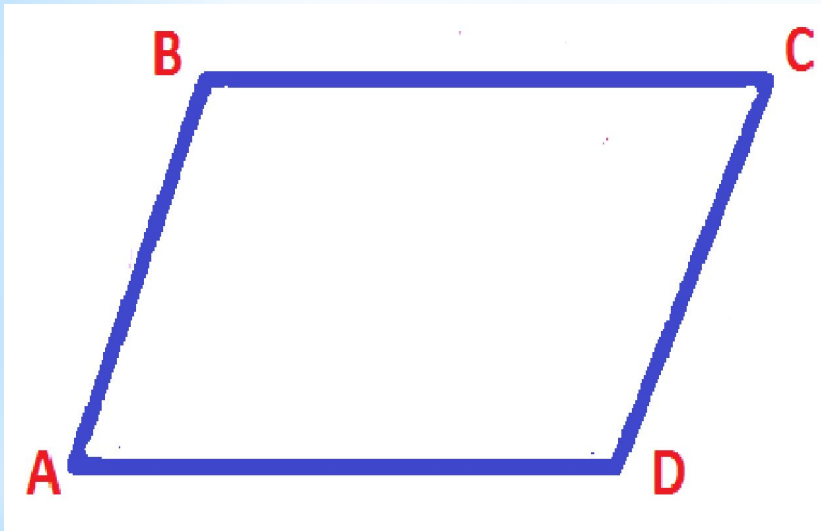


ГБОУ гимназия г. Сызрани Самарской  
области

**Четырехугольники.**  
**Свойства четырехугольников.**  
**Решение задач**

Автор:  
Константинова Ирина  
Альбертовна,  
учитель математики

# Параллелограмм



***Параллелограмм*** – это четырехугольник, у которого противоположные стороны параллельны.

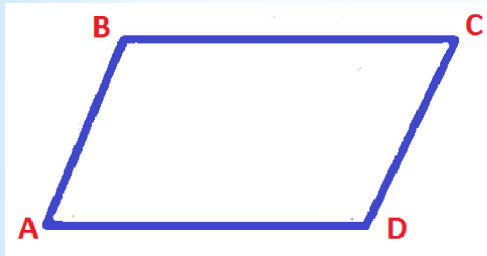
$$AB \parallel CD \text{ и } BC \parallel AD$$

***ABCD*** - параллелограмм

# Свойства углов параллелограмма



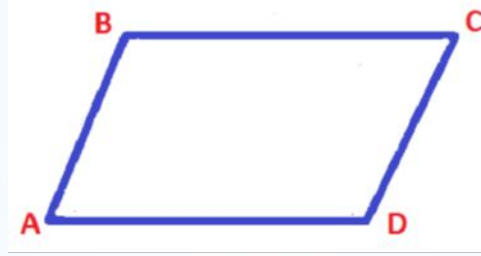
Сумма соседних углов  
равна  $180^\circ$



$\angle A + \angle B = 180^\circ$ ,  
т.к. они являются  
односторонними при  
параллельных прямых  
 $BC$  и  $AD$ , и секущей  $AB$



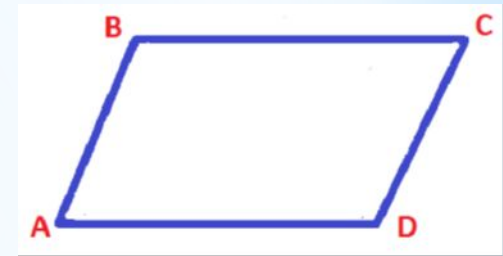
Противоположные углы  
параллелограмма  
равны



$\angle A + \angle B = 180^\circ$   
 $\angle C + \angle B = 180^\circ$ ,  
углы  $A$  и  $C$  дополняют  
угол  $B$  до  $180^\circ$ , значит  
они равны, т.е.  $\angle A = \angle C$ .  
Аналогично  $\angle B = \angle D$ .



Сумма углов  
параллелограмма равна  
 $360^\circ$



$S = 180^\circ(n-2)$ ,  
где  $n = 4$  – число углов,  
значит  
 $S = 180^\circ(4 - 2) = 360^\circ$  -  
сумма углов.

# Свойство сторон параллелограмма

**Противоположные стороны параллелограмма равны.**

Докажем, что

$$AB = CD \text{ и } BC = AD.$$

Проведем диагональ  $BD$ .

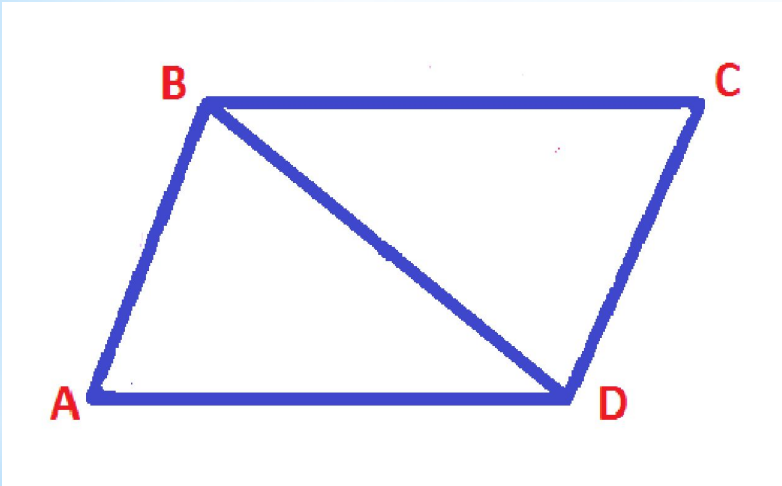
Получили два треугольника  $ABD$  и  $CDB$ .

Они равны, т.к.

- \*  $BD$  – общая сторона,
- \*  $\angle ABD = \angle CDB$  (накрест лежащие при  $AB \parallel CD$  и секущей  $BD$ ),
- \*  $\angle ADB = \angle DBC$  (накрест лежащие при  $BC \parallel AD$  и секущей  $BD$ ).

Из равенства треугольников следует равенство соответствующих сторон, т.е.

$$AB = CD, BC = AD$$

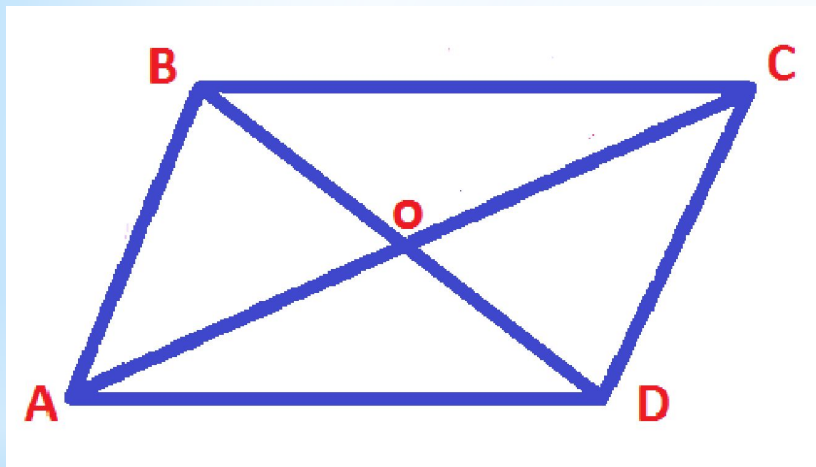


# Свойство диагоналей параллелограмма

Диагонали параллелограмма пересекаются  
и точкой пересечения делятся пополам

Докажем, что точка  $O$  – середина  
диагоналей  $AC$  и  $BD$ .

Треугольники  $BOC$  и  $DOA$  равны,  
т.к.



\*  $BC = AD$  (по свойству сторон  
параллелограмма),

\*  $\angle OBC = \angle ODA$  (накрест лежащие  
при

$BC \parallel AD$  и секущей  $BD$ ),

\*  $\angle BCO = \angle OAD$  (накрест лежащие  
при

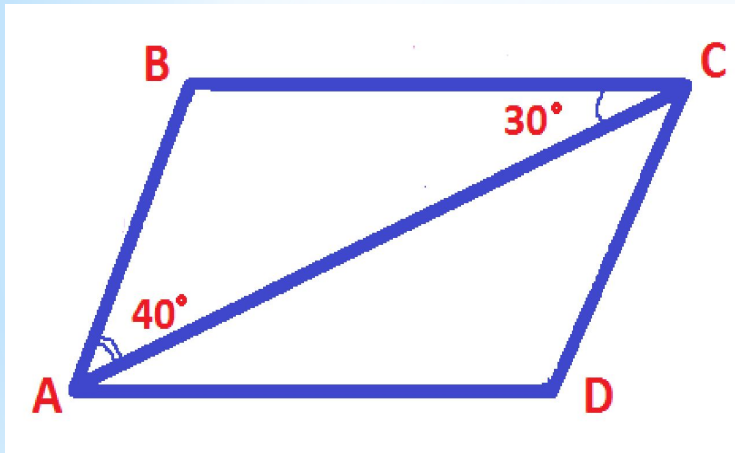
$BC \parallel AD$  и секущей  $AC$ ).

Из равенства треугольников следует  
равенство соответствующих сторон, т.е.

$BO = OD$ ,  $CO = OA$ , значит  $O$  – середина  
диагоналей  $AC$  и  $BD$ .

# Параллелограмм. Решение задач

**Задача:** В параллелограмме ABCD проведена диагональ AC.  $\angle BCA = 30^\circ$ ,  $\angle BAC = 40^\circ$ . Найдите все углы параллелограмма.



**Решение:**

Рассмотрим  $\triangle BAC$ .

У него  $\angle BCA = 30^\circ$ ,  $\angle BAC = 40^\circ$ ,  
значит  $\angle B = 180^\circ - (30^\circ + 40^\circ) = 110^\circ$ .

$$\angle B = \angle D = 110^\circ$$

(по свойству противоположных углов),

$$\angle A + \angle B = 180^\circ, \Rightarrow$$

$$\angle A = 180^\circ - 110^\circ = 70^\circ,$$

$$\angle C = \angle A = 70^\circ$$

(по свойству противоположных

углов параллелограмма)

**Ответ:**  $\angle C = \angle A = 70^\circ$ ,  $\angle B = \angle D = 110^\circ$

# Параллелограмм. Решение задач

**Задача:** Найдите стороны параллелограмма, если две его стороны относятся как 4:5, а периметр равен 72 см.

**Решение :**

Т. к. отношение сторон равно 4: 5, то речь в условии задачи идет о соседних сторонах параллелограмма.

$4+5 = 9$  – частей на сумму сторон АВ и ВС.

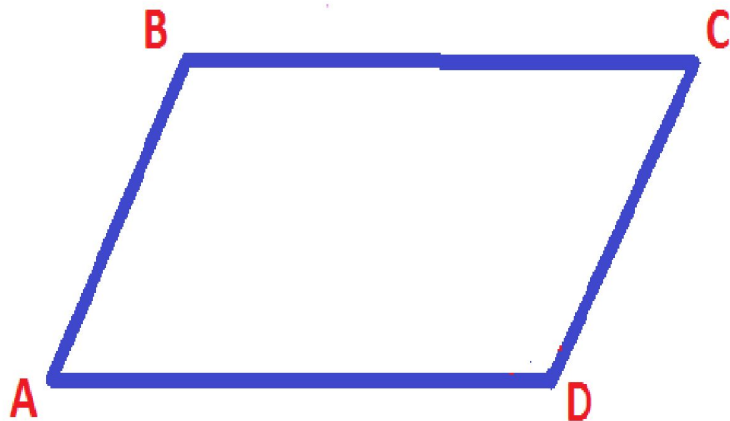
$$AB + BC = 72 : 2 = 36 \text{ см,}$$

$36 : 9 = 4$  (см) – одна часть,

$$AB = 4 \cdot 4 = 16 \text{ (см), } BC = 4 \cdot 5 = 20 \text{ (см).}$$

$$CD = AB = 16 \text{ см, } AD = BC = 20 \text{ см}$$

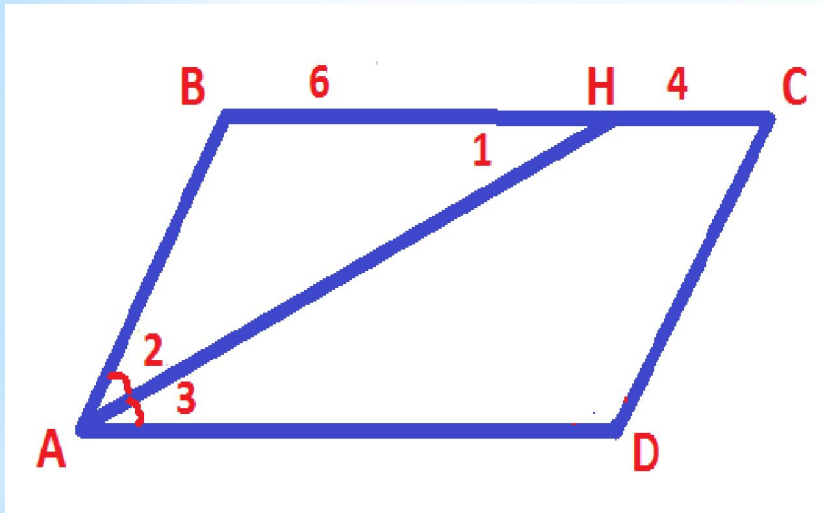
(по свойству сторон параллелограмма)



**Ответ:**  $CD = AB = 16$  см,  
 $AD = BC = 20$  см

# Параллелограмм. Решение задач

**Задача:** в параллелограмме ABCD проведена биссектриса угла A. Она разбивает сторону BC на отрезки  $BH = 6$  см и  $HC = 4$  см. Найдите периметр параллелограмма.



**Решение:**

$\angle 3 = \angle 2$ , т.к. AH – биссектриса,  
 $\angle 1 = \angle 3$  (накрест лежащие при  $BC \parallel AD$  и секущей AH),  $\Rightarrow \angle 1 = \angle 2$ ,

$\triangle ABH$  – равнобедренный (по признаку),

$$BC = AD = BH + HC = 6 + 4 = 10 \text{ см}, \quad AB = CD = 6 \text{ см.}$$

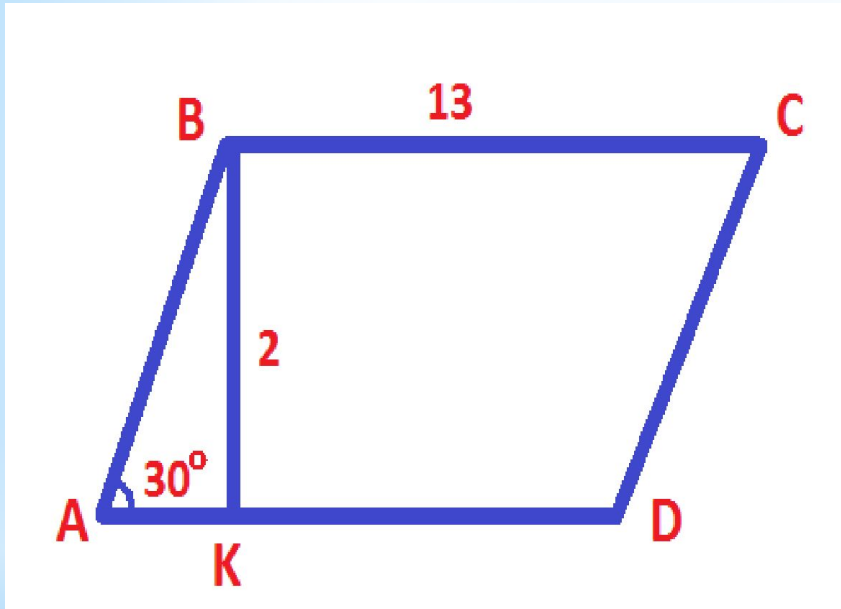
$$P = 2 \cdot (10 + 6) = 32 \text{ см.}$$

**Ответ:**  $P = 32$

**см.**



# Параллелограмм. Решение задач



**Задача:** ABCD – параллелограмм.  
Высота BK равна 2 см,  $\angle A = 30^\circ$ ,  
сторона BC = 13 см. Найти периметр  
параллелограмма.

**Решение.**

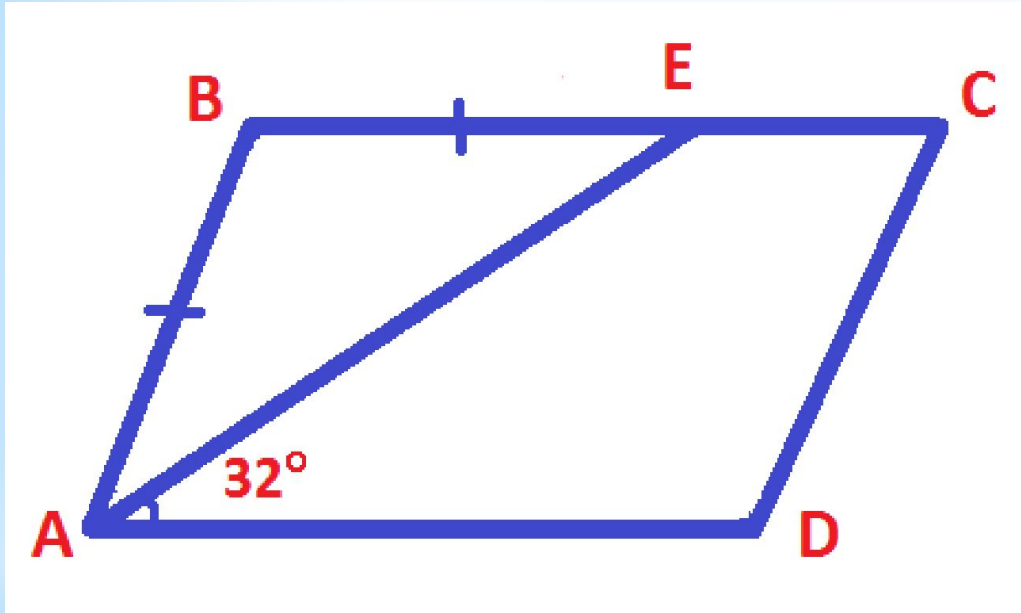
\*  $\triangle ABK$  – прямоугольный,  $\angle A = 30^\circ$ ,  $\Rightarrow$   
 $BK = \frac{1}{2} AB$ ,  $\Rightarrow AB = 2 BK$ ,  $AB = 4$  см

\*  $P = 2 \cdot (AB + BC)$ ,  $P = 2 \cdot$   
 $(4 + 13) = 34$  (см).

**Ответ: 34 см**

**Решение задач по готовым  
чертежам с последующей  
самопроверкой**

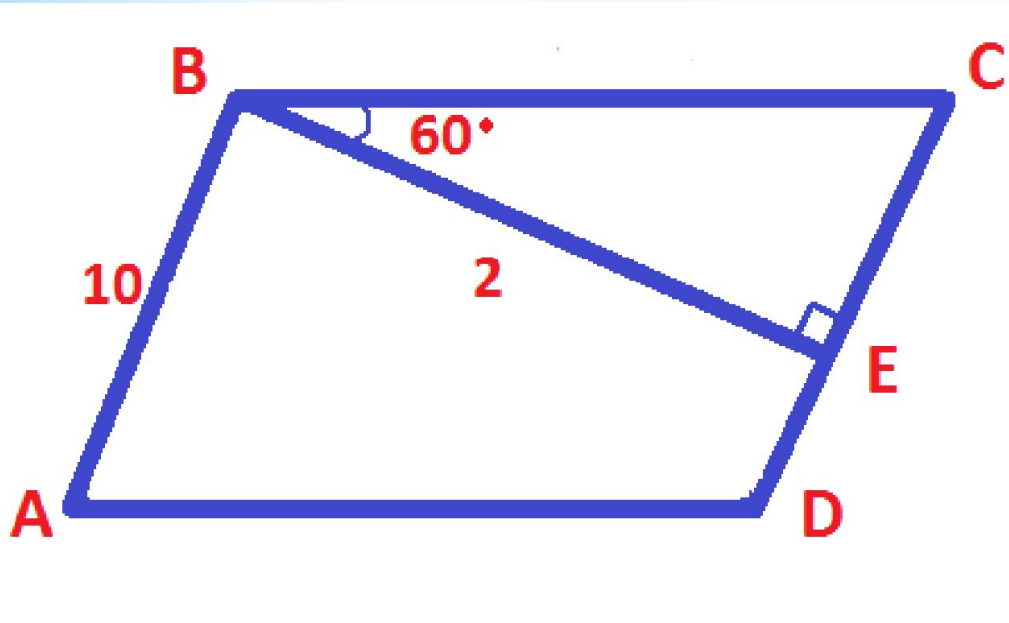
# Параллелограмм. Решение задач



**Задача:**  $ABCD$  –  
параллелограмм.  
Найти углы  $C$  и  $D$ .

**Ответ:**  $\angle C = 64^\circ$ ,  
 $\angle D = 116^\circ$ .

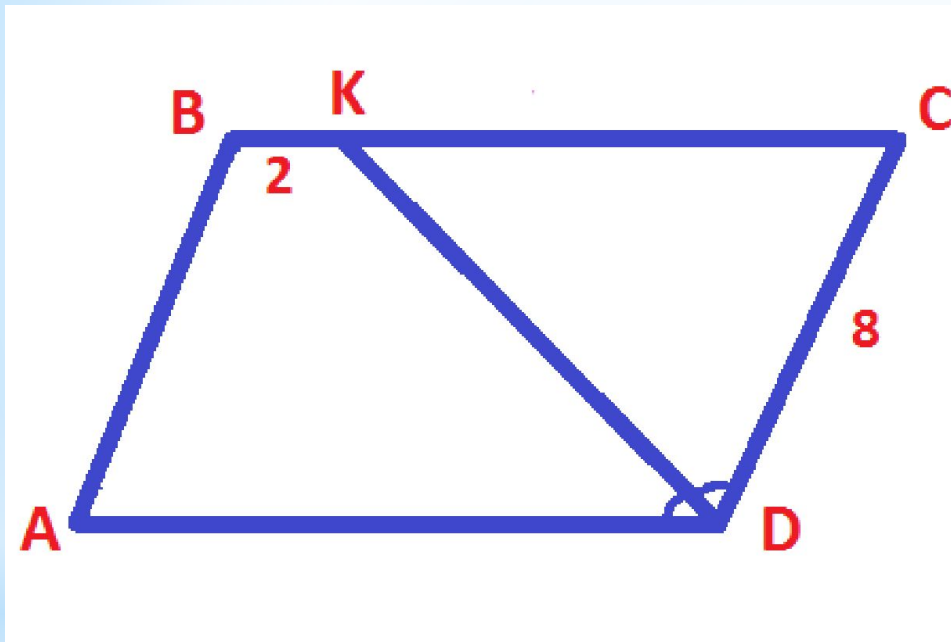
# Параллелограмм. Решение задач



Задача:  $ABCD$  –  
параллелограмм.  
Найти  $AD$  и  $DC$ .

Ответ:  $DC=10$  см,  $AD=4$   
см.

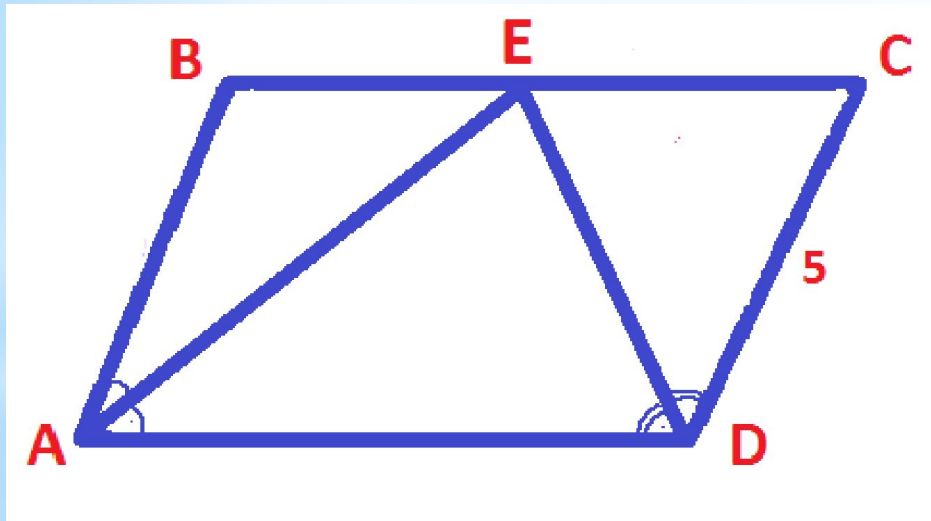
# Параллелограмм. Решение задач



**Задача:**  $ABCD$  –  
параллелограмм.  
Найти  $AD$ .

**Ответ:**  $AD=10$   
см.

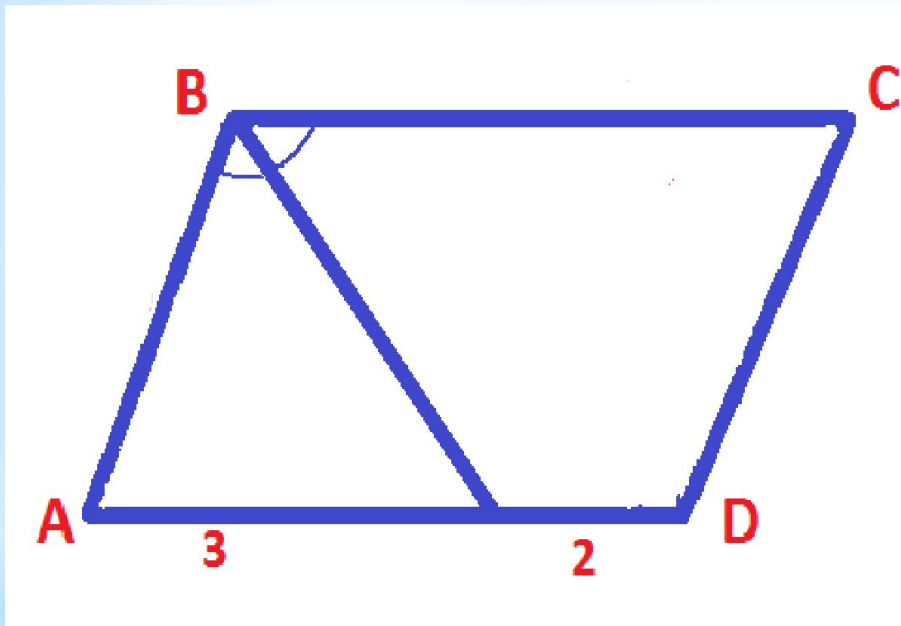
# Параллелограмм. Решение задач



Задача: ABCD –  
параллелограмм.  
Найти периметр  
ABCD и  $\angle AED$ .

Ответ:  $P=30$  см,  
 $\angle AED=90^\circ$ .

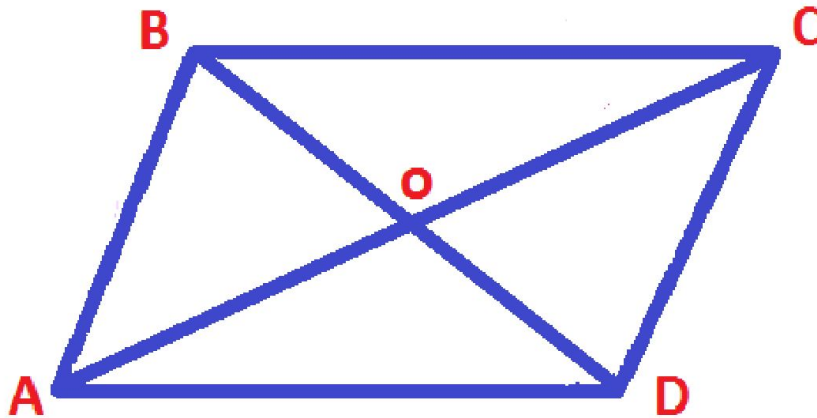
# Параллелограмм. Решение задач



**Задача: ABCD –  
параллелограмм.  
Найти периметр  
ABCD.**

**Ответ:  $P=16$   
см.**

# Параллелограмм. Решение задач



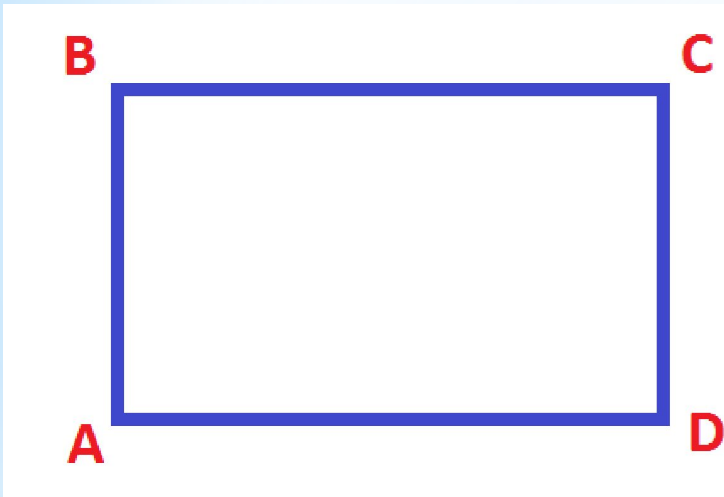
$AC=20\text{ см}$ ,  $BD=10\text{ см}$ ,  
 $AB=13\text{ см}$

Задача:  $ABCD$  –  
параллелограмм.  
Найти периметр  
 $\triangle COD$ .

Ответ:  $P=28$   
см



# Прямоугольник

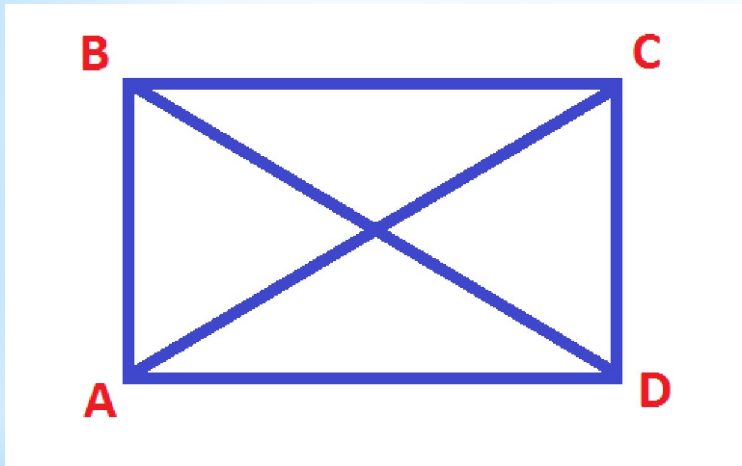


Прямоугольник – это параллелограмм, у которого все углы прямые.

$$\angle A = \angle B = \angle C = \angle D = 90$$

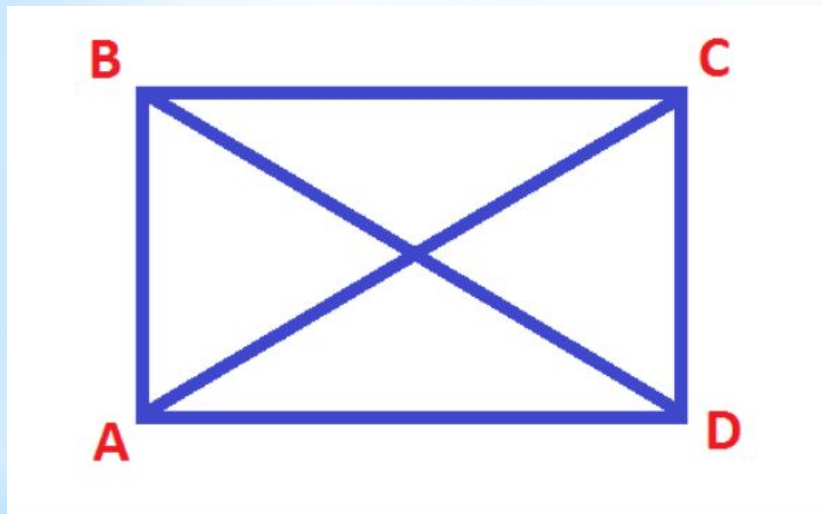
o

# Свойства прямоугольника



- Противоположные стороны равны
- Диагонали равны
- Все углы прямые
- Диагонали точкой пересечения делятся пополам

# Свойство диагоналей прямоугольника



**Диагонали прямоугольника  
равны.**

**Доказательство:**

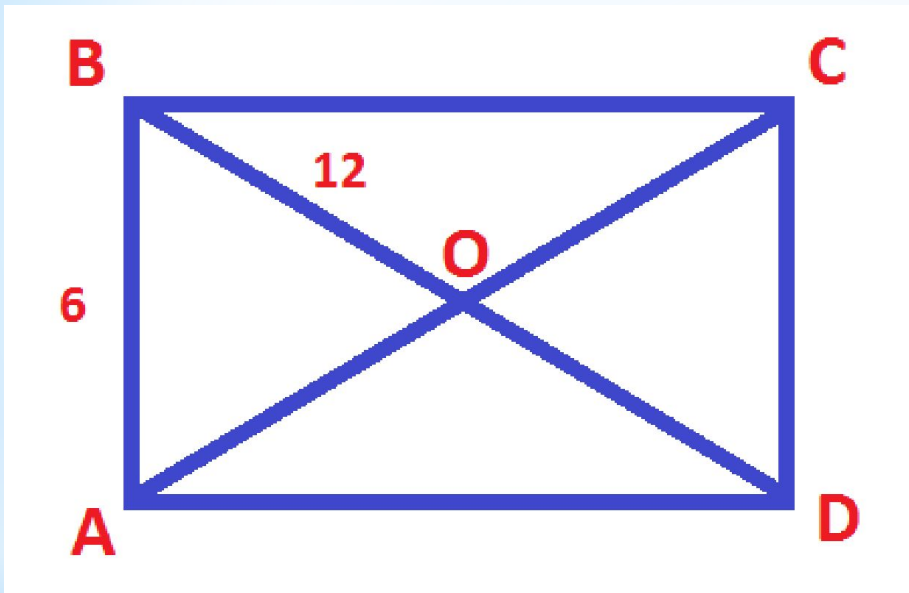
Прямоугольные треугольники  
BAD и CDA равны по двум  
катетам

( $AB=CD$ ,  $AD$  – общий катет).

Отсюда следует, что гипотенузы  
треугольников равны,

т.е.  $AC=BD$ .

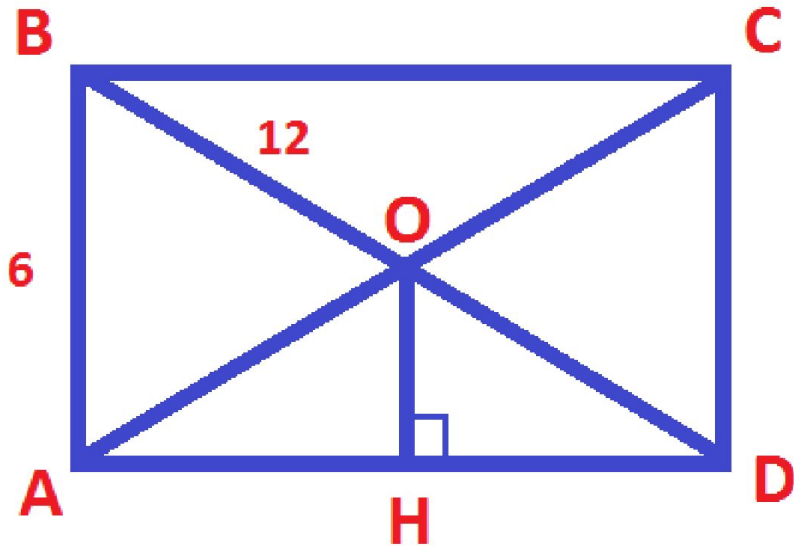
# Прямоугольник. Решение задач



**Задача:** ABCD –  
прямоугольник.  
Найти  $\angle COD$ ,  
если  $BD=12$  см,  
 $AB=6$  см.

**Ответ:**  
 $60^\circ$

# Прямоугольник. Решение задач



Задача:

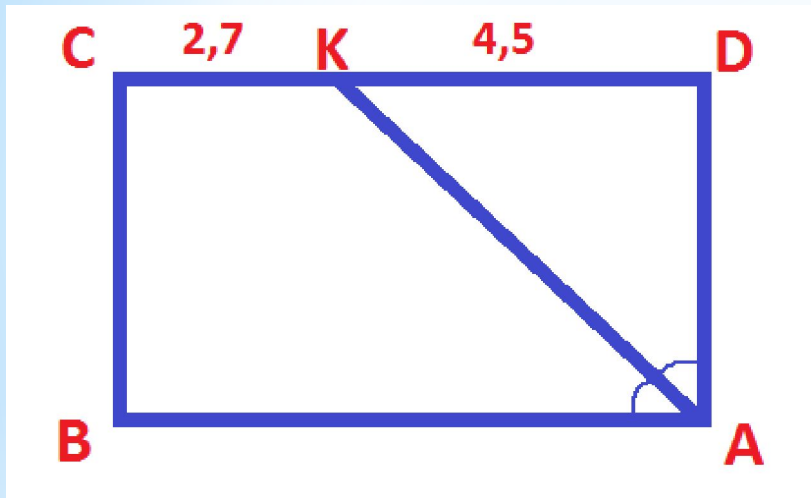
$ABCD$  –  
прямоугольник.  
Найти  $OH$ , если  
 $BD=12$  см,  $AB=6$  см.

Ответ: 3

см

# Прямоугольник. Решение задач

## Задача:



ABCD – прямоугольник.

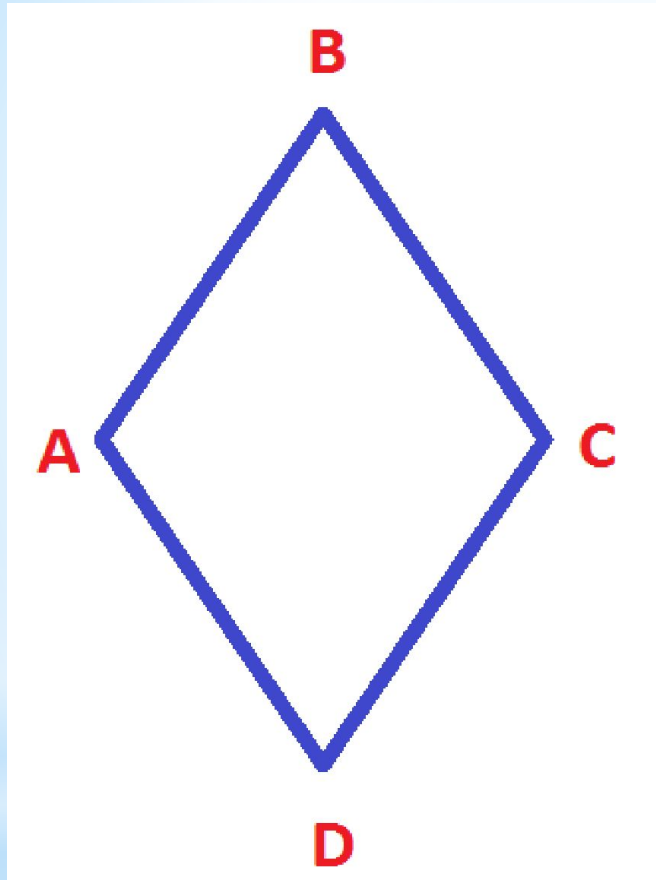
AK – биссектриса  $\angle A$ ,  
CK=2,7 см, KD =4,5 см.

Найти периметр  
ABCD.

Ответ:  $P=23,4$

см

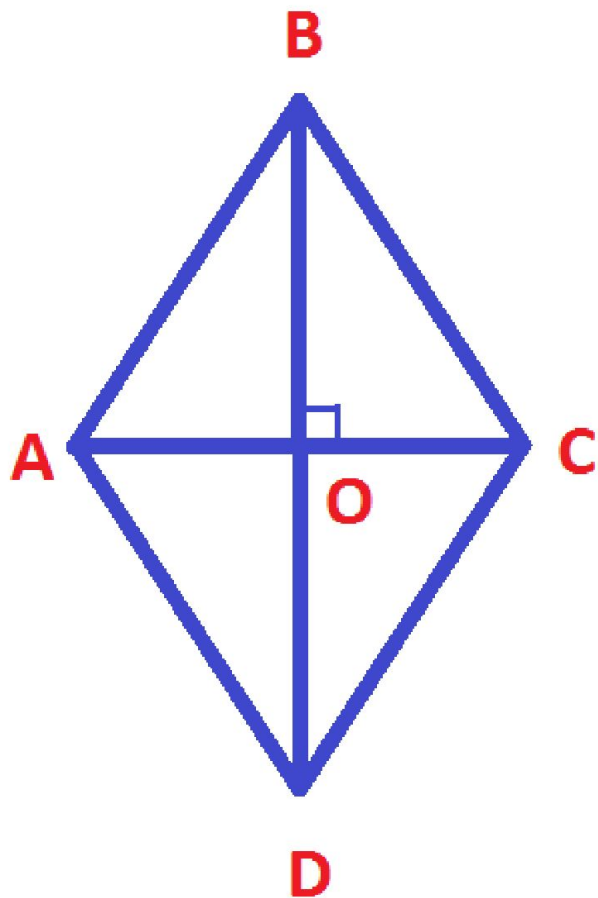
# Ромб



Ромб – это параллелограмм, у которого все стороны равны.

$$AB=BC=CD=DA$$

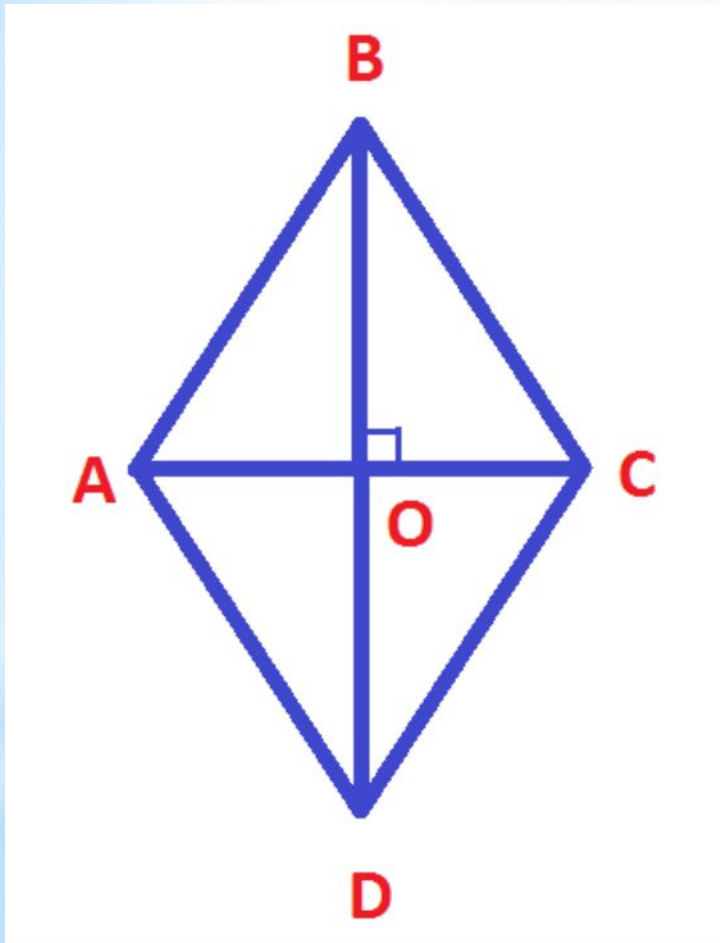
# Свойства ромба



- ➔ Все стороны равны
- ➔ Противоположные углы равны
- ➔ Диагонали ромба перпендикулярны
- ➔ Диагонали ромба – биссектрисы углов ромба



# Свойства диагоналей ромба



**Диагонали ромба взаимно перпендикулярны и делят его углы пополам.**

**Доказательство:**

Рассмотрим ромб ABCD.

По определению ромба  $AB=AD$ , поэтому треугольник BAD равнобедренный.

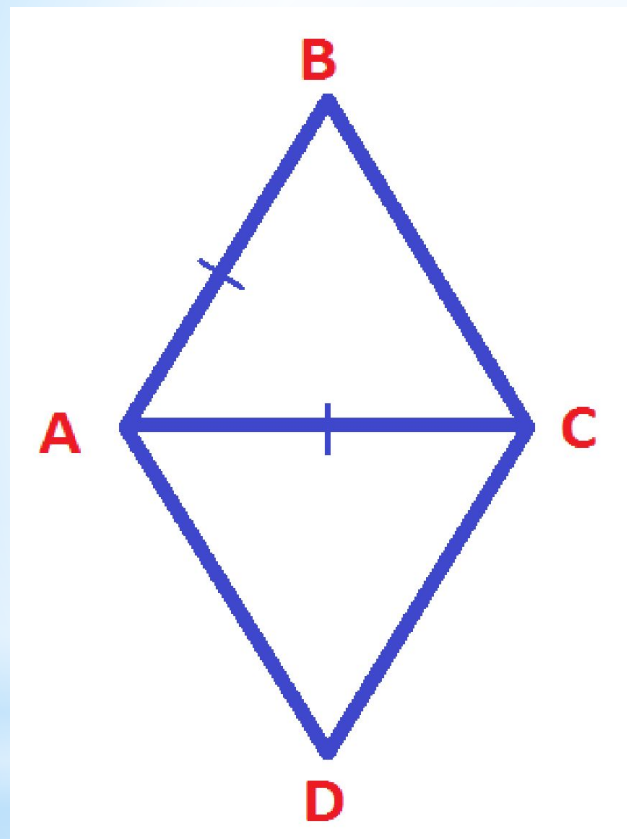
Т.к. ромб – параллелограмм, то его диагонали точкой O делятся пополам.

Следовательно, AO – медиана треугольника BAD, а значит, высота и биссектриса этого треугольника.

Итак,  $AC \perp BD$  и  $\angle BAC = \angle DAC$ , ч.т.

д.

# Ромб. Решение задач



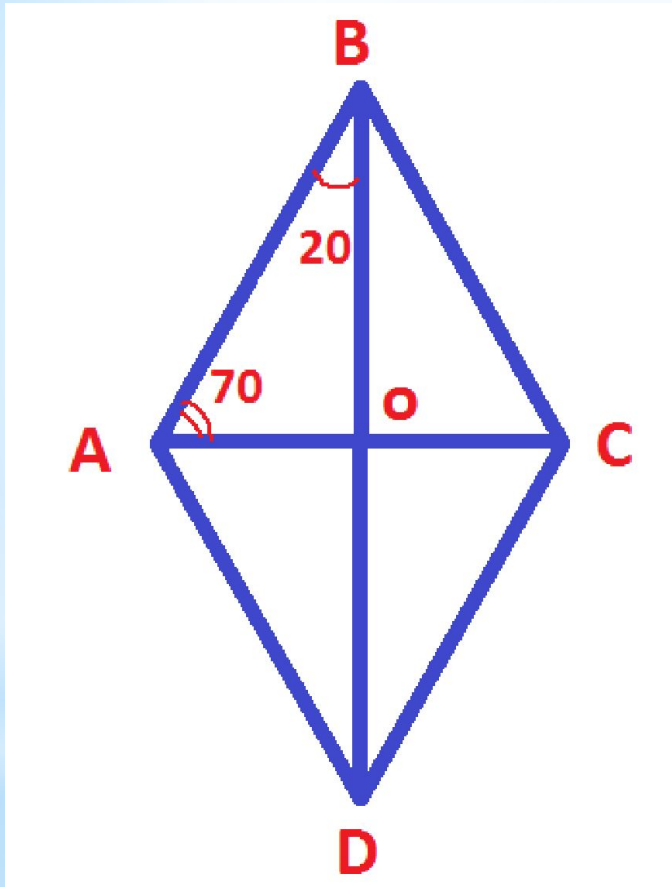
Задача:

ABCD – ромб.  
Найдите углы  
ромба, если  
 $AB=AC$

Ответ:

$60^\circ, 60^\circ, 120^\circ, 120^\circ$

# Ромб. Решение задач



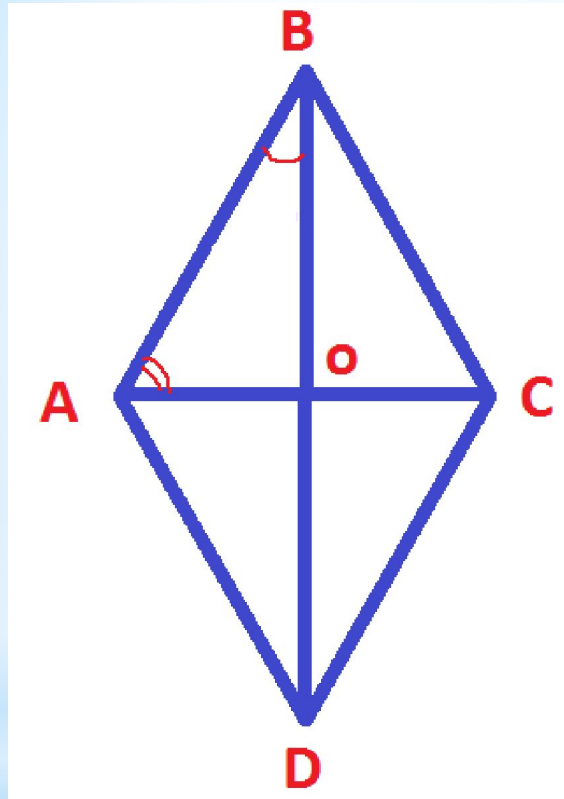
Задача:

ABCD – ромб. Найдите углы ромба, если сторона АВ ромба образует с диагоналями углы  $70^\circ, 20^\circ$ .

Ответ:

$40^\circ, 40^\circ, 140^\circ, 140^\circ$

# Ромб. Решение задач



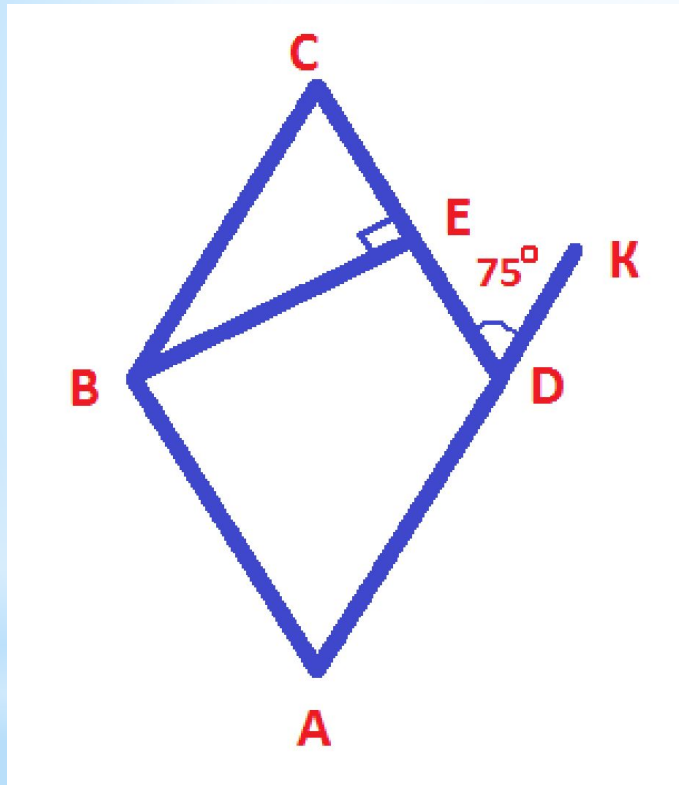
## Задача:

ABCD – ромб. Найдите углы ромба, если сторона AB ромба образует с диагоналями углы, такие, что один больше другого на  $10^\circ$ .

## Ответ:

$80^\circ, 80^\circ, 100^\circ, 100^\circ$

# Ромб. Решение задач

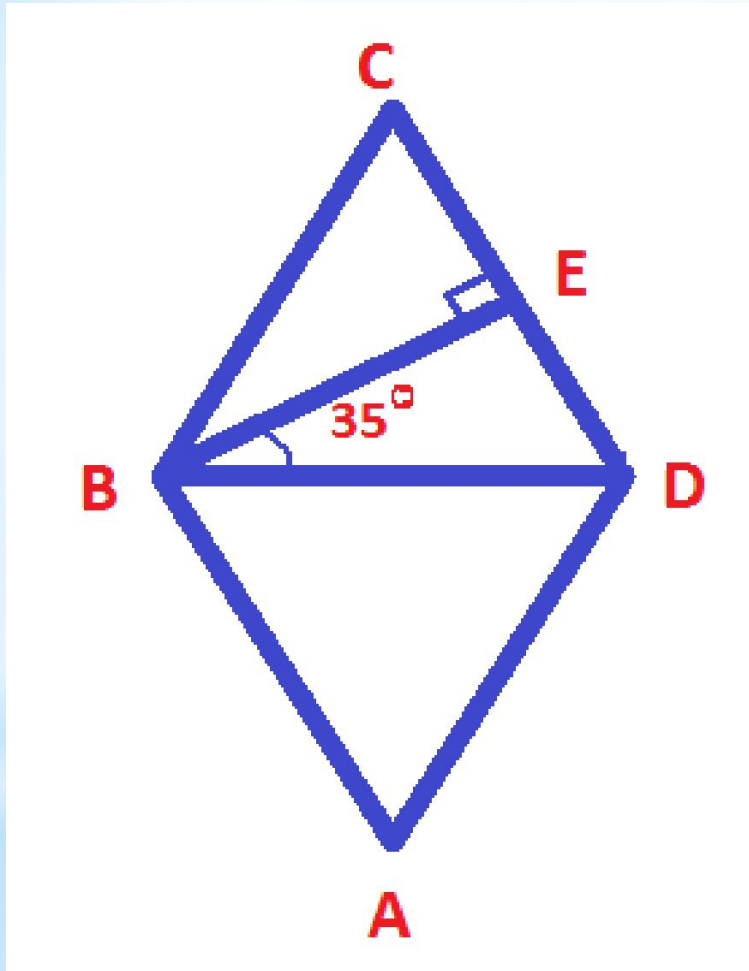


Задача:

ABCD – ромб. Найти  $\angle CBE$

Ответ:  $15^\circ$

# Ромб. Решение задач



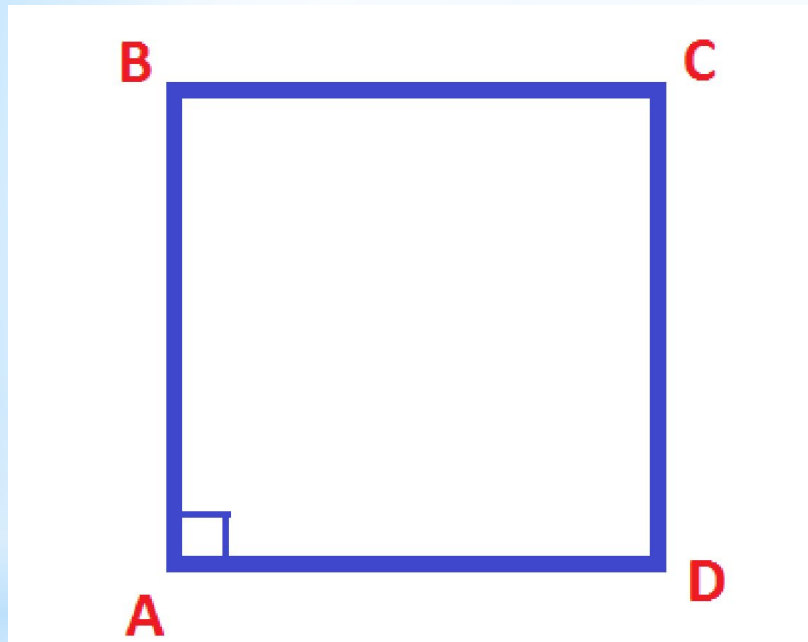
Задача:

ABCD – ромб.

Найти  $\angle C$ .

Ответ:  $70^\circ$

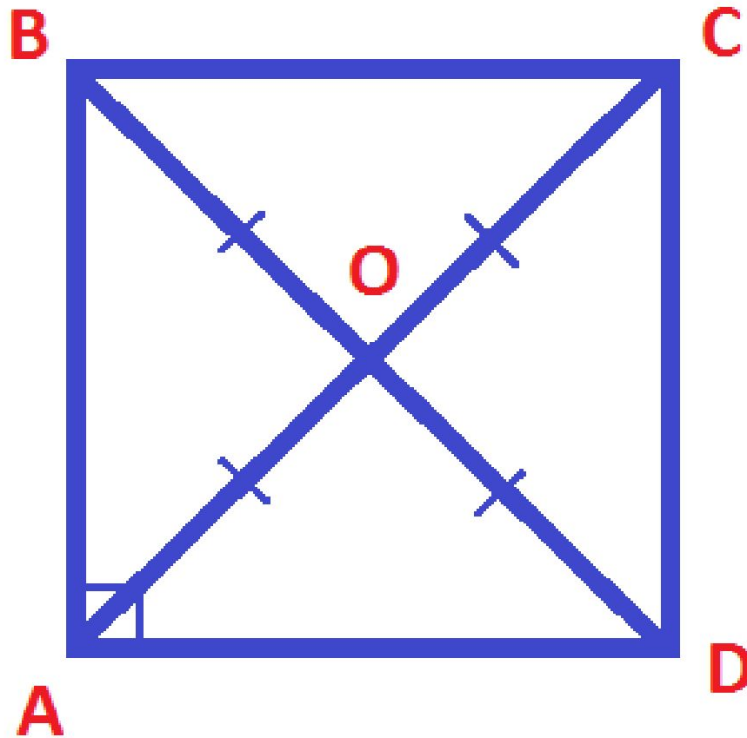
# Квадрат



**Квадрат –  
это прямоугольник,  
у которого все  
стороны  
равны.**

$$AB = BC = CD = DA$$

# Квадрат. Свойства квадрата



- Все стороны равны
- Диагонали равны
- Все углы прямые
- Диагонали перпендикулярны
- Диагонали делятся точкой пересечения пополам
- Диагонали – биссектрисы углов квадрата



# Литература

- 1.** Л.С. Атанасян «Геометрия. 7-9 классы»
- 2.** Гаврилова Н.Ф. Поурочные разработки по геометрии, 8 класс
- 3.** Н.Б. Мельникова «Контрольные работы по геометрии»
- 4.** Л.С. Атанасян «Дидактические материалы по геометрии 8 класс»