



*Федотова  
Валентина  
Михайловна*

Учитель математики  
МБОУ "Карамышевская СОШ"

# Тема урока

## Возрастание и убывание функций



**Слушаю – забываю.**

**Смотрю – запоминаю.**

**Делаю – понимаю.**

*Конфуций*



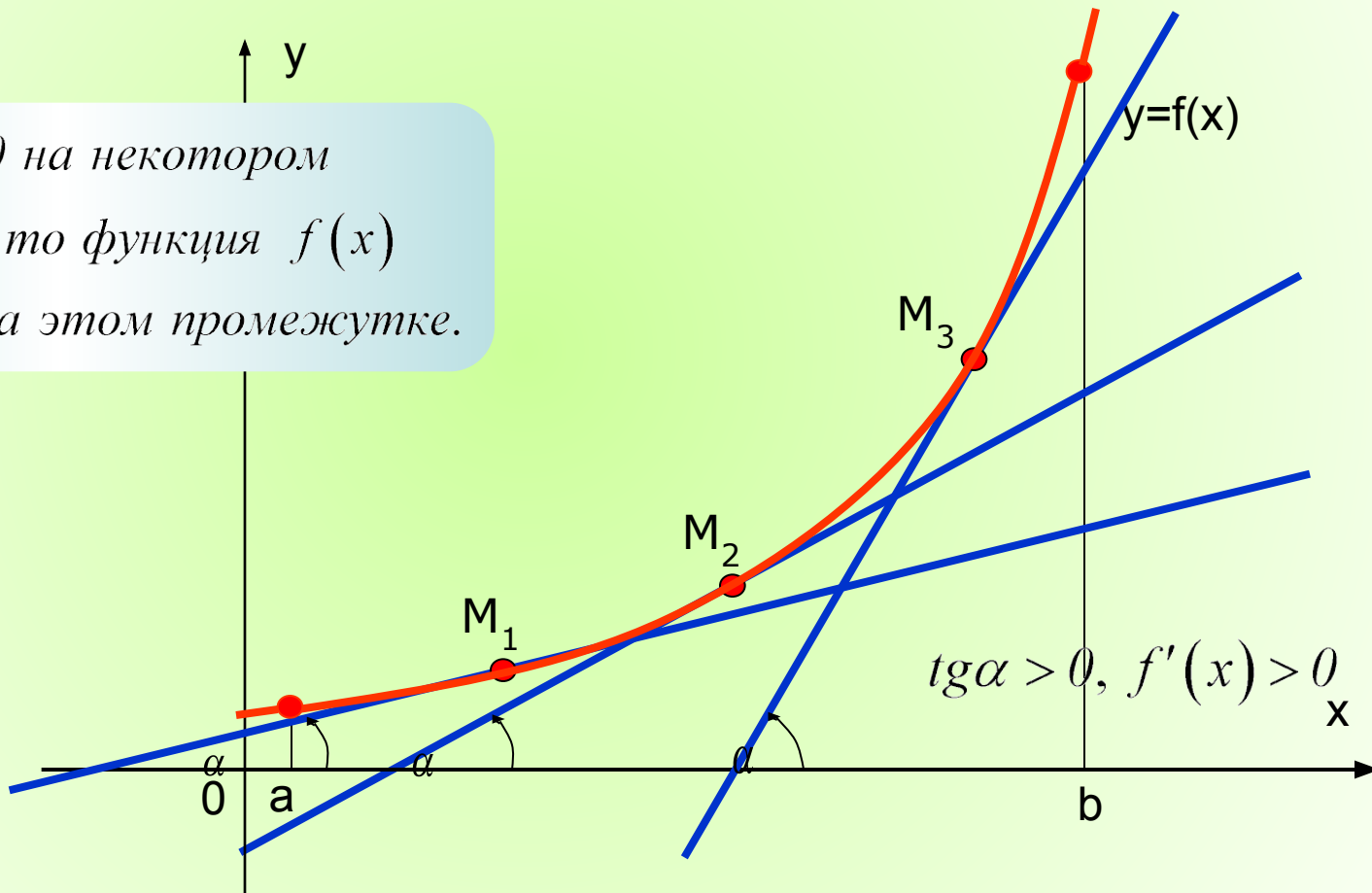
# Изучение нового материала

- Признак возрастания функции
- Признак убывания функции
- Как определить промежутки убывания и возрастания функции

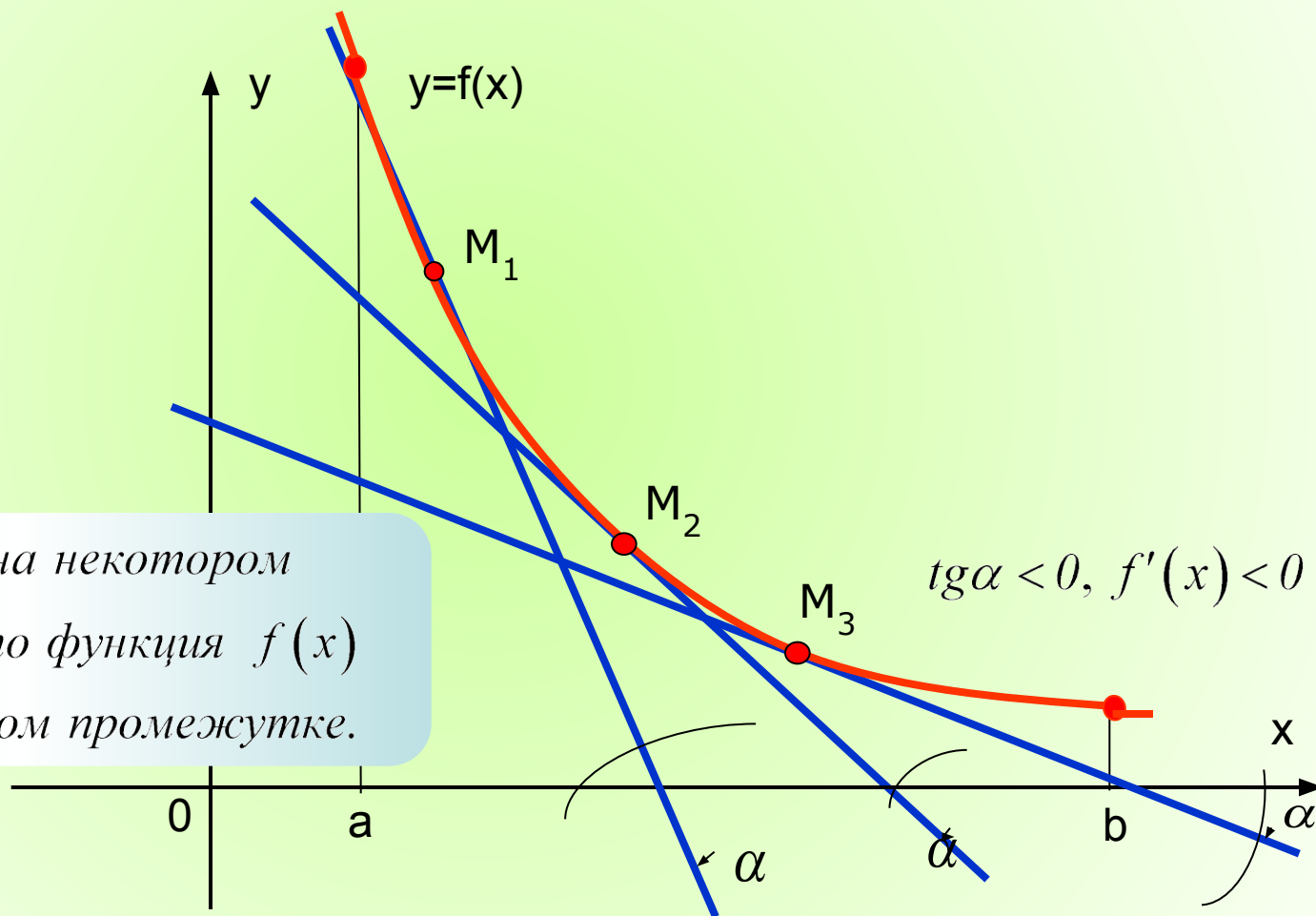


# Признак возрастания функции

Если  $f'(x) > 0$  на некотором промежутке, то функция  $f(x)$  возрастает на этом промежутке.



# Признак убывания функции



Если  $f'(x) < 0$  на некотором промежутке, то функция  $f(x)$  убывает на этом промежутке.



# Как определить промежутки убывания и возрастания функции

## Алгоритм:

1. Найти производную функции  $f'(x)$ .
2. Найти стационарные ( $f'(x)=0$ ) и критические ( $f'(x)$  не существует) точки функции  $y = f(x)$ .
3. Отметить стационарные и критические точки на числовой прямой и определить знаки производной на получившихся промежутках.
4. Сделать выводы о промежутках возрастания и убывания функции.

[Пример 1](#)

[Пример 2](#)



# Как определить промежутки убывания и возрастания функции

## Пример 1

Найдите промежутки возрастания и убывания функции

$$f(x) = 12x + 3x^2 - 2x^3.$$

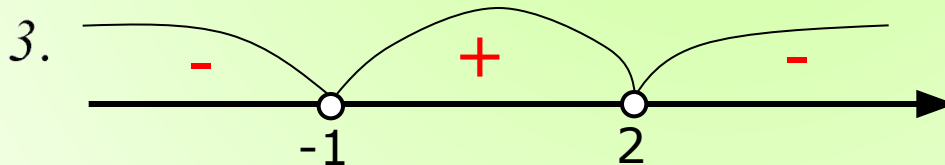
[Посмотреть график функции](#)

## Решение

1.  $f'(x) = 12 + 6x - 6x^2.$

2.  $f'(x) = 0, \quad 12 + 6x - 6x^2 = 0, \quad 6(2 - x)(x + 1) = 0;$

$$x_1 = -1, \quad x_2 = 2.$$



4. Функция убывает на луче  $(-\infty; -1]$  и на луче  $[2; +\infty)$ .

Функция возрастает на отрезке  $[-1; 2]$ .



# Как определить промежутки убывания и возрастания функции

Пример 2

Найдите промежутки возрастания и убывания функции

$$f(x) = \frac{-x^2 + 6x - 18}{x^2}.$$

[Посмотреть график функции](#)

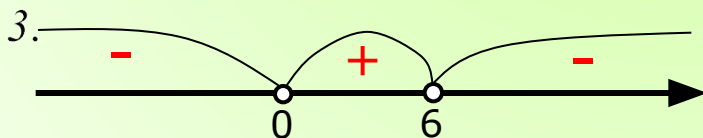
Решение

1. Функция всюду непрерывна, кроме точки  $x = 0$ .

$$f'(x) = \left( \frac{-x^2 + 6x - 18}{x^2} \right)' = \frac{6(6-x)}{x^3}.$$

$$2. f'(x) = 0, \quad \frac{6(6-x)}{x^3} = 0, \quad 6(6-x) = 0;$$

$$x = 6.$$



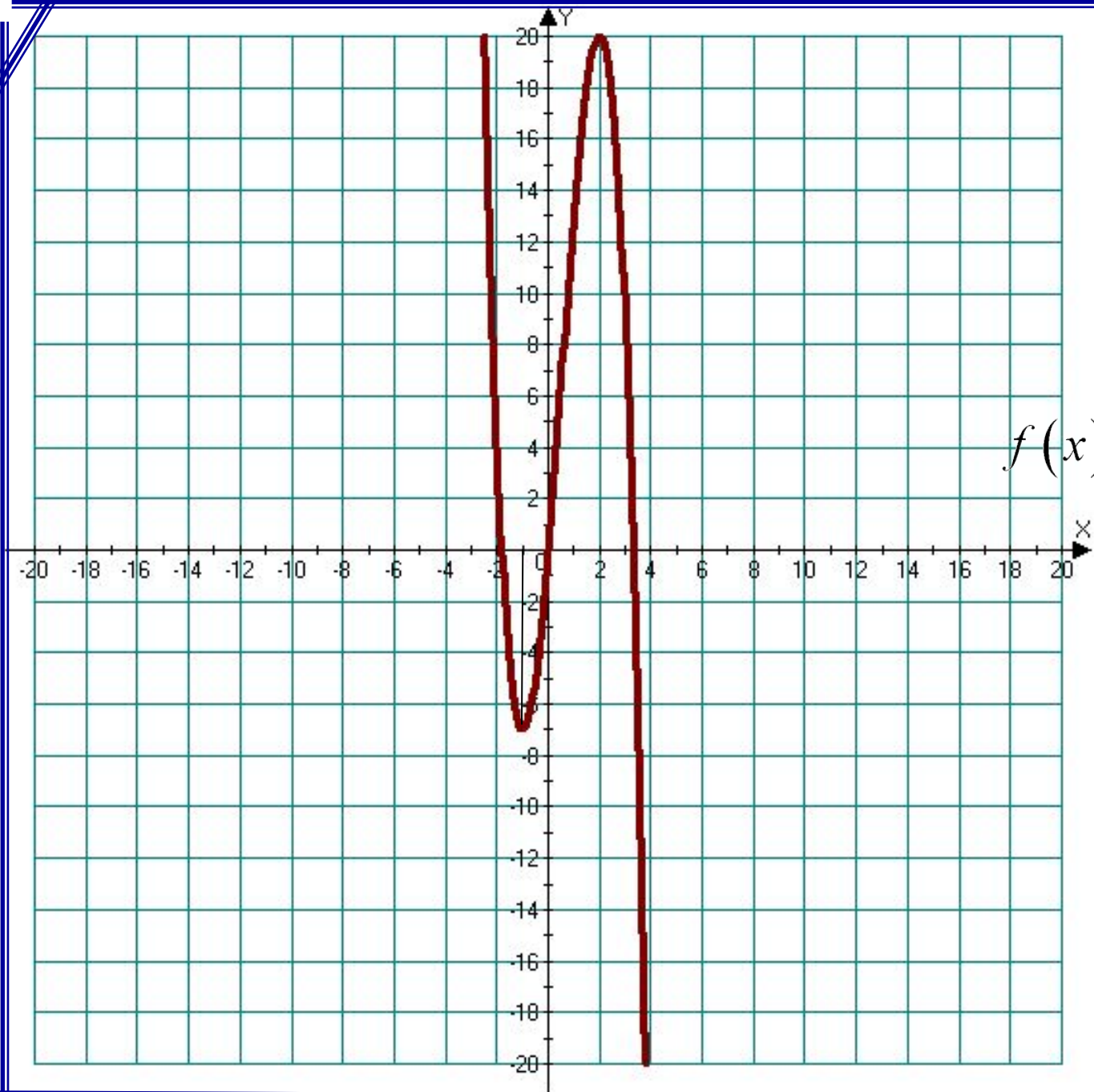
Функция убывает на интервале  $(-\infty; 0)$  и на луче  $[6; +\infty)$ .

Функция возрастает на луче  $(0; 6]$ .



График функции

$$f(x) = 12x + 3x^2 - 2x^3$$



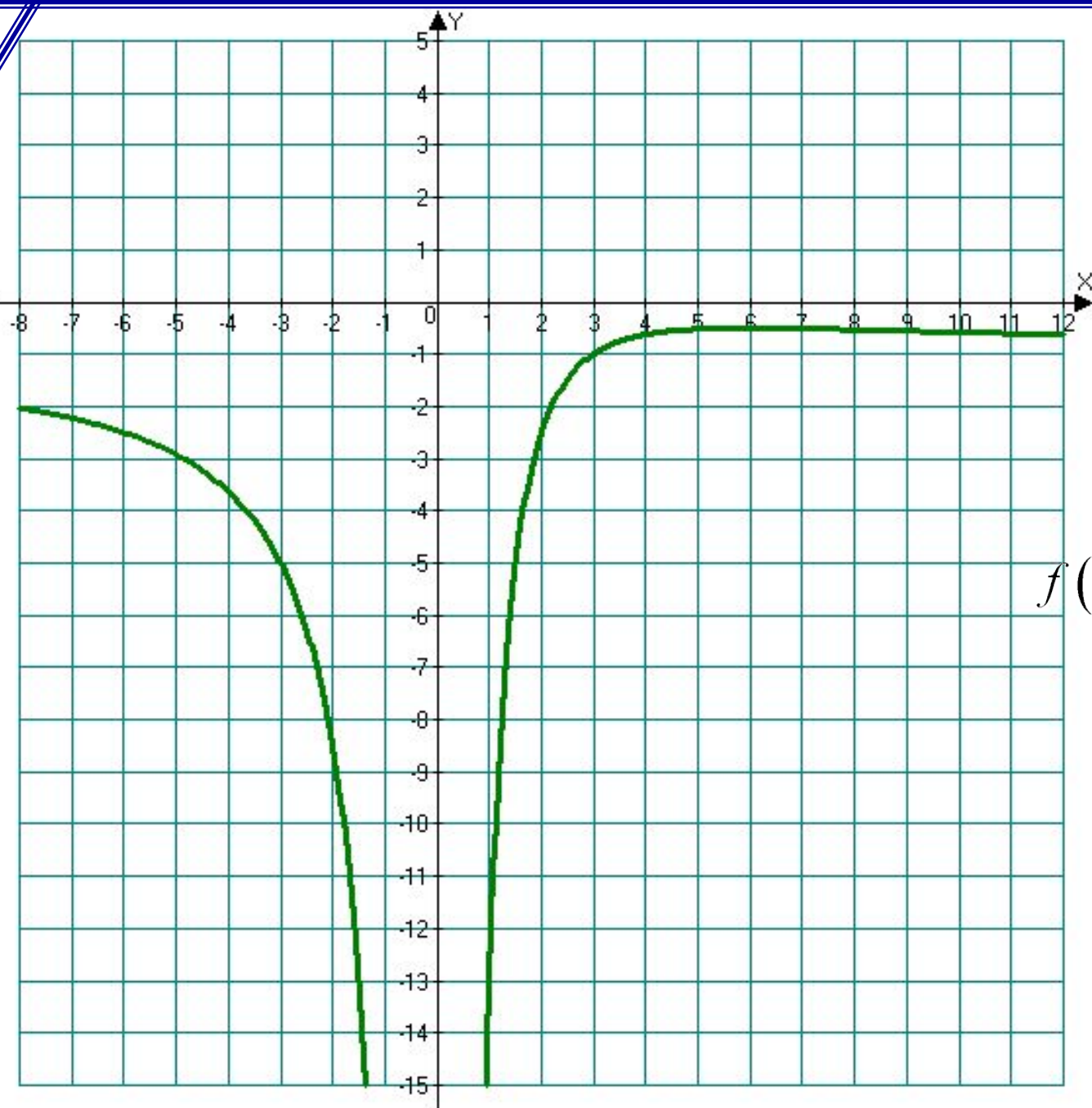


График функции

$$f(x) = \frac{-x^2 + 6x - 18}{x^2}$$

**1** Достаточный  
Признак  
Возрастания  
функции

**2** Достаточный  
признак  
убывания  
функции

**3** Признак  
Максимума  
функции

**4** Признак  
Минимума  
функции

**1** Если в точке  $x_0$   
производная  
меняет знак с плюса  
на минус, то  $x_0$  точка  
максимума

Если  $f'(x) > 0$

**2** в каждой точке  
интервала  $I$ ,  
то функция  
возрастает на  $I$ .

**3** Если  $f'(x) < 0$   
в каждой точке  
интервала  $I$ ,  
то функция  
убывает на  $I$ .

Если в точке  $x_0$   
производная

**4** меняет знак с плюса  
на минус, то  $x_0$  точка  
минимума

**1** Достаточный  
Признак  
Возрастания  
функции

**2** Достаточный  
признак  
убывания  
функции

**3** Признак  
Максимума  
функции

**4** Признак  
Минимума  
функции

Если в точке  
 $x_0$   
производная  
меняет знак с  
плюса  
На минус, то  $x_0$   
точка

Если  $f'(x) > 0$   
**2** в каждой точке  
интервала  $I$ ,  
то функция  
возрастает на  $I$ .

**3** Если  $f'(x) < 0$   
в каждой точке  
интервала  $I$ ,  
то функция  
убывает на  $I$ .  
Если в точке  $x_0$

производная  
**4** меняет знак с  
минус  
На плюса, то  $x_0$   
точка

Учащиеся работают в парах,  
решение записывают в тетрадях.

а)  $y = x^3 - 6x^2 + 9x - 9;$

б)  $y = 3x^2 - 5x + 4.$

Двое работают у доски.

а)  $y = 2x^3 - 3x^2 - 36x + 40$

б)  $y = 4x - 2x^3$

## Самостоятельная работа

**В - 1**

1) Найти промежутки возрастания и убывания функции  $Y = f(x)$ .

$$\begin{matrix} A_1 \\ f(x) = x^3 + x^2 + 16 \end{matrix}$$

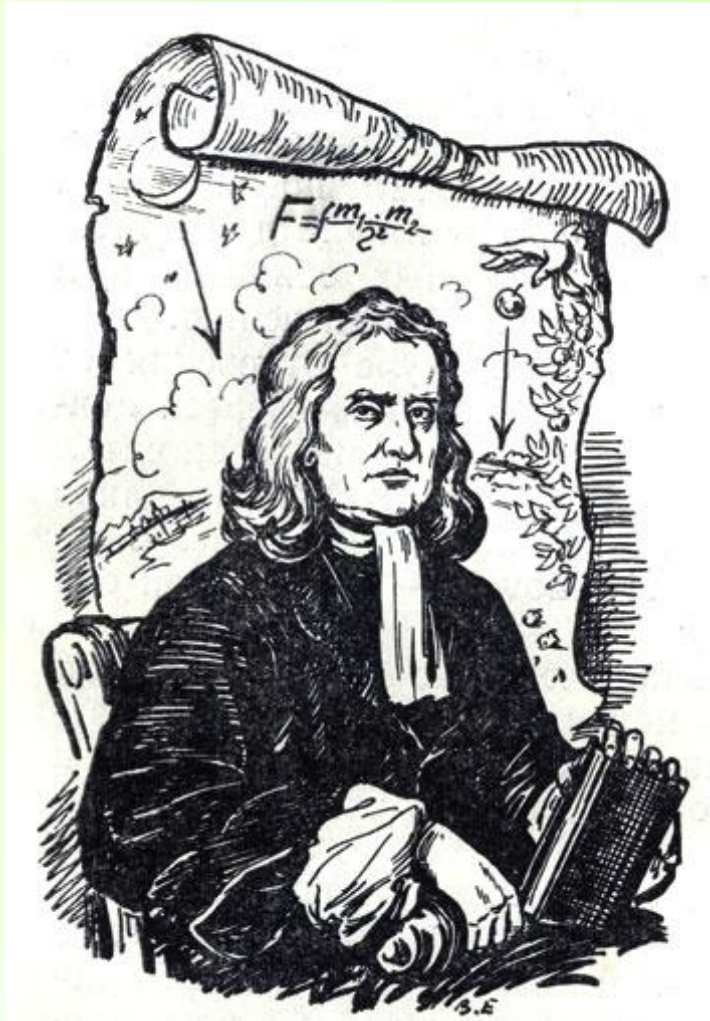
$$\begin{matrix} B_1 \\ f(x) = 2x^4 - 4x^2 + 15 \end{matrix}$$

**В - 2**

$$\begin{matrix} A_2 \\ f(x) = x^3 + 4x^2 - 37 \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} B_2 \\ f(x) = x^4 - 8x^2 \end{matrix}$$

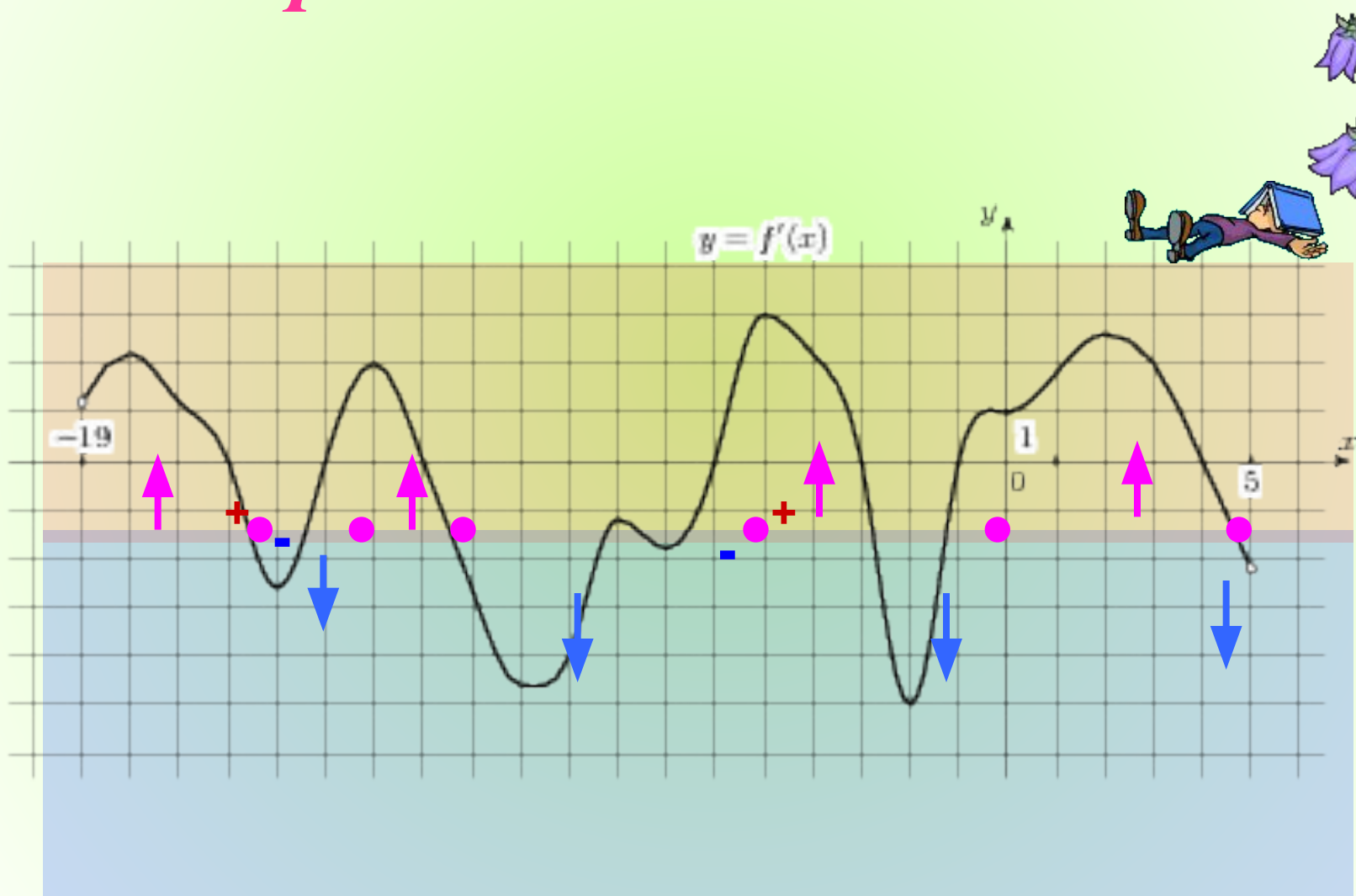
# Историческая справка

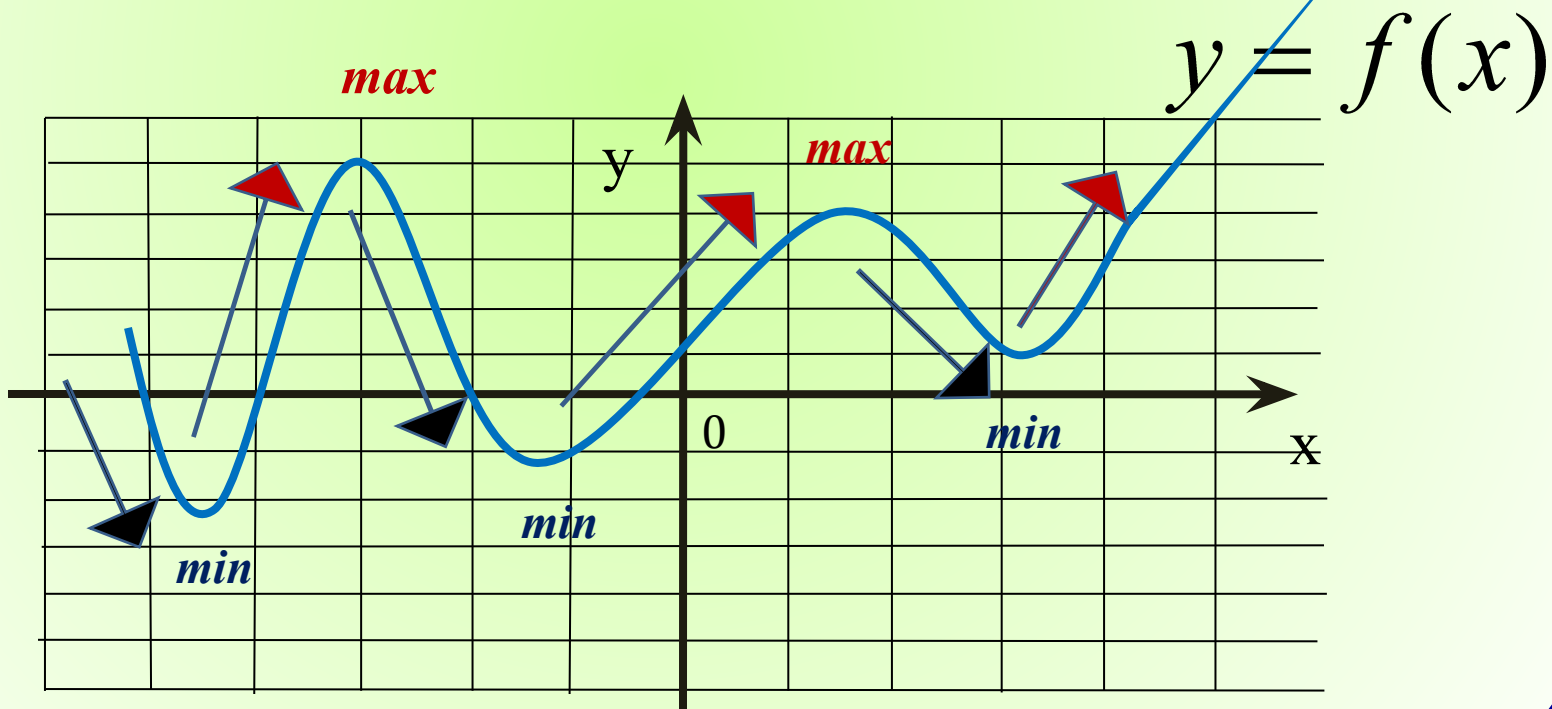
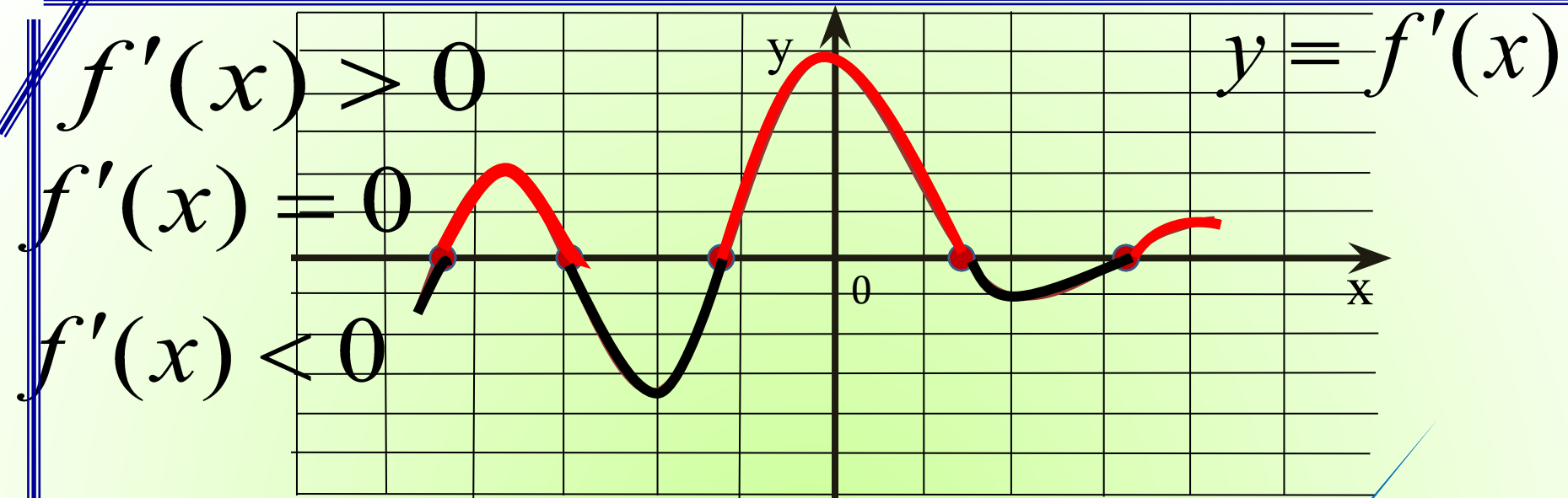


Исаак  
Ньютон  
(1643-1727)



# «Варианты вопросов В из открытого сегмента ЕГЭ»

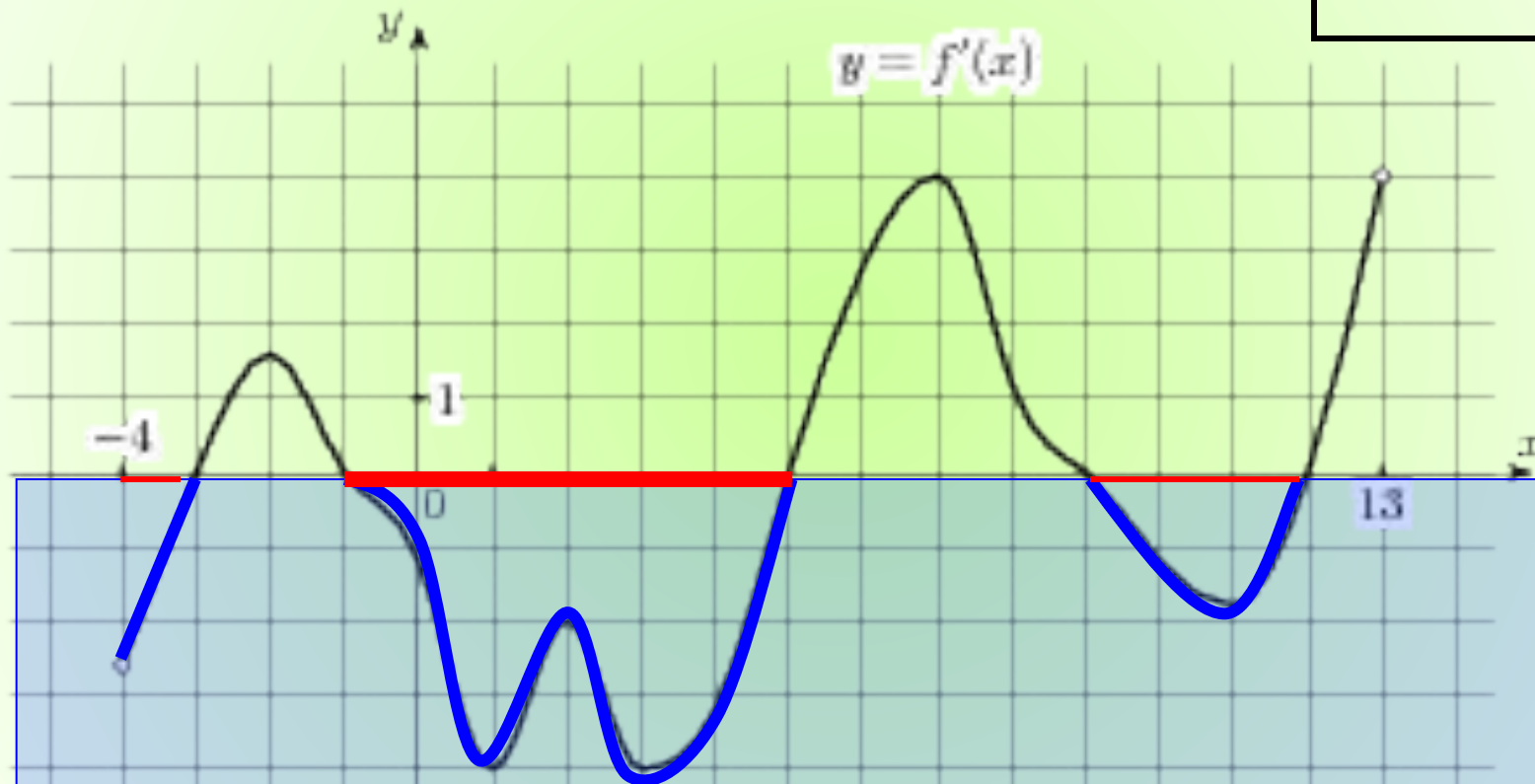




4. На рисунке изображен график производной функции  $f'(x)$ , определенной на интервале  $(-4; 13)$ . Найдите промежутки убывания функции. В ответе укажите длину наибольшего из них.

**В8**

**6**



$f'(x_0) < 0 \Rightarrow$  функция убывает

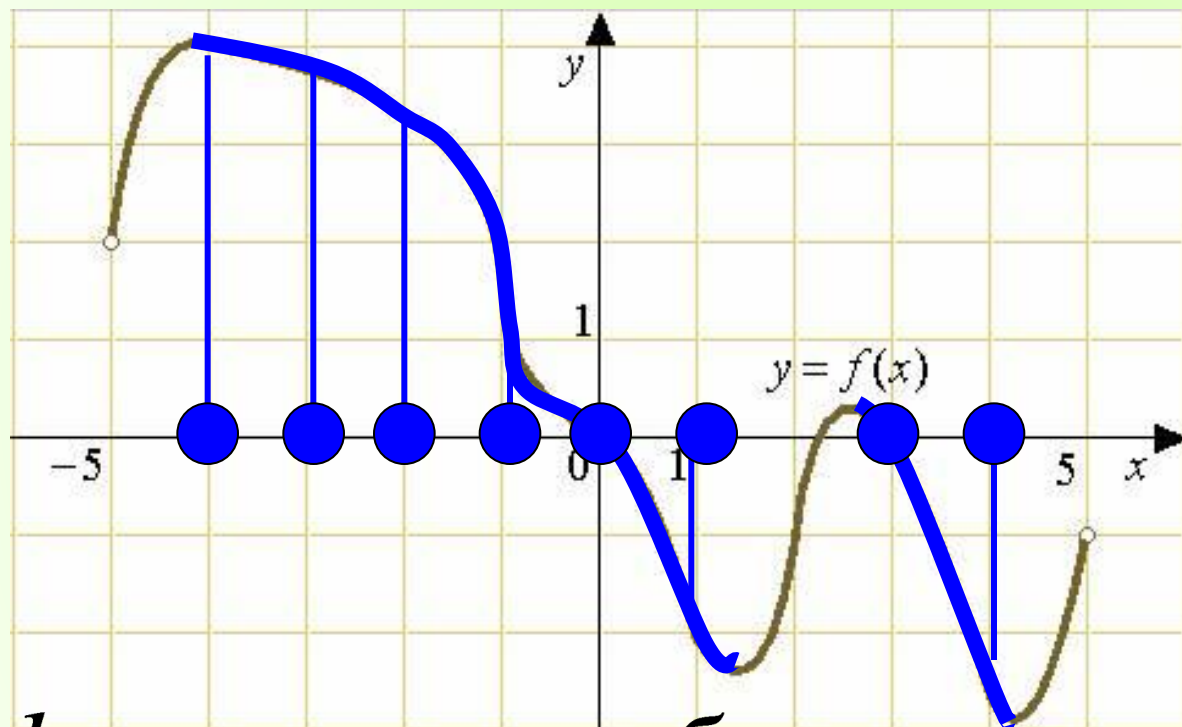
7. На рисунке изображен график **производной** функции  $f(x)$ , определенной на интервале  $(-6; 6)$ . Найдите промежутки возрастания функции  $f(x)$ . В ответе укажите сумму целых точек, входящих в эти промежутки.



$-1+0+1+2+3+4=...$

<b>В8</b>	<b>9</b>
-----------	----------

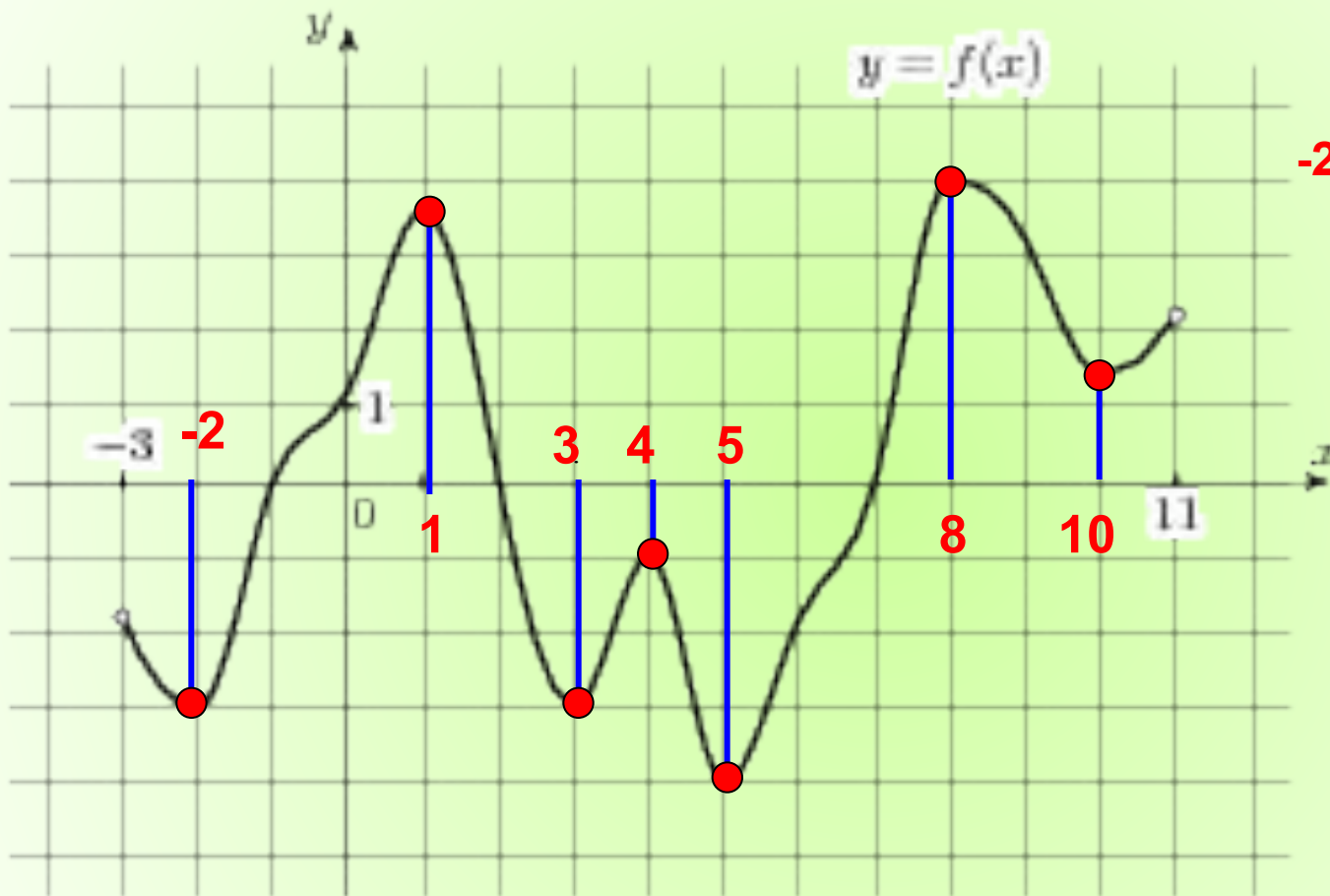
8. На рисунке изображен график функции  $y = f(x)$ , определенной на интервале  $(-5; 5)$ . Определите количество целых точек, в которых производная функции отрицательна  $f'(x)$ .



<b>В8</b>	<b>8</b>
-----------	----------

функция убывает  $\Rightarrow f'(x_0) < 0$

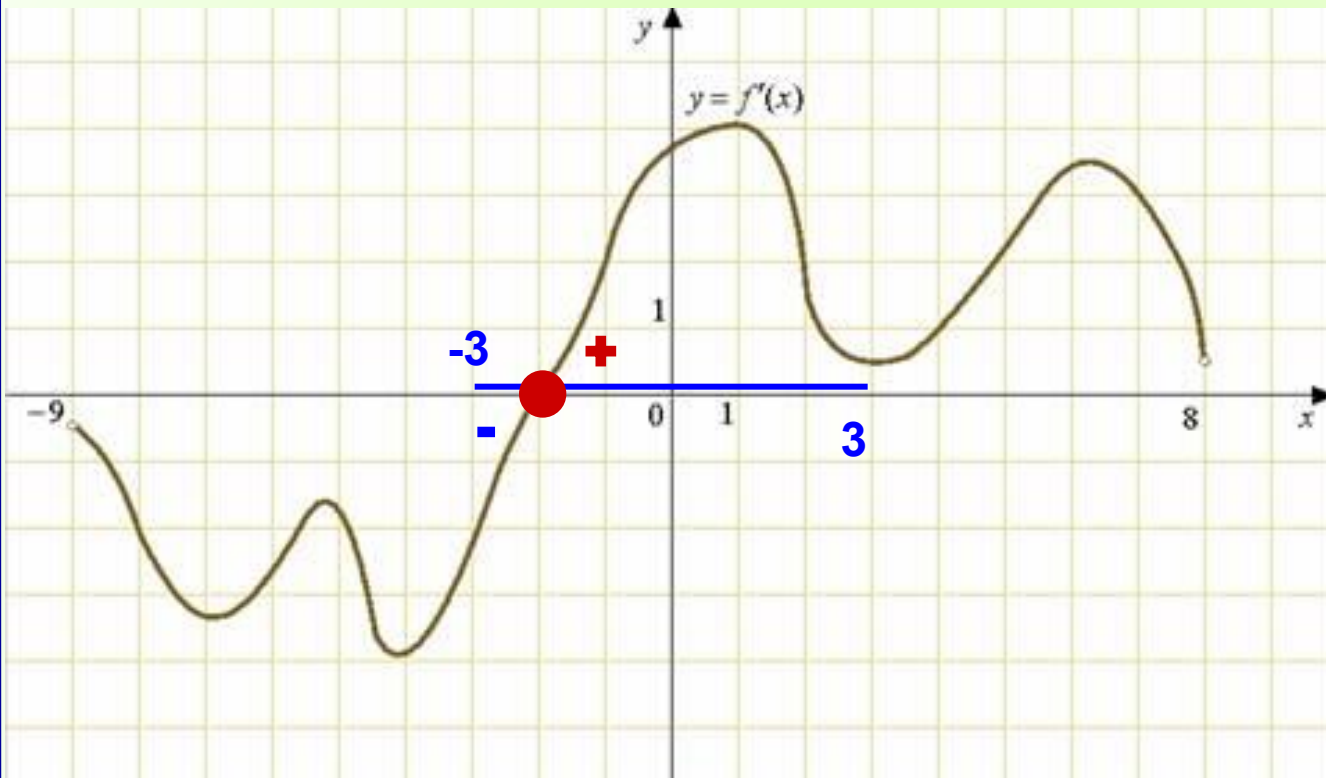
3. На рисунке изображен график функции  $y = f(x)$ , определенной на интервале  $(-3; 11)$ . Найдите сумму точек экстремума функции.



$$-2+1+3+4+5+8+10=...$$

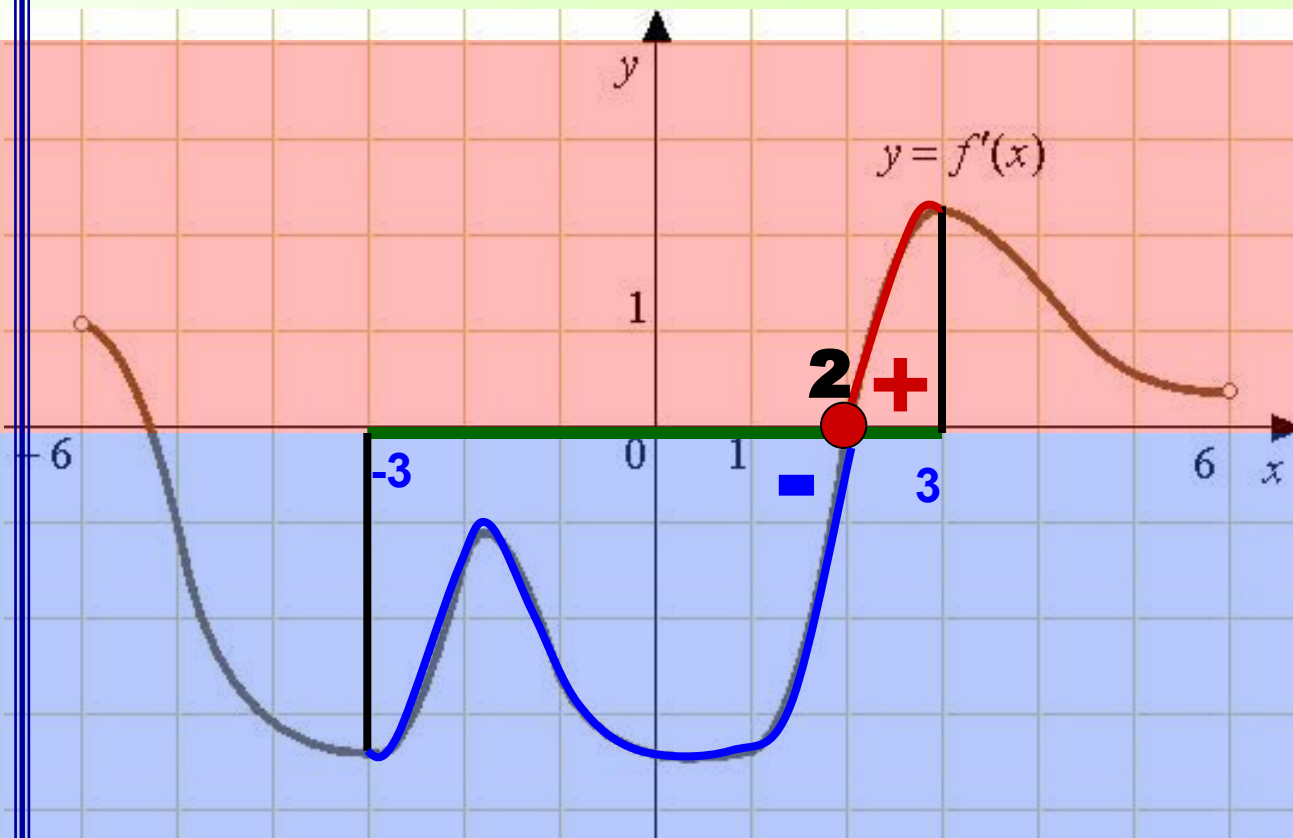
<b>В 8</b>	<b>2</b>	<b>9</b>			
------------	----------	----------	--	--	--

9. На рисунке изображен график производной функции  $f'(x)$  определенной на интервале  $(-9; 8)$ . Найдите точку экстремума функции на интервале  $(-3; 3)$ .



<b>B8</b>	<b>-</b>	<b>2</b>
-----------	----------	----------

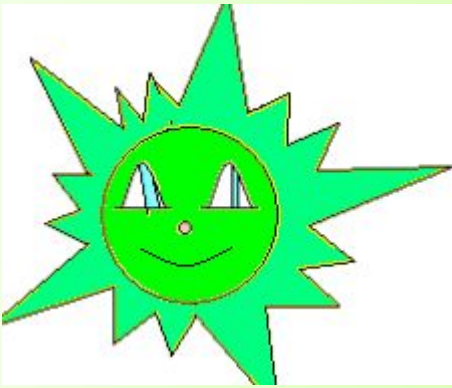
10. На рисунке изображен график производной функции  $f'(x)$ , определенной на интервале  $(-6; 6)$ . В какой точке отрезка функция  $f'(x)$  принимает наименьшее значение.



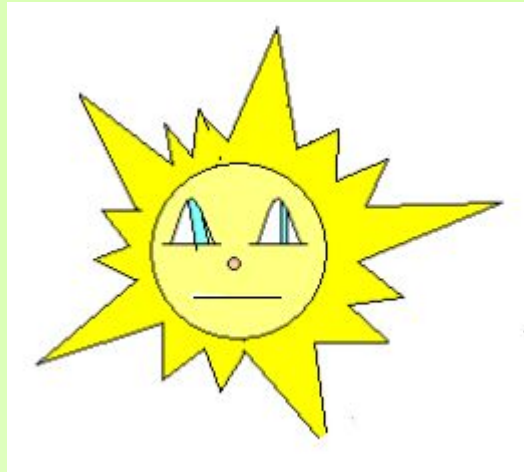
<b>B8</b>	<b>2</b>
-----------	----------



С каким настроением  
я уйду с урока?



**хорошее**



**среднее**



**плохое**



У меня всё  
получилось!  
!!

Надо  
ещё  
примеров.  
решить  
пару

Ну  
придумал  
математику!  
кто  
эту



# Уходя с урока





*Спасибо за работу*

Я – функция сложная, это известно,  
Ещё расскажу, если вам интересно,  
Что точку разрыва и корень имею,  
И есть интервал, где расти не посмею.  
Во всём остальном положительна, право,  
И это, конечно, не ради забавы.  
Для чисел больших я стремлюсь к единице.  
Найдите меня среди прочих в таблице.

$$f(x) = \frac{1}{4}x^4$$

$$f(x) = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 - 2x + 3$$

$$f(x) = \frac{x+1}{x-1}$$

$$f(x) = \frac{2x}{\sqrt{x^2 - x}}$$

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{3+4x^2}}$$

$$f(x) = \left( \frac{x-2}{x+2} \right)^2$$

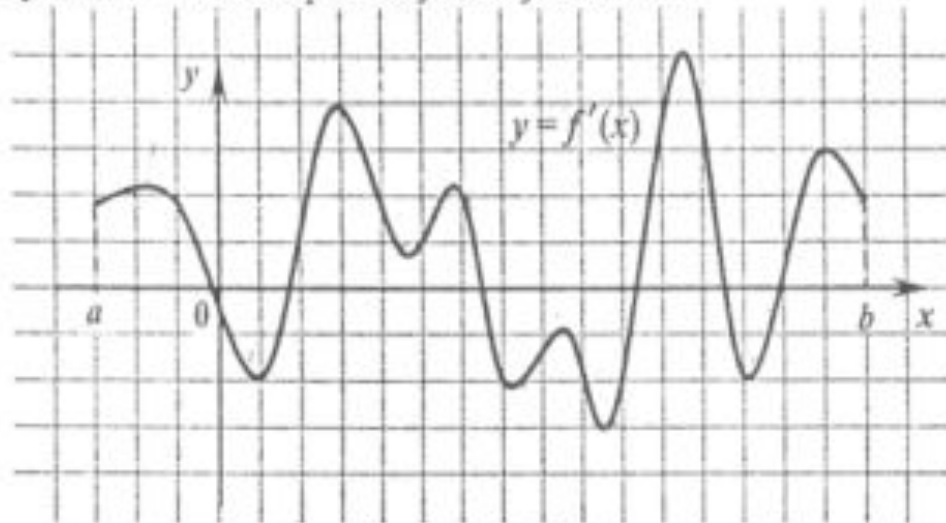
$$f(x) = (x^2 - 1)^2$$

$$f(x) = x(1-x)$$

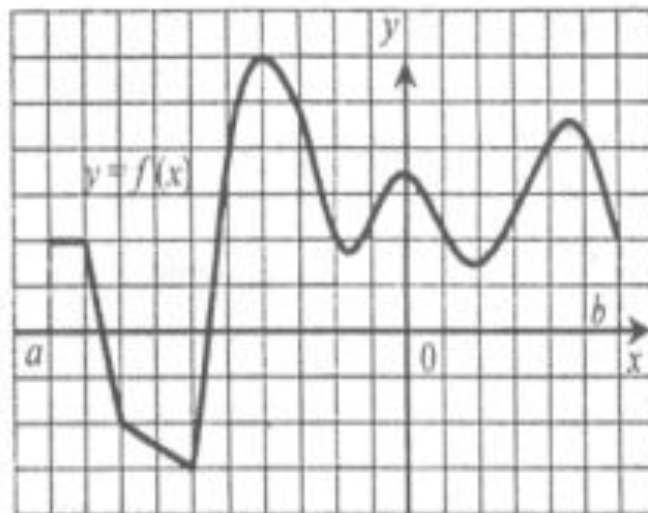
$$f(x) = \frac{x}{x^2 - 1}$$

**B2**

На рисунке изображен график производной функции  $y = f'(x)$ , заданной на отрезке  $[a; b]$ . Исследуйте функцию  $y = f(x)$  на монотонность и в ответе укажите число промежутков убывания.

**B2**

На рисунке изображен график производной функции  $y = f'(x)$ , заданной на отрезке  $[a; b]$ . Исследуйте функцию  $y = f(x)$  на монотонность и в ответе укажите число промежутков убывания.



Функция  $y = f(x)$  определена на отрезке  $[-6, 6]$ .  
На рисунке 104 изображен ее график. Укажите  
число промежутков, на которых отрицательна  
функция  $y = f'(x)$ .

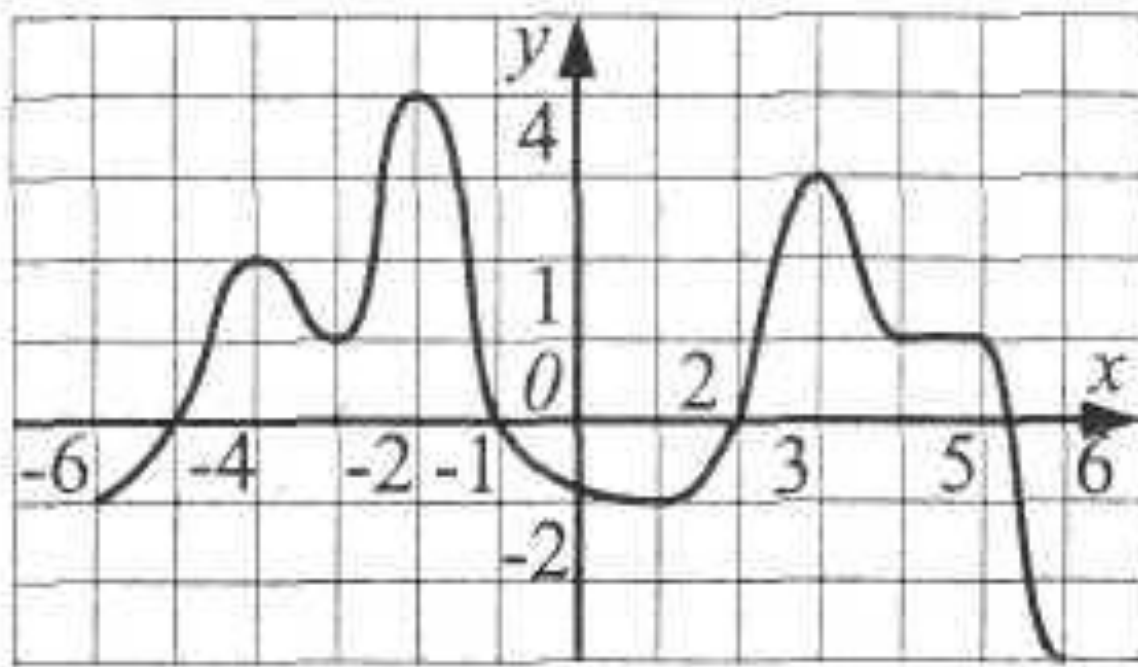


Рис. 104.

На рисунке 119 изображены четыре непрерывных линии. Одна из этих линий — график производной для возрастающей на всей числовой прямой функции. Укажите номер этой линии.

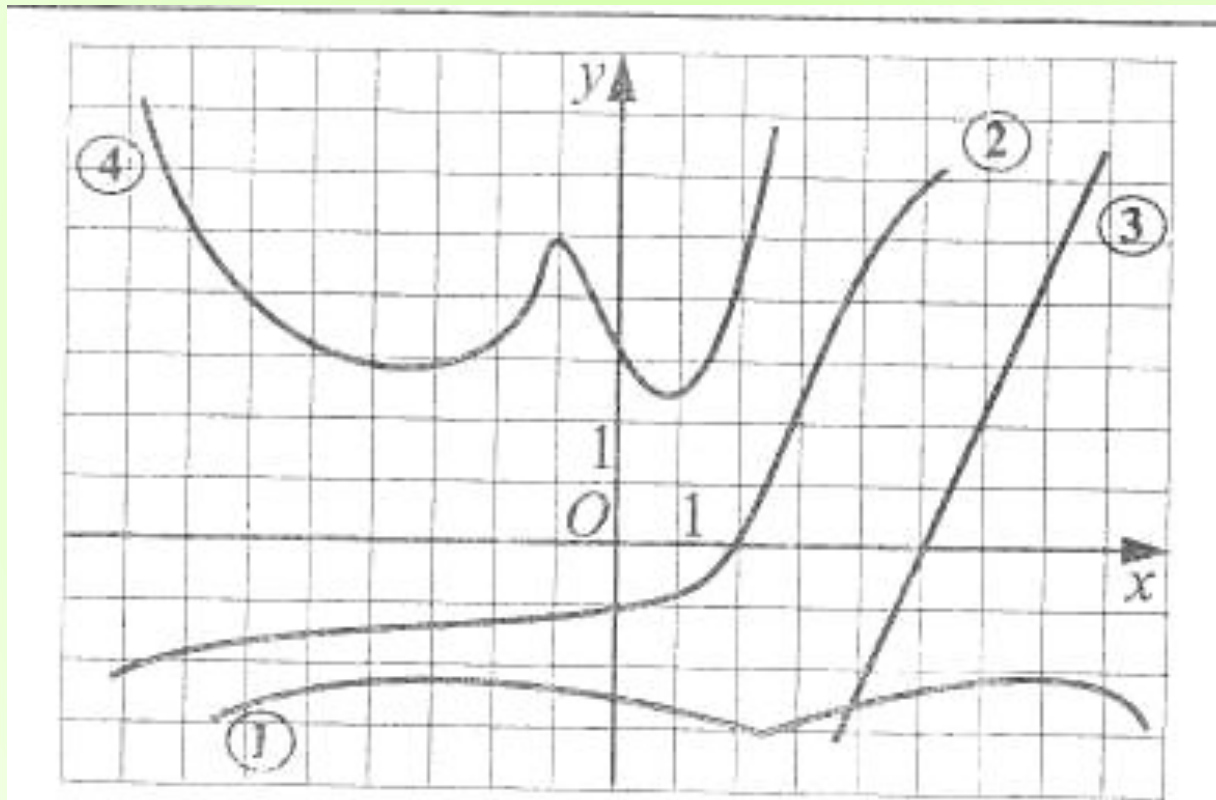


Рис. 119.

4