

# Модуль (абсолютная величина)

Выполнили: учитель МОУ СОШ №2  
Собенина Л.А.

# Цели:

---

**Образовательная:** Повторить понятие модуля, свойства модуля и решение простейших уравнений и неравенств, содержащих модуль.

**Развивающая:** Развить внимание, память, логическое мышление, пространственное воображение, математически правильную речь.

**Воспитательная:** Воспитание аккуратности, трудолюбия, ответственности за правильно выполненную работу.

# Определение модуля

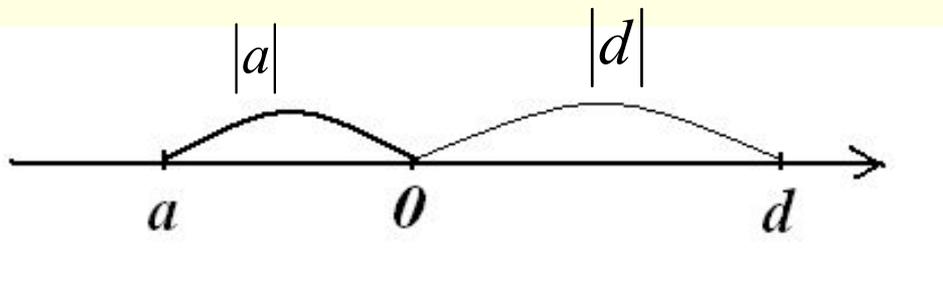
Определение

$$|a| = \begin{cases} a, & \text{если } a \geq 0, \\ -a, & \text{если } a < 0, a \in R \end{cases}$$

Аналогично для функции имеем:

$$|f(x)| = \begin{cases} f(x), & \text{если } f(x) \geq 0, \\ -f(x), & \text{если } f(x) < 0. \end{cases}$$

Графически (геометрически) модуль числа  $a$  есть расстояние на координатной прямой от точки  $a$  до начала отсчета.



# Свойства:

$$1. |a| \geq 0$$

$$2. |a| = |-a|$$

$$3. |a^2| = |a|^2 = a^2$$

$$4. |ab| = |a| \cdot |b|$$

$$5. \left| \frac{a}{b} \right| = \frac{|a|}{|b|}, b \neq 0$$

$$6. |a + b| \leq |a| + |b|$$

$$7. |a - b| \leq |a| + |b|$$

**Внимание**

$$\sqrt{a^2} = |a|$$

$$\sqrt{f^2(x)} = |f(x)|$$

# Уравнения, содержащие знак модуля

$$|f(x)| = b, b > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = b \\ f(x) = -b. \end{cases}$$

**1.**  $|f(x)| = b, b < 0 \Leftrightarrow$  *решений нет*

$$|f(x)| = 0 \Leftrightarrow f(x) = 0$$

**2.**  $|f(x)| = g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} g(x) \geq 0 \\ \begin{cases} f(x) = g(x) \\ f(x) = -g(x) \end{cases} \end{cases}$

**3.**  $|f(x)| = |g(x)| \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = g(x) \\ f(x) = -g(x) \end{cases} \Leftrightarrow f^2(x) = g^2(x)$

# Уравнения, содержащие знак модуля

---

4. В остальных случаях основным методом решения таких уравнений является метод интервалов:
  - 1) Определяем ОДЗ уравнения.
  - 2) Находим нули функции подмодульных выражений и разбиваем ими ОДЗ уравнения на интервалы.
  - 3) Решаем уравнение на любом из этих интервалов, предварительно раскрыв модуль.
  - 4) Решением уравнения является объединение всех найденных решений.

# Решить уравнения (устно)

---

$$1) |x| = 7;$$

$$2) |-x| = 2;$$

$$3) |x + 5| = 0;$$

$$4) |x - 1| = -3;$$

$$5) |9 - x| = 4;$$

$$6) 2 + |-3x| = 1;$$

$$7) |x - 3| = x - 3;$$

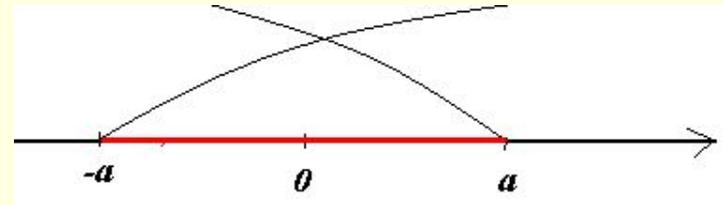
$$8) \frac{|4x|}{3} = 0;$$

$$9) |5 - x| = x - 5;$$

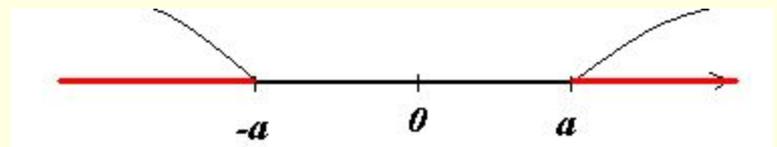
$$10) x|x| = -\frac{1}{x}.$$

# Неравенства, содержащие знак модуля

1.  $|x| < a \Leftrightarrow \begin{cases} x < a \\ x > -a \end{cases} \Leftrightarrow -a < x < a$



2.  $|x| > a \Leftrightarrow \begin{cases} x > a \\ x < -a \end{cases}$



3. Аналогично:  $|x| \leq a \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq a \\ x \geq -a \end{cases} \Leftrightarrow -a \leq x \leq a$

$$|x| \geq a \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq a \\ x \leq -a \end{cases}$$

4. В остальных случаях применяются те же методы, что и при решении уравнений.

# Решите неравенства (устно)

---

1)  $|x| > -1$ ;

2)  $|x| \geq 0$ ;

3)  $|x| < 0$ ;

4)  $|x| \leq 0$ ;

5)  $|x| \leq -x$ ;

6)  $|x - 1| < 1$ ;

7)  $|2x + 1| \geq 1$ ;

8)  $|2x - 1| < 3$ ;

9)  $x \cdot |x - 1| > 0$ ;

10)  $x \cdot |x + 1| \leq 0$ .

# Проверочная работа

1. Решите уравнение:

$$a) x^2 + 3x + |x + 3| = 0;$$

$$б) |3x - 5| = |5 - 2x|;$$

$$в) |x - 1| + |x - 3| = 2;$$

$$г) (x + 1)^2 + |x + 1| - 2 = 0;$$

$$д) \frac{3}{|x + 3| - 1} = x + 3;$$

2. Решите неравенство:

$$a) |1 - 2x| < 0;$$

$$б) |x^2 - 2x - 3| < 4;$$

$$в) |x^2 - 2x| \geq x;$$

$$г) |x - 1| < x;$$

$$д) x|3x - 1| < 3;$$

$$е) |x + 1| - 3|x - 2| > x + 4.$$

**Внимание.** При решении уравнений, в которых под знаком модуля находится выражение, также содержащее модуль, следует сначала освободиться от внутреннего модуля, а затем в полученных уравнениях раскрыть оставшиеся модули.

$$|x - |4 - x|| - 2x = 4$$