СВОЙСТВА СТЕПЕНИ С НАТУРАЛЬНЫМИ ПОКАЗАТЕЛЯМИ

АЛГЕБРА 7 КЛАСС

Учитель математики Краузе Т.В.

Эпиграф урока

«Пусть кто-нибудь попробует вычеркнуть из математики степени, и он увидит, что без них далеко не уедешь».

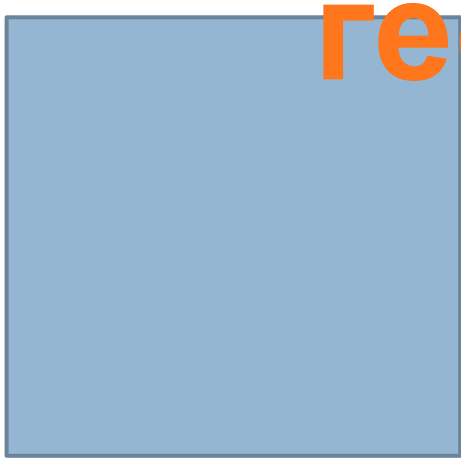
М.В. Ломоносов

Михаил Васильевич Ломоносов (1711-1765)

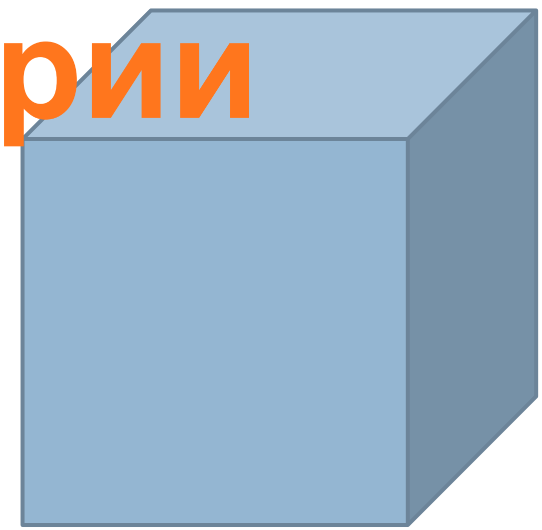
первый русский учёный-естествоиспытатель мирового значения, энциклопедист, химик и физик, астроном, приборостроитель, географ, металлург, геолог, поэт, художник, историк, действительный член Академии наук и художеств, профессор химии.

Примеры использования степени в реальной действительности

В геометрии



$S=a^2$

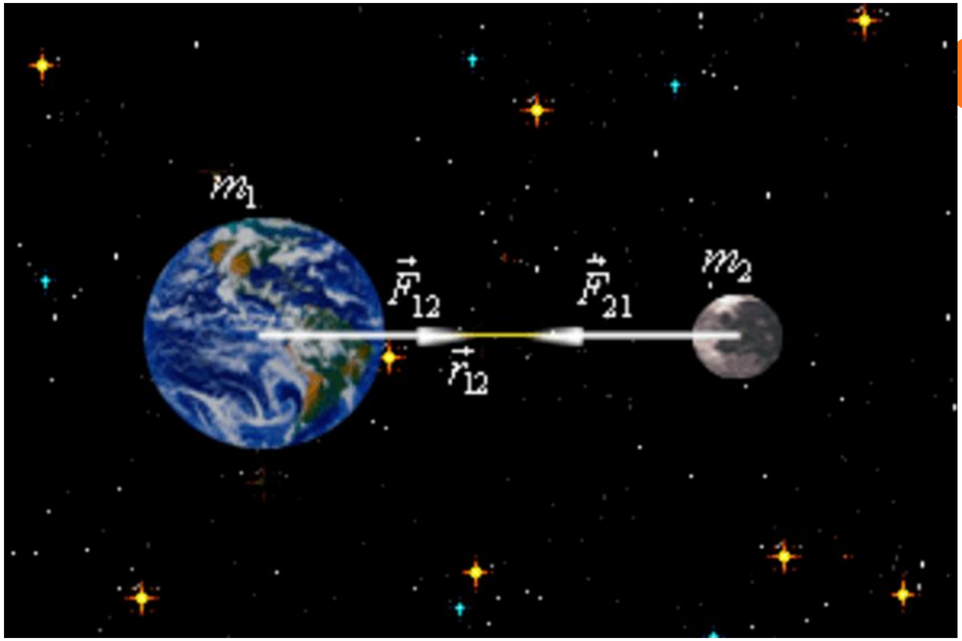


$V=a^3$

Примеры использования степени в реальной действительности

В

е



$$F = G\frac{m_1 m_2}{R^2}$$

Закон всемирного тяготения

Примеры использования степени в реальной действительности

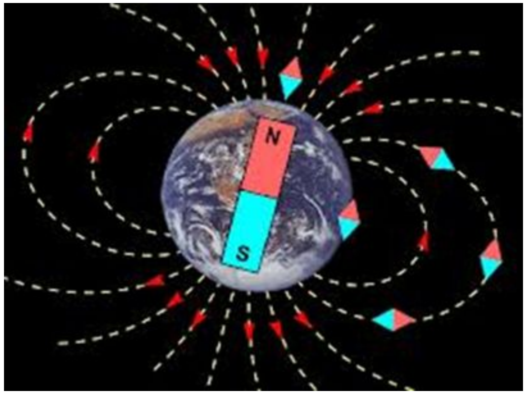
В астрономии

Третий закон

Продолжительность обращения планет вокруг Солнца (и спутников вокруг планет) связана с расстояниями от центра обращения степенной зависимостью: отношение R^3/T^2 одинаково для всех

Примеры использования степени в реальной действительности

Электростатическое и магнитное взаимодействия, свет, звук ослабевают пропорционально второй степени расстояния



Примеры использования степени в реальной действительности

Инженер, производя расчёты
на прочность, имеет дело
с четвёртыми степенями,
а при других вычислениях
(например, диаметра
паропровода) – –даже с шестой

Примеры использования степени в реальной действительности

Исследуя силу,
с которой текучая вода увлекает камни, гидротехник наталкивается на зависимость также шестой степени.

Примеры использования степени в реальной действительности

Яркость нити накаливания в электрической лампочке растёт при белом калении с **двенадцатой степенью** температуры

Примеры использования степени в реальной действительности

а при красном
–
– с
тридцатой степенью
температуры

Ответы к заданиям блиц-опроса

I вариант

1) 1
2) -1
3) 10^8
4) 15
5) 7

II вариант

Критерии оценивания

Количество верно выполненных заданий	Отметка
5	**5**
4	**4**
3	**3**
Меньше 3	***Будь внимательнее! Необходимо ещё поработать над данной темой.***

Составь формулу:

1. $a^m \cdot a^n$
2. $a^m : a^n$
3. $(a^m)^n$

а) $a^{m \cdot n}$

б) $m + n$

в) $a^{m : n}$

г) $m - n$

д) $m \cdot n$

е) $a^{m - n}$

ж) $a^{m + n}$

Ответ: 1→ ж … , 2→ е … , 3→ а …

Заполни пропуски

Правило 1. При умножении степеней с одинаковыми основаниями основание **оставляют прежним**, а показатели **складывают**.

Правило 2. При делении степеней с одинаковыми основаниями основание **оставляют прежним**, а из показателя делимого вычитают показатель делителя .

Правило 3. При возведении степени в степень основание **оставляют прежним**, а показатели **перемножают**.

Представьте выражение в виде степени:

$a^9 \cdot a^{15} = a^{24}$

$b^{30} \cdot b = b^{31}$

$c^{12} \cdot c \cdot c^{50} = c^{63}$

$d^5 \cdot d^{19} \cdot d \cdot d^{45} = d^{70}$

$(a+b)^6 \cdot (a+b)^{29} = (a+b)^{35}$

$(cd) \cdot (cd)^{37} \cdot (cd)^{12} = (cd)^{50}$

Представьте выражение в виде степени:

$m^{25} : m^{5} =$ $\mathbf{m^{20}}$

$n^{63} : n^{9} : n^{18} =$ $\mathbf{n^{36}}$

$(p-q)^{72} : (p-q)^{8} : (p-q) =$ $\mathbf{(p-q)^{63}}$

$(rs)^{45} : (rs) : (rs)^{11} =$ $\mathbf{(rs)^{33}}$

Представьте выражение в виде степени:

$(x^7)^8 = x^{56}$

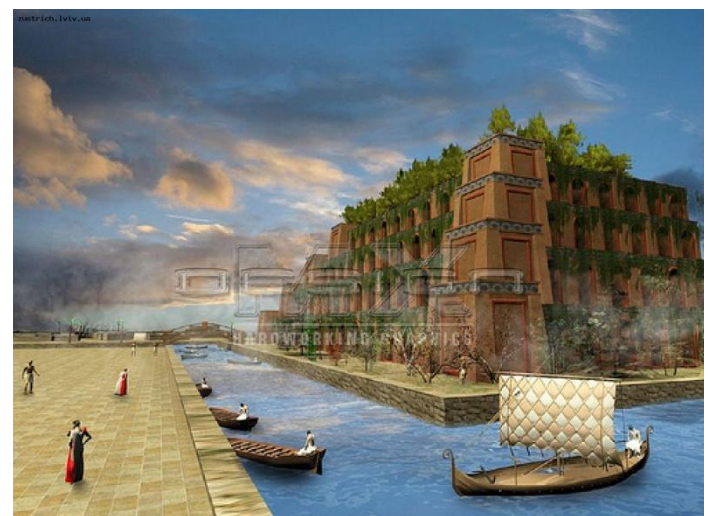
$((x+y)^{15})^6 = (x+y)^{90}$

$((uv)^{24})^5 = (uv)^{120}$

$((z^2)^3)^5 = z^{30}$

История развития понятия «степень»

У математиков не сразу сложилось представление о возведении в степень как о самостоятельной операции, хотя в самых древних математических текстах Древнего Египта и Междуречья встречаются задачи на вычисление степеней



В III веке вышла книга греческого ученого **Диофанта** «Арифметика»

DIOPHANTI
ALEXANDRINI
ARITHMETICORVM
LIBRI SEX.
ET DE NVMERIS MVLTANGVLIS
LIBER VNVS.

AVCTORE CLAVDIO GASPARE BACHETO

LVTETIAE PARISIORVM,
Sumptibus SEBASTIANI CRAMOISY, via
Iacobaea, sub Ciconiis.
M. DC. XXI.
CVM PRIVILEGIO REGIS.

В своей знаменитой «Арифметике» Диофант Александрийский описывает первые натуральные степени чисел так:

«Все числа… состоят из некоторого количества единиц; ясно, что они продолжаются, увеличиваясь до бесконечности. …среди них находятся: квадраты, получающиеся от умножения некоторого числа самого на себя; это же число называется стороной квадрата, затем кубы, получающиеся от умножения квадратов на их сторону, далее **квадрато-квадраты** — от умножения квадратов самих на себя, далее **квадрато-кубы**, получающиеся от умножения квадрата на куб его стороны, далее **кубо-кубы** — от умножения кубов самих на себя».

Символы, которые использовал Диофант для обозначения первых шести степеней неизвестного

x^0	M	x^3	K^{γ}
x^1	S	x^4	$\Delta\gamma\Delta$
x^2	Δ^{γ}	x^5	ΔK^{γ}

Из практики решения более сложных алгебраических задач и оперирования со степенями возникла необходимость обобщения понятия степени и расширения его посредством введения в качестве показателя нуля, отрицательных и дробных чисел.

Николай Орем (1323–1382 гг.)

Дробные показатели степени и наиболее простые правила действий над степенями с дробными показателями встречаются у французского математика **Николая Орема** в его труде “Алгоризм пропорций”.

Никола Шюке (XV век)

Французский математик и врач, бакалавр медицины, автор трактата по арифметике и алгебре **«Наука о числе»** (1484)

(опубликованном только в 1848 г. в Лионе), смело ввёл не только нулевой, но и отрицательный показатель степени.

Он писал его мелким шрифтом сверху и справа от коэффициента.

Алгебраическая символика Шюке приближалась к современной, кроме того, у него впервые встречаются термины «биллион», «триллион»,

Немецкие математики Средневековья

стремились ввести единое обозначение и сократить число символов.

Книга Михаэля Штифеля «Полная арифметика» (1544 г.) сыграла в этом значительную роль.

Михаэль Штифель (1487-1567)

немецкий математик, один из изобретателей логарифмов, дал определение **$a^0=1$** и ввел название **«показатель»** (это буквенный перевод немецкого **Exponent**), причём подробно анализировал и целые, и дробные показатели.

Франсуа Виет (1540-1603)

французский математик, основоположник символической алгебры, юрист по образованию и основной профессии, ввел буквы для обозначения не только переменных, но и их коэффициентов. Он применял сокращения: **N**, **Q**, **C** – для **первой**, **второй** и **третьей**

Симон Стевин (1548—1620)

нидерландский математик, механик и инженер, обозначал неизвестную величину кружком, внутри которого указывал показатели степени.   Стевин предложил называть степени по их показателям - четвёртой, пятой и т.д. и отверг диофантовы составные выражения «квадрато-квадрат», «квадрато-куб»…

Альберт Жирар (1595-1632)

французский
математик,
живший и работавший
в Нидерландах,
в своей книге
«Новое изобретение
в алгебре» (1629)
использует
такую форму записи:

(2)17 вместо 17^2

Рене Декарт (1596-1650)

(французский философ, математик, физик и физиолог) ввел в XVII веке современные обозначения степеней (a^4, a^5,…).
Любопытно, что Декарт считал, что $a \cdot a$ не занимает больше места, чем a^2 и не пользовался этим обозначением при записи произведения двух одинаковых множителей.

Готфрид Вильгельм Лейбниц (1646-1716)

немецкий математик (физик, юрист, философ), применял знак a^2, считая, что упор должен быть сделан на необходимость применения символики для всех записей произведений одинаковых множителей.

Современные определения
и обозначения степени с нулевым,
отрицательным и дробным
показателем берут начало
от работ английских математиков
Джона Валлиса
и **Исаака Ньютона**.

Джон Валлис, (Уоллис) (1616-1703)

английский математик,
сын
священника, феноменальный
счётчик,   не получивший однако
никакого математического
образования, занимаясь
самостоятельно.
Он впервые (в 1665 г.) подробно
писал о целесообразности
введения нулевого,
отрицательных
и дробных показателей

Исаак Ньютон (1643-1727)

английский физик, математик, механик и астроном, завершивший дело Джона Валлиса. Стал систематически применять новые символы, после чего они вошли в общий обиход.

Литература

- Глейзер Г.И. История математики в школе VII-VIII кл. Пособие для учителей. – М.: Просвещение, 1982. – 240 с.
- Дидактические материалы по алгебре для 7 класса / Б.Г.Зив, В.А. Гольдич. – 2003. – 136 с.: ил.
- Ершова А.П., Голобородько В.В., Ершова А.С. Самостоятельные и контрольные работы по алгебре и геометрии для 7 класса. – М.: Илекса, Харьков: Гимназия, 2001. – 96 с.
- Перельман Я.И. Занимательная алгебра. – Д.: ВАП, 1994. – 200 с.