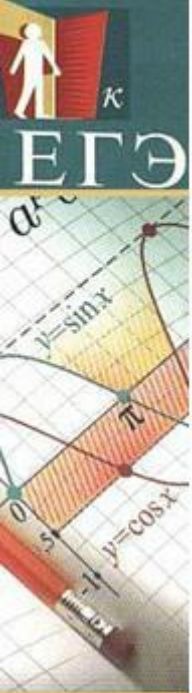
услови $x \neq \frac{\pi n}{2}, n \in \mathbb{Z}.$

Оставшиеся решения из серии корней можно объединить в формулу

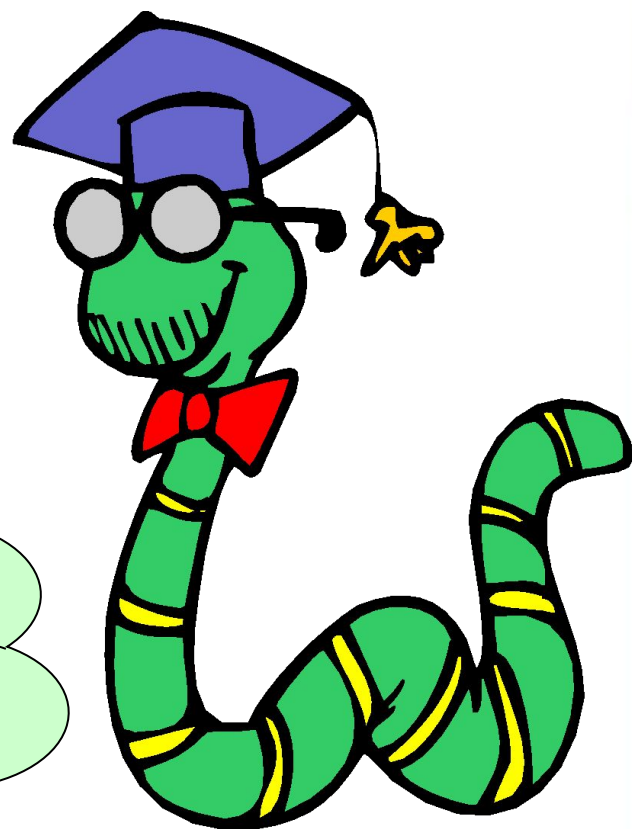
$$x = \pm \frac{\pi}{6} + \pi n, n \in \mathbb{Z}.$$

Ответ : $\{\pm \frac{\pi}{6} + \pi n / n \in \mathbb{Z}\}.$





Домашнее задание:



№ 897,898,899
(2,4)
стр. 293





Итог

урока

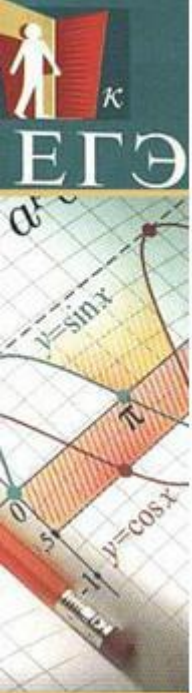


Что **знал...**

Что **узнал**

нового...

Что **хочу** узнать...



« СЧИТАЙ НЕСЧАСТНЫМ ТОТ ДЕНЬ ИЛИ
ЧАС, В КОТОРЫЙ ТЫ НЕ УСВОИЛ НИЧЕГО
НОВОГО И НИЧЕГО НЕ ПРИБАВИЛ К
СВОЕМУ ОБРАЗОВАНИЮ»

Я. А. КАМЕНСКИЙ.



готовимся



ЕГЭ

