

# **Применение метода интервалов для решения неравенств**

Устинова А.И.  
ГБОУ СОШ № 448

# План решения методом интервалов

- *Разложить многочлен на простые множители;*
- *Найти корни многочлена;*
- *Изобразить их на числовой прямой;*
- *Разбить числовую прямую на интервалы;*
- *Определить знаки многочлена на интервалах (знакопостоянство);*
- *Выбрать промежутки нужного знака;*
- *Записать ответ (с помощью скобок или знаков неравенства).*

## Самостоятельная работа

**Вариант 1**

**Вариант 2**

**№1 Решить методом интервалов неравенства:**

а)  $(2x - 5)(x + 3) \geq 0$

а)  $(5x - 2)(x + 4) < 0$

б)  $4x^2 + 4x - 3 < 0$

б)  $9x^2 + 3x - 2 \geq 0$

**№2 Найти область определения функции:**

$$y = \sqrt{6x - x^2} + 3\sqrt{2x - 5};$$

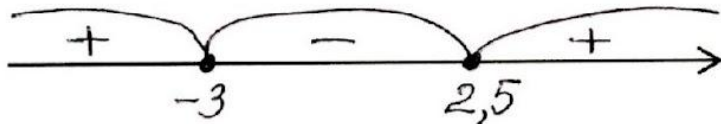
$$y = 2\sqrt{7x - x^2} + 5\sqrt{3x - 4};$$

**Желаю удачи!**

# Проверь своё решение

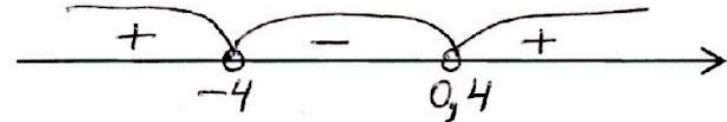
№1 Решить неравенство:

a)  $(2x - 5)(x + 3) \geq 0$



Ответ:  $(-\infty; -3] \cup [2,5; +\infty)$

a)  $(5x - 2)(x + 4) < 0$



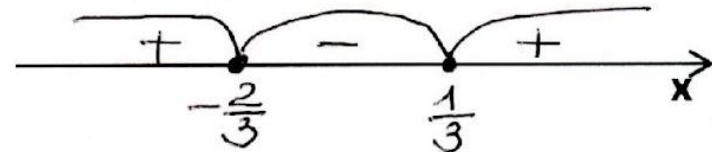
Ответ:  $(-4; 0,4)$

б)  $4x^2 + 4x - 3 < 0$



Ответ:  $(-1,5; 0,5)$

б)  $9x^2 + 3x - 2 \geq 0$



Ответ:  $(-\infty; -2/3] \cup [1/3; +\infty)$

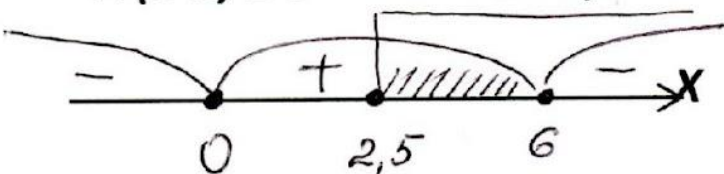
№2 Найти область определения функции:

$$y = \sqrt{6x - x^2} + 3\sqrt{2x - 5};$$

$$6x - x^2 \geq 0 \quad \text{и} \quad 2x - 5 \geq 0$$

$$x(6-x) \geq 0$$

$$x \geq 2,5$$



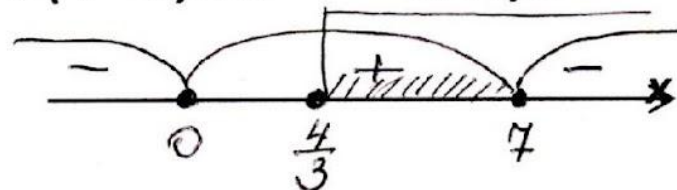
Ответ: [ 2,5; 6 ]

$$y = 2\sqrt{7x - x^2} + 5\sqrt{3x - 4};$$

$$7x - x^2 \geq 0 \quad \text{и} \quad 3x - 4 \geq 0$$

$$x(7-x) \geq 0$$

$$x \geq 4/3$$



Ответ: [ 4/3; 7 ]

# Оценка самостоятельной работы

*За каждый верно выполненный пример поставьте 1 балл*

*0 баллов – «плохо»*

*1балл – «удовлетворительно»*

*2балла – «хорошо»*

*3 балла – «отлично»*

# Решение рациональных неравенств

$$\frac{P(x)}{Q(x)} \vee 0$$

Умножим обе части такого неравенства на многочлен  $Q^2(x)$ .

Знак исходного неравенства не меняется (т.к.  $Q^2(x) > 0$ ).

Получаем неравенство  $P(x)Q(x) \vee 0$ , равносильное данному неравенству, которое решаем методом интервалов.

Итак: Решение рациональных неравенств равносильно решению системы

$$\frac{P(x)}{Q(x)} \vee 0 \iff \begin{cases} P(x)Q(x) \vee 0; \\ Q(x) \neq 0. \end{cases}$$

Решим неравенство: 
$$\frac{(x-1)^2 (x-3) (x+1)}{(5x-x^2) (x+2)} \geq 0$$

1) Найдем область определения неравенства:

$$(5x-x^2) (x+2) \neq 0,$$

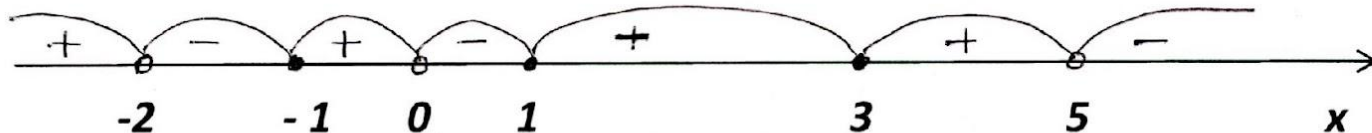
$x(5-x)(x+2) \neq 0$ , откуда  $x \neq -2$ ,  $x \neq 0$ ,  $x \neq 5$ .

2) Сведем данное рациональное неравенство к алгебраическому выражению, умножив неравенство на квадрат знаменателя:

$$(x-1)^2 (x-3) (x+1) x (5-x) (x+2) \geq 0$$

3) Находим корни многочлена и определяем их кратность

$x=1$ , четная кратность, корни  $3, -1, 0, 5, -2$ , нечетная кратность.



4) Определим знак многочлена при  $x=10$ , и расставим оставшиеся знаки с учетом их кратности корней.

Запишем ответ.  $x \in (-\infty; 2) \cup [-1; 0) \cup [3; 5)$ .



Решить неравенство:

$$(x + 5)^6 (x + 2)^3 x (x - 1)^2 (x - 3)^5 \geq 0$$

Если в разложении многочлена на множители входит сомножитель  $(x - x_0)^k$  то говорят, что  $x_0$  корень многочлена кратности  $k$ .

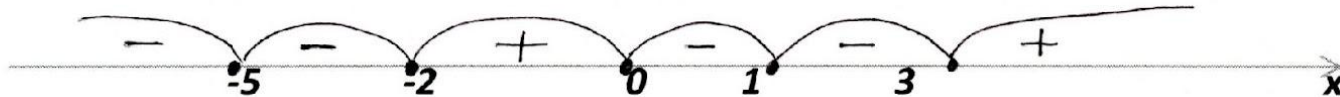
1) Данный многочлен имеет корни:

$x = 5$ , кратности 6;     $x = -2$ , кратности 3;

$x = 0$ , кратности 1;     $x = 1$ , кратности 2;

$x = 3$ , кратности 5.

2). Нанесем эти корни на числовую ось



3) Определим знак многочлена на каждом интервале

4) Запишем ответ.

Ответ:  $\{-5\} \cup [-2; 0] \cup \{1\} \cup [3; +\infty)$

5) Рассмотрим смену знаков в корнях различной кратности.

# Решите неравенство

1 вариант:  $(x - 3)^4 (x + 2)^5 (x - 7)^2 (x - 10) < 0$

2 вариант:  $(x - 9)^2 (x - 2)^5 (x + 6)^3 (x - 1) > 0$

*Сделайте выводы о смене знака на интервалах, в зависимости от степени кратности корня.*

**Обобщая ваши наблюдения, делаем выводы:**

- 1. Для решения неравенства важно знать, является ли  $k$  четным или нечетным числом.**
- 2. При четном  $k$  многочлен справа и слева от  $x_0$  имеет один и тот же знак (знак многочлена не меняется).**
- 3. При нечетном  $k$  многочлен справа и слева от  $x_0$  имеет противоположные знаки (знак многочлена изменяется).**

## **Работа с учебником**

**№ 389(а,в,д), № 390 (в,г), № 393 (а), № 394 (а)**

## **Решение тестов ГИА**

**Итоговая аттестация 2015г. под редакцией Д.А.Мальцева**

**Раздел 10 Рациональные неравенства: №№ 11, 14, 16.**

**Домашнее задание: повторить §15, гл.2, № 389(б), 390 (б), 393(б), 394(б).**

# Рефлексия

***1. Что вы ожидали от работы на данном уроке.***

***Сравните свои предварительные цели и реально достигнутые результаты.***

***2. Какие чувства и ощущения возникли в ходе работы?***

***Что показалось неожиданным?***

***3. Что вам более всего удалось, какие моменты выполнены наиболее успешно?***