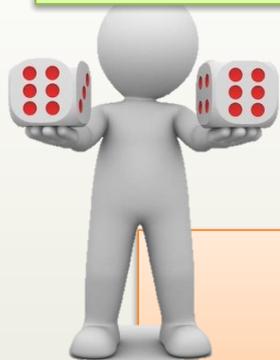


# Теория вероятностей



# ТВ и С



1. В таблице дано число троллейбусных маршрутов в 10 крупных городах России.

1	Москва	82
2	Санкт-Петербург	41
3	Нижний Новгород	23
4	Челябинск	22
5	Уфа	21
6	Новосибирск	19
7	Екатеринбург	18
8	Самара	17
9	Омск	12
10	Казань	12

- а) Найдите среднее арифметическое данного набора.
- б) Найдите медиану данного набора.
- в) Какое из найденных средних лучше характеризует численность троллейбусных маршрутов крупного российского города? Кратко обоснуйте свое мнение.

1. В таблице дано число троллейбусных маршрутов в 10 крупных городах России.

1	Москва	82
2	Санкт-Петербург	41
3	Нижний Новгород	23
4	Челябинск	22
5	Уфа	21
6	Новосибирск	19
7	Екатеринбург	18
8	Самара	17
9	Омск	12
10	Казань	12

а) Найдите среднее арифметическое данного набора.

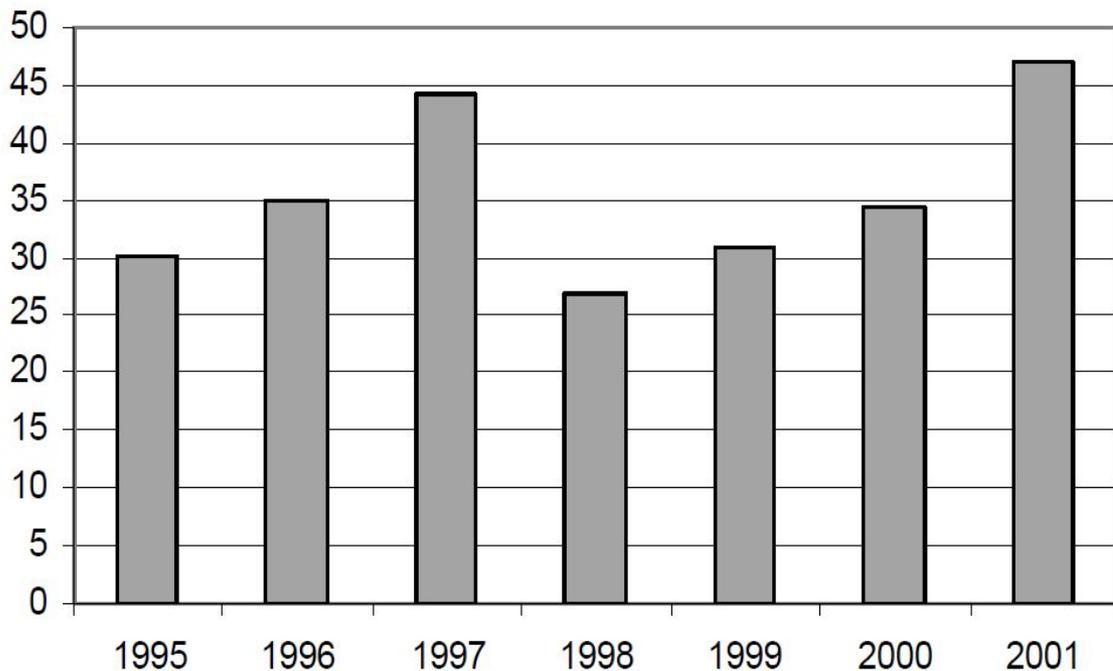
б) Найдите медиану данного набора.

в) Какое из найденных средних лучше характеризует численность троллейбусных маршрутов крупного российского города? Кратко обоснуйте свое мнение.

**Ответ: а) 26,7 б) 20. в) Медиана, поскольку число маршрутов в Москве и Петербурге сильно отличается от прочих.**

2. На столбиковой диаграмме показано производство пшеницы в России с 1995 по 2001 год (млн.тонн). По диаграмме определите:

Производство пшеницы в России



а) в каком году производство пшеницы было меньше 30 млн. т.?

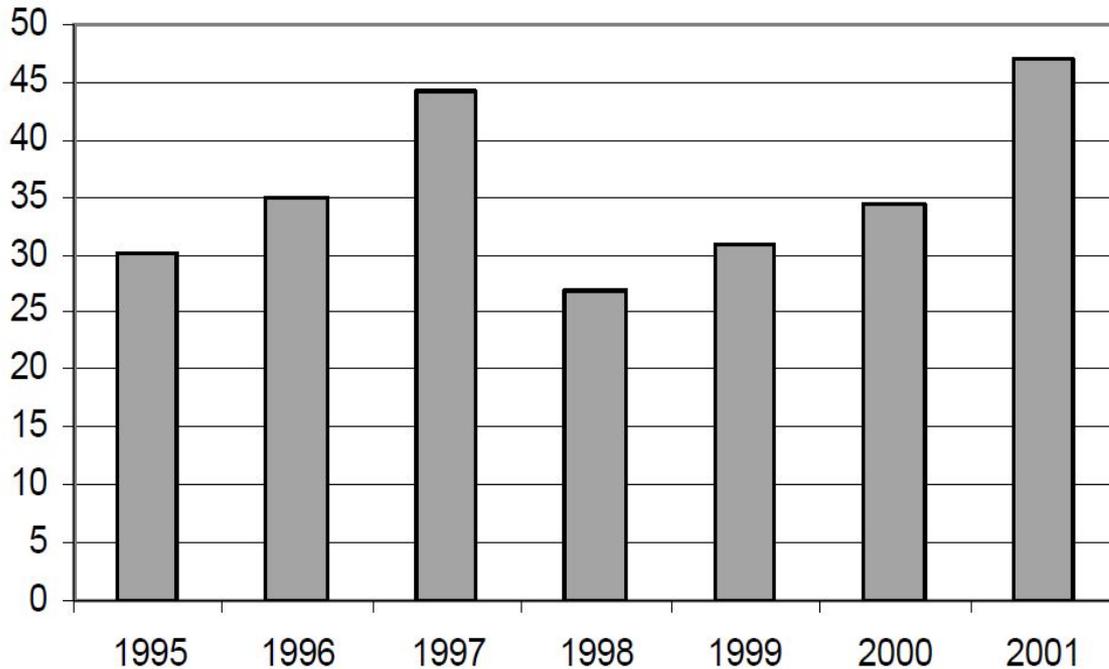
б) Какие три года из данных в таблице были наименее урожайными?

в) в каком году наблюдалось падение производства пшеницы в России по сравнению с предыдущим годом?

г) определите примерный прирост производства пшеницы в России в 1999 году по сравнению с 1998 годом. Дайте приблизительный ответ в млн. т.

2. На столбиковой диаграмме показано производство пшеницы в России с 1995 по 2001 год (млн.тонн). По диаграмме определите:

Производство пшеницы в России



**Ответ:** а) 1998; б) 1995, 1998 и 1999; в) 1998; г) 4 млн.т.

а) в каком году производство пшеницы было меньше 30 млн. т.?

б) Какие три года из данных в таблице были наименее урожайными?

в) в каком году наблюдалось падение производства пшеницы в России по сравнению с предыдущим годом?

г) определите примерный прирост производства пшеницы в России в 1999 году по сравнению с 1998 годом. Дайте приблизительный ответ в млн. т.

3. Перед школьным спектаклем Саша, Вова и Коля с помощью жребия распределяют между собой роли Атоса, Портоса и Арамиса.

а) Сколько существует возможных вариантов распределения ролей?

б) Перечислите все эти варианты с помощью таблицы.

3. Перед школьным спектаклем Саша, Вова и Коля с помощью жребия распределяют между собой роли Атоса, Портоса и Арамиса.

а) Сколько существует возможных вариантов распределения ролей?

б) Перечислите все эти варианты с помощью таблицы.

**Ответ: а) 6. б)**

<b>Саша</b>	<b>Ат</b>	<b>Ат</b>	<b>Ар</b>	<b>Ар</b>	<b>П</b>	<b>П</b>
<b>Вова</b>	<b>П</b>	<b>Ар</b>	<b>Ат</b>	<b>П</b>	<b>Ар</b>	<b>Ат</b>
<b>Коля</b>	<b>Ар</b>	<b>П</b>	<b>П</b>	<b>Ат</b>	<b>Ат</b>	<b>Ар</b>

Ответ на часть (а) может быть получен как умножением  $3 \cdot 2 \cdot 1 = 6$ , так и после выполнения задания (б), в котором все шесть вариантов перечислены.

Также с помощью перестановки и формулой для перестановки:  $3! = 6$ .

Основой задания является перечисление в некоторой выбранной логике перебора.

4. Для проведения экзамена по математике в 9 классе случайным образом выбирается одна из 92 экзаменационных работ. Перед экзаменом Вася решил все работы с первой по двадцать третью.

а) Какова вероятность, что будет выбрана работа № 33? б) Какова вероятность того, что на экзамене будет выбрана работа, которую Вася решил перед экзаменом?

4. Для проведения экзамена по математике в 9 классе случайным образом выбирается одна из 92 экзаменационных работ. Перед экзаменом Вася решил все работы с первой по двадцать третью.

а) Какова вероятность, что будет выбрана работа № 33? б) Какова вероятность того, что на экзамене будет выбрана работа, которую Вася решил перед экзаменом?

Ответ: а)  $\frac{1}{92}$ ; б)  $\frac{1}{4}$  или 0,25.

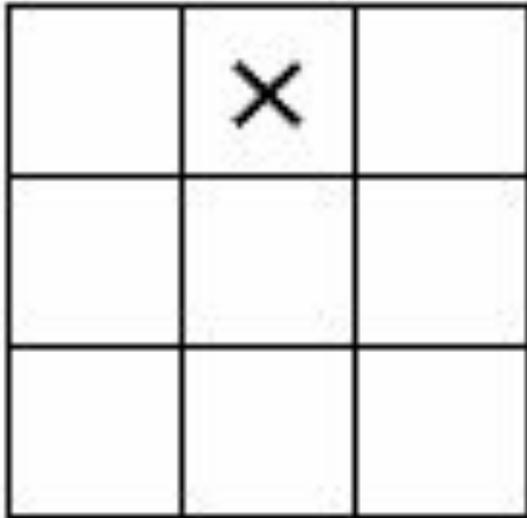
**Возможная запись решения.** Общее число элементарных событий (исходов) при выборе работы:  $n = 92$ . Событию  $A = \{\text{выбрана 33 работа}\}$

благоприятствует единственное элементарное событие:  $n(A) = 1$ . Тогда  $P(A) = \frac{1}{92}$ .

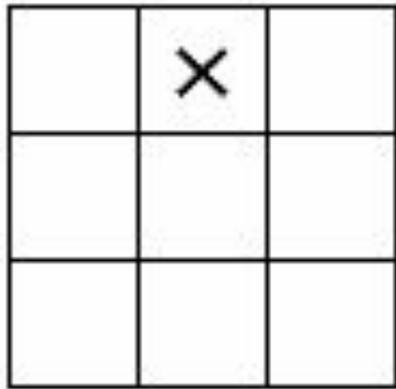
Событию  $B = \{\text{выбрана работа, которую Вася решил}\}$

благоприятствует  $n(B) = 23$  исхода. Значит,  $P(B) = \frac{23}{92} = \frac{1}{4}$ .

5. На поле для игры в крестики-нолики поставлен крестик (см. рис.). Свободную клетку для нолика выбирают случайным образом. Найдите вероятность того, что нолик окажется в клетке, соседней с крестиком (клетки считаются соседними, если у них есть общая сторона).



5. На поле для игры в крестики-нолики поставлен крестик (см. рис.). Свободную клетку для нолика выбирают случайным образом. Найдите вероятность того, что нолик окажется в клетке, соседней с крестиком (клетки считаются соседними, если у них есть общая сторона).



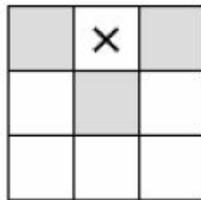
Ответ:  $\frac{3}{8}$  или 0,375.

**Возможная запись решения.** Общее число элементарных событий (исходов) при выборе клетки:  $n = 8$ . Событию

$$A = \{\text{выбрана соседняя клетка}\}$$

благоприятствует  $n(A) = 3$  элементарных события. Значит,  $P(A) = \frac{3}{8}$ .

Благоприятствующие элементарные события могут быть показаны на рисунке. Например, заштрихованы или закрашены.



6. В сундуке 5 монет, из которых 2 золотых и 3 серебряных. Пират достает из сундука 2 случайные монеты. Какова вероятность того, что обе монеты оказались золотыми?

6. В сундуке 5 монет, из которых 2 золотых и 3 серебряных. Пират достает из сундука 2 случайные монеты. Какова вероятность того, что обе монеты оказались золотыми?

Ответ:  $\frac{1}{10}$  или 0,1.

**Возможная запись решения.** Каждая монета может сочетаться с каждой из оставшихся. Поэтому общее число элементарных событий (исходов) при выборе пары монет:

$$n = \frac{5 \cdot 4}{2} = 10. \text{ Событию}$$

$$A = \{\text{обе золотые}\}$$

благоприятствует  $n(A) = 1$  исход. Значит,  $P(A) = \frac{1}{10}$ .

При определении общего числа элементарных событий вместо комбинаторного правила умножения учащийся может пользоваться перебором, поименовав монеты и выписав все возможные исходы. Например:

12, 13, 14, 15, 23, 24, 25, 34, 35, 45.

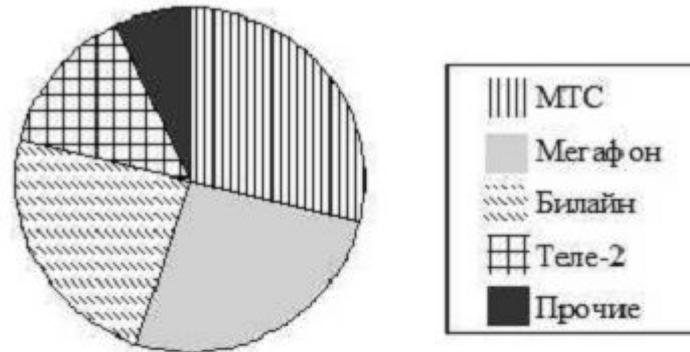
Может быть использовано число сочетаний:  $n = C_5^2 = 10$ .

$$C_n^k = \frac{n!}{(n-k)! \cdot k!}$$

$$C_5^2 = \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5}{(5-2)! \cdot 2!} = \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 1 \cdot 2} = 10$$

# Вариант 1

1. На диаграмме показано распределение числа клиентов между различными сотовыми операторами России, включая четыре крупнейших оператора (по данным некоторого опроса, в котором участвовали клиенты, пользующиеся услугами только одной компании).



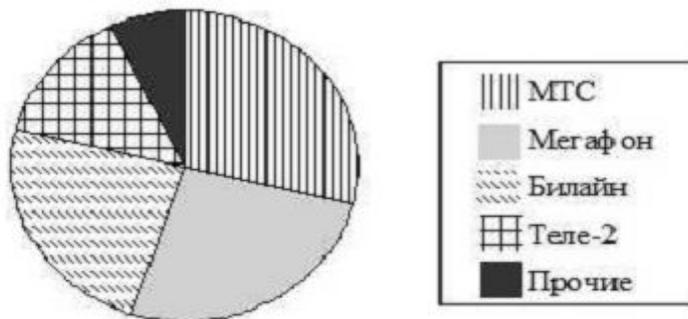
а) Укажите номера верных утверждений.

1. Клиентов компании МТС меньше, чем клиентов компании Теле-2.
2. Клиентов компании Билайн меньше, чем четверть всех участников опроса.
3. Клиенты компаний Мегафон и Билайн, вместе взятые, составляют примерно половину всех клиентов.
4. Общее число клиентов компаний Билайн и Теле-2 превосходит число клиентов МТС.
5. Клиентов компаний МТС и Мегафон, вместе взятых, менее половины всех участников опроса.
6. Клиентов компании Теле-2 – около четверти всех участников опроса.

б) Найдите примерное количество клиентов компании Мегафон, участвовавших в опросе, если всего было опрошено 3600 человек.

## Вариант 1

1. На диаграмме показано распределение числа клиентов между различными сотовыми операторами России, включая четыре крупнейших оператора (по данным некоторого опроса, в котором участвовали клиенты, пользующиеся услугами только одной компании).



а) Укажите номера верных утверждений.

1. Клиентов компании МТС меньше, чем клиентов компании Теле-2.
2. Клиентов компании Билайн меньше, чем четверть всех участников опроса.
3. Клиенты компаний Мегафон и Билайн, вместе взятые, составляют примерно половину всех клиентов.
4. Общее число клиентов компаний Билайн и Теле-2 превосходит число клиентов МТС.
5. Клиентов компаний МТС и Мегафон, вместе взятых, менее половины всех участников опроса.
6. Клиентов компании Теле-2 – около четверти всех участников опроса.

б) Найдите примерное количество клиентов компании Мегафон, участвовавших в опросе, если всего было опрошено 3600 человек.

Ответ: а) 2, 3, 4; б) число, близкое к 1000, например из интервала 900–1100.

Примечание. В задании 1б) не требуется объяснений

## Вариант 1

2. В таблице даны сведения о пунктах продаж 5 компаний сотовой связи в некотором городе (по данным некоторого исследования).

Компания	Альфа	Бета	Гамма	Дельта	Эпсилон
Количество пунктов продаж услуг в городе	8	7	6	10	4

Найдите:

- среднее число пунктов продаж услуг на одну компанию;
- дисперсию числа пунктов продаж услуг.

## Вариант 1

2. В таблице даны сведения о пунктах продаж 5 компаний сотовой связи в некотором городе (по данным некоторого исследования).

Компания	Альфа	Бета	Гамма	Дельта	Эпсилон
Количество пунктов продаж услуг в городе	8	7	6	10	4

Найдите:

- а) среднее число пунктов продаж услуг на одну компанию;
- б) дисперсию числа пунктов продаж услуг.

**Ответ: а) 7; б) 4.**

**Возможный ход решения.**

а) Среднее арифметическое: 
$$\frac{8 + 7 + 6 + 10 + 4}{5} = 7.$$

б) Отклонения от среднего арифметического: 1; 0; -1; 3; -3. Не будет ошибкой, если указаны абсолютные отклонения, то есть вместо -1 указано 1.

Дисперсия равна

$$\frac{1^2 + 0^2 + 1^2 + 3^2 + 3^2}{5} = 4.$$

Промежуточные вычисления могут быть расположены в таблице.

## Вариант 1

**3.** На Новый Год встретились пятеро друзей. Каждый пожал всем другим руки, и каждый подарил всем другим по подарку.

- а)** Сколько всего было подарков?
- б)** Сколько всего было рукопожатий?

## Вариант 1

3. На Новый Год встретились пятеро друзей. Каждый пожал всем другим руки, и каждый подарил всем другим по подарку.

- а) Сколько всего было подарков?
- б) Сколько всего было рукопожатий?

**Ответ: а) 20; б) 10.**

Возможный ход решения: а) Каждый из 5 человек подарил что-то каждому из 4 остальных, поэтому всего подарков  $5 \cdot 4 = 20$ .

б) Каждый из 5 человек пожал руку каждому из 4 других, но при этом каждое рукопожатие учитывается дважды, поскольку в нём участвовало два человека. Поэтому всего рукопожатий  $5 \cdot 4 : 2 = 10$ .

## Вариант 1

4. Правильную игральную кость бросают дважды.

а) Отметьте в таблице все элементарные события этого эксперимента, благоприятствующие событию

$$A = \{\text{сумма выпавших очков делится на } 5\}.$$

б) Найдите вероятность события  $A$ .

		Первая кость					
		1	2	3	4	5	6
Вторая кость	1						
	2						
	3						
	4						
	5						
	6						

## Вариант 1

4. Правильную игральную кость бросают дважды.

а) Отметьте в таблице все элементарные события этого эксперимента, благоприятствующие событию

$$A = \{\text{сумма выпавших очков делится на } 5\}.$$

б) Найдите вероятность события  $A$ .

		Первая кость					
		1	2	3	4	5	6
Вторая кость	1						
	2						
	3						
	4						
	5						
	6						

4. **Ответ:** а) см. рисунок; б)  $\frac{7}{36}$ .

Примечание. Форма ответа не играет роли. Учащийся может дать как точный ответ, так и округленный в виде десятичной дроби. **Ответ, данный в процентах, верным не является.**

		Первая кость					
		1	2	3	4	5	6
Вторая кость	1						
	2						
	3						
	4						
	5						
	6						

## Вариант 1

5. Сказочные животные шорьки бывают трёх возможных окрасов: серые, бурые и малиновые. В среднем из 100 шорьков бывает 13 серых и 57 бурых. Найдите вероятность того, что случайно взятый шорёк будет малиновым.

## Вариант 1

5. Сказочные животные шорьки бывают трёх возможных окрасов: серые, бурые и малиновые. В среднем из 100 шорьков бывает 13 серых и 57 бурых. Найдите вероятность того, что случайно взятый шорёк будет малиновым.

**Ответ: 0,3.**

Возможный ход решения. а) В среднем из 100 шорьков малиновых будет  $100 - 13 - 57 = 30$  . Следовательно, вероятность того, что случайно взятый шорёк окажется малиновым, равна  $30:100 = 0,3$  .

## Вариант 1

**6.** В банке стоят три платёжных автомата. Каждый из автоматов может оказаться неисправен независимо от других с вероятностью  $0,1$ .

**а)** Найдите вероятность события

$$C = \{\text{все три автомата исправны}\}.$$

**б)** По вашему мнению, каким следует считать событие  $C$ : практически достоверным, вполне возможным или маловероятным? Объясните своё мнение.

## Вариант 1

6. В банке стоят три платёжных автомата. Каждый из автоматов может оказаться неисправен независимо от других с вероятностью 0,1.

а) Найдите вероятность события

$$C = \{\text{все три автомата исправны}\}.$$

б) По вашему мнению, каким следует считать событие  $C$ : практически достоверным, вполне возможным или маловероятным? Объясните своё мнение.

**Ответ: 0,729 .**

Сумма вероятностей всегда равна 1.

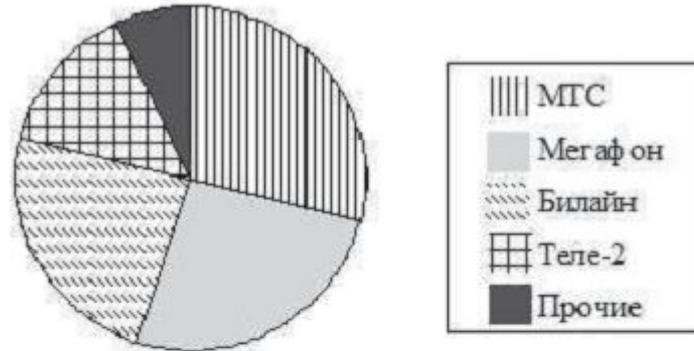
Возможный ход решения. а) Вероятность того, что каждый отдельный автомат исправен, равна  $1 - 0,1 = 0,9$ . Поскольку автоматы работают независимо друг от друга, вероятность того, что все три исправны, находим при помощи умножения:

$$0,9 \cdot 0,9 \cdot 0,9 = 0,729.$$

б) Указание. Мнения могут разделиться. Главное – аргументированность. Пример возможного рассуждения: «Я считаю, что это событие вполне возможное, поскольку оно происходит примерно 7 раз из 10».

## Вариант 2

1. На диаграмме показано распределение числа клиентов между различными сотовыми операторами России, включая четыре крупнейших оператора (по данным некоторого опроса, в котором участвовали клиенты, пользующиеся услугами только одной компании).



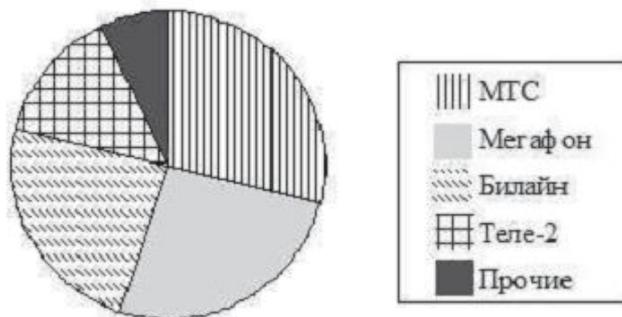
а) Укажите номера верных утверждений.

1. Клиентов компании МТС больше, чем клиентов компании Билайн.
2. Клиентов компании МТС больше, чем клиентов компаний Билайн и Теле-2 вместе взятых.
3. Клиенты компании Билайн составляют примерно четвертую часть всех участников опроса.
4. Клиентов компании МТС меньше, чем четверть всех участников опроса.
5. Участников опроса, не являющихся клиентами компаний Билайн или Мегафон, – примерно половина от общего количества.
6. Число клиентов компании Мегафон не меньше, чем число клиентов компании МТС.

б) Найдите примерное количество участников опроса, если известно, что в опросе участвовало 800 клиентов компании Билайн.

## Вариант 2

1. На диаграмме показано распределение числа клиентов между различными сотовыми операторами России, включая четыре крупнейших оператора (по данным некоторого опроса, в котором участвовали клиенты, пользующиеся услугами только одной компании).



а) Укажите номера верных утверждений.

1. Клиентов компании МТС больше, чем клиентов компании Билайн.
2. Клиентов компании МТС больше, чем клиентов компаний Билайн и Теле-2 вместе взятых.
3. Клиенты компании Билайн составляют примерно четвертую часть всех участников опроса.
4. Клиентов компании МТС меньше, чем четверть всех участников опроса.
5. Участников опроса, не являющихся клиентами компаний Билайн или Мегафон, – примерно половина от общего количества.
6. Число клиентов компании Мегафон не меньше, чем число клиентов компании МТС.

б) Найдите примерное количество участников опроса, если известно, что в опросе участвовало 800 клиентов компании Билайн.

**Ответ: а) 1, 3, 5; б) число, близкое к 3300, например, из интервала 3100–3500.**

## Вариант 2

2. В таблице даны сведения о 5 компаниях сотовой связи (по данным некоторого исследования).

Компания	Альфа	Бета	Гамма	Дельта	Эпсилон
Количество сотрудников, принятых на работу в течение месяца	8	7	9	11	5

Найдите:

- а) среднее число сотрудников, принятых на работу в течение месяца, на одну компанию;
- б) дисперсию этой величины.

## Вариант 2

2. В таблице даны сведения о 5 компаниях сотовой связи (по данным некоторого исследования).

Компания	Альфа	Бета	Гамма	Дельта	Эпсилон
Количество сотрудников, принятых на работу в течение месяца	8	7	9	11	5

Найдите:

- среднее число сотрудников, принятых на работу в течение месяца, на одну компанию;
- дисперсию этой величины.

**Ответ: а) 8; б) 4.**

## Вариант 2

3. На Новый Год встретились шестеро друзей. Каждый пожал всем другим руки, и каждый подарил всем другим по подарку.

- а) Сколько всего было подарков?
- б) Сколько всего было рукопожатий?

## Вариант 2

3. На Новый Год встретились шестеро друзей. Каждый пожал всем другим руки, и каждый подарил всем другим по подарку.

- а) Сколько всего было подарков?
- б) Сколько всего было рукопожатий?

**Ответ: а) 30; б) 15**

## Вариант 2

4. Правильную игральную кость бросают дважды.

а) Отметьте в таблице все элементарные события этого эксперимента, благоприятствующие событию

$$A = \{\text{сумма выпавших очков делится на } 6\}.$$

б) Найдите вероятность события  $A$ .

		Первая кость					
		1	2	3	4	5	6
Вторая кость	1						
	2						
	3						
	4						
	5						
	6						

## Вариант 2

4. Правильную игральную кость бросают дважды.

а) Отметьте в таблице все элементарные события этого эксперимента, благоприятствующие событию

$$A = \{\text{сумма выпавших очков делится на } 6\}.$$

б) Найдите вероятность события  $A$ .

		Первая кость					
		1	2	3	4	5	6
Вторая кость	1						
	2						
	3						
	4						
	5						
	6						

Ответ: а) смотри рисунок; б)  $\frac{1}{6}$ .

		Первая кость					
		1	2	3	4	5	6
Вторая кость	1						
	2						
	3						
	4						
	5						
	6						

## Вариант 2

5. Сказочные животные мюмзики бывают с двумя, тремя и четырьмя хвостами. В среднем из 100 мюмзиков бывает 28 с двумя хвостами и 62 – с тремя. Найдите вероятность того, что у случайно взятого мюмзика окажется четыре хвоста.

## Вариант 2

5. Сказочные животные мюмзики бывают с двумя, тремя и четырьмя хвостами. В среднем из 100 мюмзиков бывает 28 с двумя хвостами и 62 – с тремя. Найдите вероятность того, что у случайно взятого мюмзика окажется четыре хвоста.

**Ответ: 0,1.**

## Вариант 2

6. В банке стоят три платёжных автомата. Каждый из автоматов может оказаться неисправен независимо от других с вероятностью 0,3.

а) Найдите вероятность события

$$C = \{\text{все три автомата неисправны}\}.$$

б) По вашему мнению, каким следует считать событие  $C$ : практически достоверным, вполне возможным или маловероятным? Объясните своё мнение.

## Вариант 2

6. В банке стоят три платёжных автомата. Каждый из автоматов может оказаться неисправен независимо от других с вероятностью 0,3.

а) Найдите вероятность события

$$C = \{\text{все три автомата неисправны}\}.$$

б) По вашему мнению, каким следует считать событие  $C$ : практически достоверным, вполне возможным или маловероятным? Объясните своё мнение.

**Ответ: а) 0,027 .**

# Задание на с/п

Дидактические материалы  
вариант 1, вариант 2.

Презентации для повторения ТВиС 7 и 8  
класса на сайте:

<http://nsportal.ru/srkarimova>

*Теория вероятностей\_Успех и  
неудача*

*Статистика\_Повторение 7 класс  
ТВиС\_СтатГрад*