

Методика систематизации
знаний
по теме «Неравенства»
при подготовке к ГИА

Похабова Н.Ю. учитель
математики

Г. Абакан 2012 – 2013 учебный год.

Пакет документов,
регламентирующих разработку
контрольно-измерительных
материалов, имеет следующий состав:
 спецификация,
 кодификатор элементов
содержания,
 кодификатор требований к уровню
подготовки выпускников,
 демонстрационная версия

Кодификатор

элементов содержания для проведения в
2013 году государственной (итоговой)
аттестации

(в новой форме) по МАТЕМАТИКЕ

Неравенства

3.2.1 Числовые неравенства и их свойства

3.2.2 Неравенство с одной переменной.

Решение неравенства

3.2.3 Линейные неравенства с одной
переменной

3.2.4 Системы линейных неравенств

3.2.5 Квадратные неравенства

При проверке базовой математической компетентности учащиеся должны продемонстрировать:

владение основными алгоритмами,
знание и понимание ключевых элементов содержания
(математических понятий, их свойств, приемов решения задач и пр.),
умение пользоваться математической записью,
применять знания к решению математических задач, не сводящихся к прямому применению алгоритма,
а также применять математические знания в простейших практических ситуациях.

Предусмотрены следующие формы ответа:

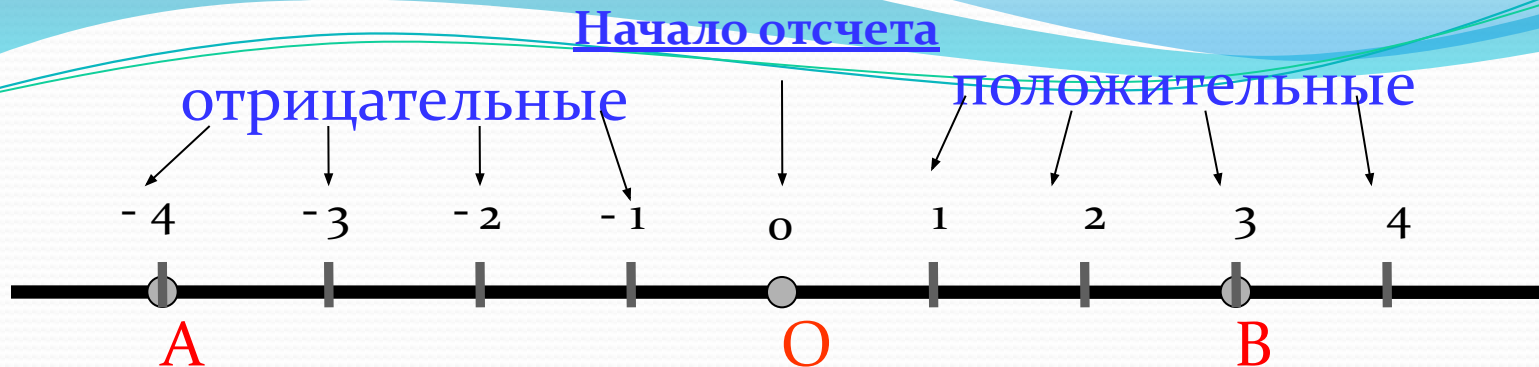
с выбором ответа из четырех предложенных вариантов,

с кратким ответом

и на соотнесение.

Для блока «Неравенства» по 1 части работы выставляются следующие требования:

- 1.1. Знать и понимать алгебраическую трактовку отношений «больше» и «меньше» между числами.
- 1.2. Знать и понимать термины: «Решение неравенства с одной переменной», «Решение системы неравенств с одной переменной»
- 2.1. Знать свойства числовых неравенств.
- 2.2. Уметь применять свойства числовых неравенств.
- 3.1. Уметь решать линейные неравенства с одной переменной.
- 3.2. Уметь решать системы линейных неравенств с одной переменной.
- 3.3. Уметь решать квадратные неравенства с одной переменной, опираясь на графические соображения.
- 3.4. Уметь решать квадратные неравенства с одной переменной алгебраическим способом.
4. 1. Интерпретировать полученный результат, исходя из формулировки задачи.
- 4.2. Проводить отбор решений, исходя из формулировки задачи.



Начало отсчета – число 0(нуль).

Отрицательное оно или положительное ?







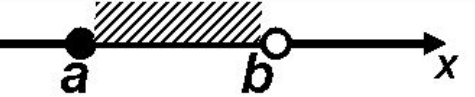
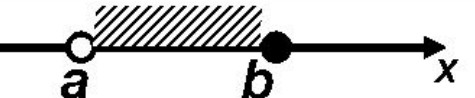
Само число 0(нуль) не является ни положительным, ни отрицательным. Оно отделяет положительные числа от отрицательных.




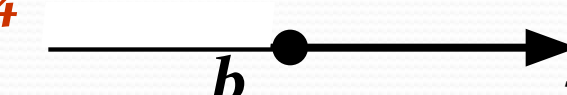


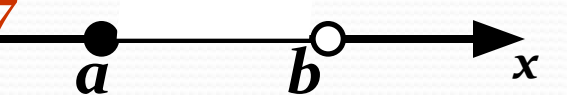
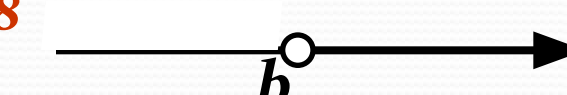
1. Запишите все целые числа, которые лежат между числами -2 и 3 ;
2. Запишите число, противоположное числу $(-2,5)$
3. Между какими целыми числами лежит число $(-6,3)$;
4. Найдите значение выражения $-x$, если $x = -4,2$.
5. Отметьте на координатной прямой числа: -2 ; $2,5$; 3 ; -4 .
6. Записать числа в порядке убывания (или возрастания):

Запишите: а) наибольшее число; б) наименьшее число; в) число, имеющее наибольший модуль; г) число, имеющее наименьший модуль.

$9,7$; $-3,125$; $-333,5,1$; $523,7$; $-216,7$.

Числовые промежутки

Геометрическая модель	Обозначение	Название числового промежутка	Аналитическая модель (неравенство)
	$(a; +\infty)$	Открытый луч	$x > a$
	$[a; +\infty)$	Луч	$x \geq a$
	$(-\infty; b)$	Открытый луч	$x < b$
	$(-\infty; b]$	Луч	$x \leq b$
	$(a; b)$	Интервал	$a < x < b$
	$[a; b]$	Отрезок	$a \leq x \leq b$
	$[a; b)$	Полуинтервал	$a \leq x < b$
	$(a; b]$	Полуинтервал	$a < x \leq b$

Геометрическая модель	Обозначение	Название числового промежутка	Аналитическая модель (неравенство)
<p>1 </p>	<p>4 $(-\infty; b]$</p>	<p>5 Интервал</p>	<p>2 $x \geq a$</p>
<p>2 </p>	<p>3 $(a; b]$</p>	<p>3 Полуинтервал</p>	<p>1 $a \leq x \leq b$</p>
<p>3 </p>	<p>8 $(-\infty; b)$</p>	<p>6 Открытый луч</p>	<p>8 $x < b$</p>
<p>4 </p>	<p>6 $(a; +\infty)$</p>	<p>7 Полуинтервал</p>	<p>5 $a < x < b$</p>
<p>5 </p>	<p>7 $[a; b)$</p>	<p>8 Открытый луч</p>	<p>4 $x \leq b$</p>
<p>6 </p>	<p>1 $[a; b]$</p>	<p>1 Отрезок</p>	<p>7 $a \leq x < b$</p>
<p>7 </p>	<p>5 $(a; b)$</p>	<p>2 Луч</p>	<p>6 $x > a$</p>
<p>8 </p>	<p>2 $[a; +\infty)$</p>	<p>4 Луч</p>	<p>3 $a < x \leq b$</p>

Фамилия:

Заполни таблицу.

Неравенство.	Рисунок.	Промежуток.
$X \geq 12$		
		$(-\infty; -9]$
		$(-5; 0)$
$-1 \leq X < 7$		

Самостоятельная работа по теме «Числовые промежутки»
ВАРИАНТ – 1.

Задания с выбором ответа.

При выполнении заданий А1-А5, обведите цифру, соответствующую правильному ответу.

А-1. Какой промежуток соответствует неравенству $-5 < x < 9$?

1. $[-5; 9]$ 2. $(-5; 9)$ 3. $[-5; 9)$ 4. $(-5; 9]$

А-2. Какой промежуток соответствует промежутку, изображенному на координатной прямой?



1. $[-8; 0]$ 2. $(-8; 0)$ 3. $[-8; 0)$ 4. $(-8; 0]$

А-3. Какая группа чисел принадлежит промежутку $(-3; 4]$?

1. $-3; 0; 4$ 2. $-2; 0; 3$ 3. $-3; 0; 5$ 4. $0; 1; 6$

А-4. Сколько целых чисел принадлежит промежутку $(-10; -5)$?

1. два 2. три 3. пять 4. четыре

А-5. . Какому промежутку принадлежит число 3?

1. $[0; 1,5]$ 2. $(3; +\infty)$ 3. $(-\infty; 3]$ 4. $[4; +\infty)$

Задания с кратким ответом.

При выполнении заданий В1-В3, запишите полученный ответ в виде промежутка, цифры.

В-1. Запишите промежуток, изображенный на рисунке

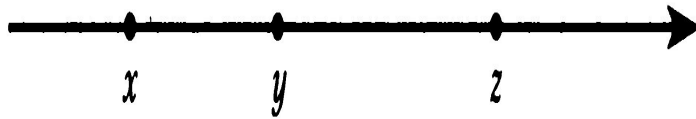
В-2. Укажите целые положительные числа, принадлежащие промежутку $(-1; 2)$.

В-3. Укажите целые отрицательные числа, принадлежащие промежутку $(-9; -7)$.

Знать и понимать алгебраическую трактовку отношений «больше» и «меньше» между числами.

Выбор

- 1) На координатной прямой отмечены числа x , y и z . Какая из следующих разностей положительна?



- 1) $x - y$ 2) $y - z$ 3) $z - y$
4) $x - z$

Краткий ответ

- 1) Расположите в порядке возрастания числа a , b , c и 0 , если $a > b$, $c < b$, $0 < b$ и $0 > c$.

Ответ: _____

- 2) Известно, что $b - d = -8$. Сравните числа b и d .

Ответ: _____

«Решение системы неравенств с одной переменной»

Выбор

1) Число 5 является решением какого неравенства?

1) $-2x+1 > 3$; 3) $x+2 < 8$;

2) $6-x > 2$; 4) $3x - 4 < 2$.

2) Какое наименьшее целое число является решением данной системы?

$$\begin{cases} x \geq -6, \\ -x < 8 \end{cases}$$

1) -6; 2) - 8;

3) 6; 4) 8.

Краткий ответ

Является ли число 3 решением неравенства

$$3(x-2) < 6x+7$$

Знать свойства числовых неравенств.

Выбор

1) Выберите верный ответ, если $a > b$:

- 1) $3a < 3b$ 3) $-4a < -4b$
2) $-7a > -7b$ 4) $0,2a < 0,2b$

Краткий ответ

1) Известно, что a , b , c и d – положительные числа, причём $a > b$, $d < b$, $c > a$. Расположите в порядке возрастания числа $1/a$, $1/b$, $1/c$, $1/d$.

•Соотнесение

Для значения переменной a , выберите верную оценку $4a + 1$

- А) $5,2 < a < 5,4$; 1) $17,4 < 4a + 1 < 17,8$;
Б) $3,2 < a < 3,6$; 2) $13,8 < 4a + 1 < 15,5$;
В) $4,1 < a < 4,2$; 3) $21,8 < 4a + 1 < 22,6$.

Уметь применять свойства числовых неравенств

Выбор

Известно, что $3 < a < 4$.

Выбери верное
неравенство

- 1) $8 < 5a < 9$; 2) $-4 < -a < -3$
3) $6 < a+2 < 8$;
4) $3,6 < 0,2a + 2 < 3,8$

Краткий ответ

Зная, что $5 < c < 8$, оцените
значение выражения:

- 1) $6c$; 2) $-10c$;
3) $c - 5$; 4) $3c + 2$.

Линейное неравенство – это неравенство вида $ax + b > 0$ или $(ax + b < 0)$, где a и b – любые числа, причем $a \neq 0$.

Решить неравенство – это значит найти все его решения или доказать, что решений нет.

> (больше),

< (меньше),

\leq (меньше или равно),

\geq (больше или равно),

\neq (не равно).

Алгоритм. Решение линейных неравенств.

1. Раскрыть скобки (если нужно).

2. **Неизвестные (с буквой)** перенести в левую часть неравенства, **известные (без буквы)** в правую часть.

При переносе **знаки перед слагаемыми изменить** на противоположные “-“ на “+“; “+“ на “-“;

(знак неравенства сохраняется).

3. В каждой части **привести подобные** слагаемые (сложить, решить пример)

4. Число, стоящее в правой части разделить на коэффициент при x (если он не равен нулю), причём:

• если **коэффициент положительный**, то **знак неравенства сохраняется**,

• если **коэффициент отрицательный**, то **знак неравенства меняется** на противоположный (“<” на “>”; “>” на “<”; “ \leq ” на “ \geq ”; “ \geq ” на “ \leq ”).

5. **Решение** изобразить **на числовой прямой** и **ответ** записать **промежутком**.

Устные упражнения



Решите неравенство:

1) $-2x < 4$ $x > -2$ 4) $-x < 12$ $x > -12$

2) $-2x > 6$ $x < -3$ 5) $-x \leq 0$ $x \geq 0$

3) $-2x \leq 6$ $x \geq -3$ 6) $-x \geq 4$ $x \leq -4$

Знак изменится, когда неравенств обе части

Делить на с минусом число

Уметь решать линейные неравенства с одной переменной.

Выбор

1. Решите неравенство

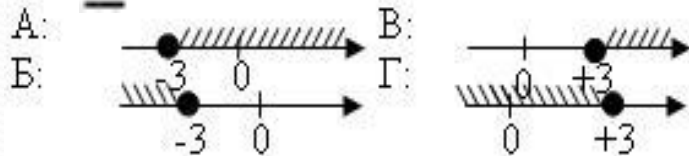
$$2 + x < 5x - 8.$$

1) $(-\infty; 1,5]$ 2) $[1,5; +\infty)$

3) $(-\infty; 2,5]$ 4) $[2,5; +\infty)$

2) Решите неравенство и укажите, на каком рисунке изображено множество его решений:

$$3x + 4 \geq 6x - 5$$



Краткий ответ

1) Решите неравенство

$$20 - 3(x + 5) < 1 - 7x$$

Ответ: _____

2) При каких значениях k значения двучлена $11k - 3$ не меньше, чем соответствующие значения двучлена $15k - 13$?

Ответ: _____

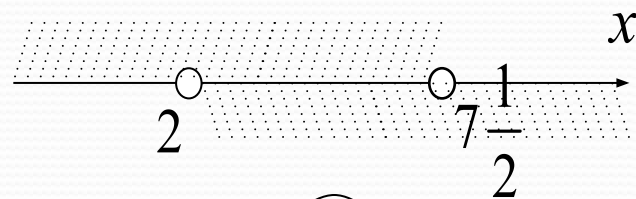
Алгоритм решения системы неравенств с одной переменной

1. Решить каждое неравенство системы.

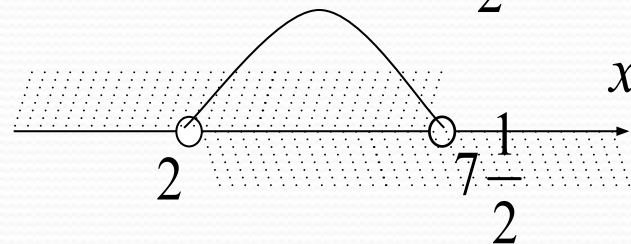
$$\begin{cases} 2x < 15, \\ 3x + 1 > 7. \end{cases}$$

$$\begin{cases} x < 7\frac{1}{2}, \\ 3x > 6; \end{cases} \quad \begin{cases} x < 7\frac{1}{2}, \\ x > 2. \end{cases}$$

2. Изобразить графически решения каждого неравенства на координатной прямой.



3. Найти пересечение решений неравенств на координатной прямой.



4. Записать ответ в виде числового промежутка.

Ответ:

$$\left(2; 7\frac{1}{2} \right)$$

Линейных неравенств с одной переменной.

Выбор

1) Решите систему неравенств

$$\begin{cases} 6x + 3 < 0, \\ 7 - 4x < -1. \end{cases}$$

1) $x < -0,5$

2) $-0,5 < x < 2$

3) $x < 2$

4) система не имеет решений

Краткий ответ

1) Укажите количество целых решений системы неравенств:

$$\begin{cases} 2x + 9 < 6 \\ 7 - x \geq 1 \end{cases}$$

Ответ: _____

2) Решите систему неравенств:

$$\begin{cases} 3 - x \leq 5 \\ 4x - 2 < 8 \end{cases}$$

Алгоритм решения неравенств второй степени с одной переменной

$$ax^2+bx+c>0$$

$$ax^2+bx+c<0$$

1. Если первый коэффициент отрицательный, то приведите неравенство к виду:

$$ax^2+bx+c>0$$

2. Рассмотрите функцию

$$y=ax^2+bx+c$$

3. Ветви параболы направлены всегда вверх

4. Найдите нули функции (точки пересечения параболы с осью абсцисс: $y=0$)

5. Решите уравнение $ax^2+bx+c=0$

6. Схематически постройте график функции $y=ax^2+bx+c$

7. Покажите штриховкой: МЕ -- МЕ или БО – ЗА

8. Запишите ответ в виде промежутка

Уметь решать квадратные неравенства с одной переменной, опираясь на графические соображения

Выбор

1) Решите неравенство

$$x^2 - 11x < 0.$$

1) $(11; +\infty)$; 2) $(0; 11)$;

3) $(0; +\infty)$; 4) $(-\infty; 0) \cup (11; +\infty)$

2) Решите неравенство:

$$x^2 - 36 \leq 0.$$

В ответе укажите количество целочисленных решений.

1) 11 2) 13

3) 12 4) 15

Краткий ответ

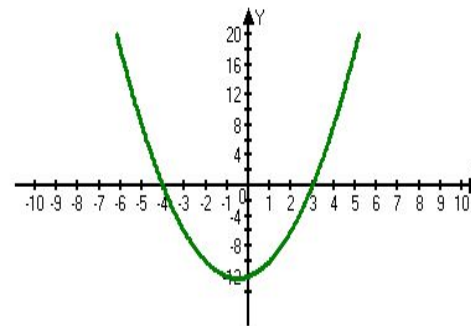
1) Решите неравенство

$$x^2 + x - 2 > 0.$$

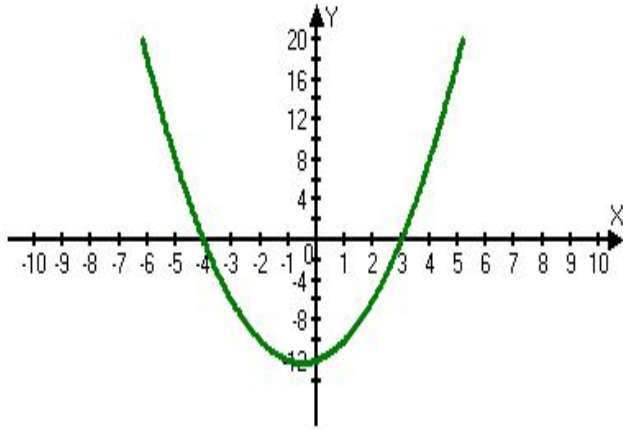
Ответ: _____

2) На рисунке изображён график, используя график решите неравенство:

$$x^2 + x - 12 < 0$$

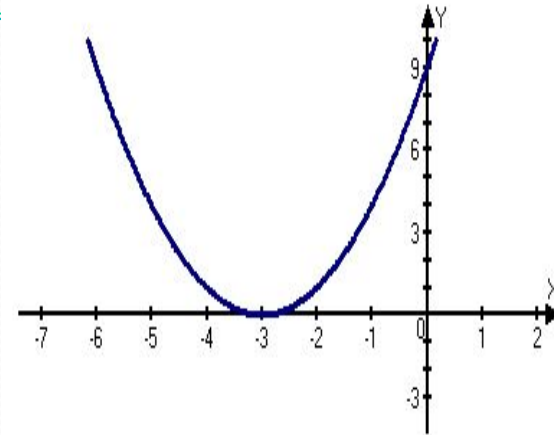


$$x^2+x-12<0$$



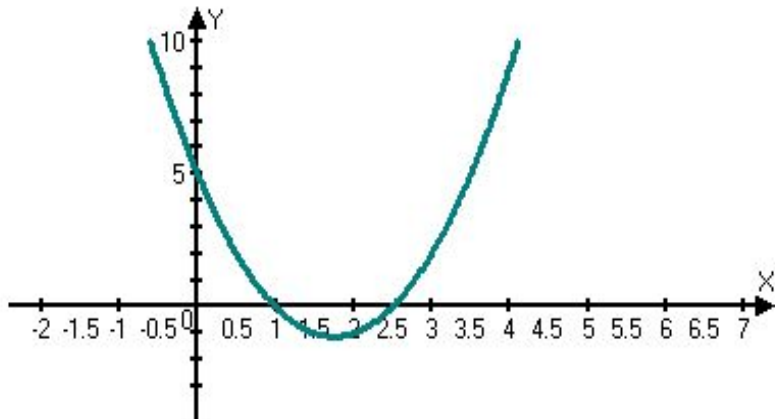
$$x \in (-4;3)$$

$$x^2+6x+9>0$$



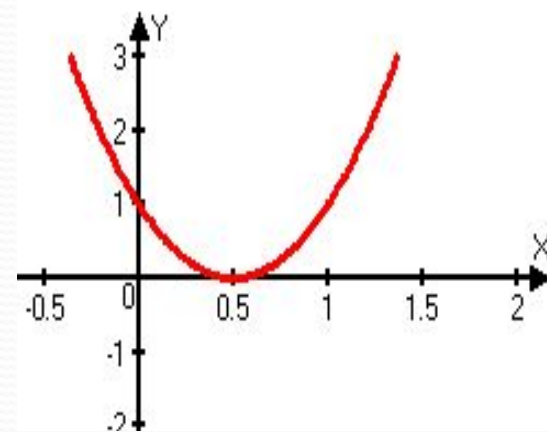
$$x \in (-\infty;-3) \cup (-3;+\infty)$$

$$2x^2-7x+5>0$$



$$x \in (-\infty;1) \cup (2,5;+\infty)$$

$$4x^2-4x+1<0$$



нет решений

квадратного неравенства

- 1. Разложить на множители квадратный трехчлен, используя формулу: $ax^2+bx+c = a(x-x_1)(x-x_2)$, где x_1, x_2 - корни квадратного уравнения $ax^2+bx+c=0$.
- 2. Отметить на числовой прямой корни x_1 и x_2 .
- 3. Определить знак выражения $a(x-x_1)(x-x_2)$ на каждом из полученных промежутков, начиная с **КРАЙНЕГО ПРАВОГО**
- 4. Записать ответ, выбрав промежутки с соответствующим знаком неравенства знаком (если знак неравенства $<$, то выбираем промежутки со знаком «-», если знак неравенства $>$, то выбираем промежутки со знаком «+»).

Решение неравенств методом интервалов

1. Приравнять каждый множитель к нулю(найти нули функции)
2. Найти корень каждого множителя и нанести все корни на числовую ось.
3. Определить знак неравенства справа от большего корня.
4. Расставить знаки на интервалах, начиная от крайнего правого.
5. Проставить знаки в остальных интервалах, чередуя плюс и минус.
6. Выписать ответы неравенства в виде интервалов.

Уметь решать квадратные неравенства с одной переменной алгебраическим способом

Выбор

1) Решите неравенство методом интервалов $(x-3)(x+4) > 0$. Выберите верный ответ.

1) $(-\infty; -4)(3; +\infty)$;

2) $(-\infty; -4)$; 3) $(-4; 3)$; 4) $(3; +\infty)$.

2) Решите неравенство методом интервалов:
 $x^2 + 2x - 3 > 0$

Краткий ответ

1) Решите неравенство:

а) $(x-6)(x+9) < 0$;

б) $(9-x)(x-3) \leq 0$;

в) $(x+5)(2x-4) \geq 0$.

2) Укажите неравенство, решением которого является любое число.

1) $x^2 + 9 < 0$ 2) $x^2 - 9 < 0$

3) $x^2 + 9 > 0$ 3) $x^2 - 9 > 0$

Для каждого неравенства укажите множество его решений.

А) $x^2 - 4x > 0$, Б) $x^2 + 4x \leq 0$, В) $4x - x^2 > 0$.

1) $(-\infty; +\infty)$ 2) $(-\infty; 0) \cup (4; +\infty)$

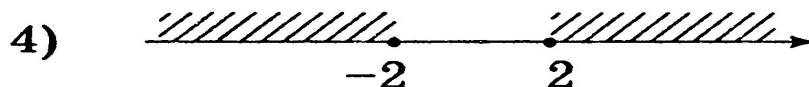
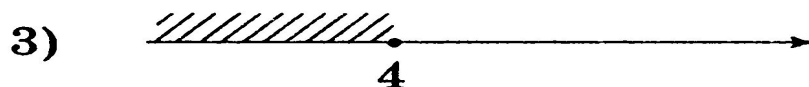
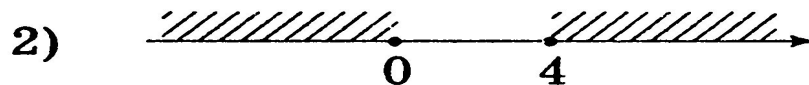
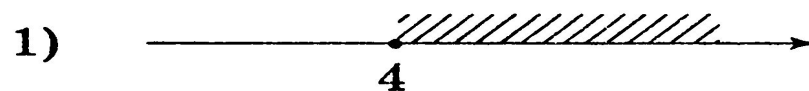
3) $[-4; 0]$ 4) $(0; 4)$

А	Б	В

Ответ:

Для каждого из приведенных неравенств укажите номер рисунка, на котором изображено множество его решений.

А) $x^2 - 4x \geq 0$; Б) $x^2 - 4 \geq 0$, В) $4 - x \geq 0$.

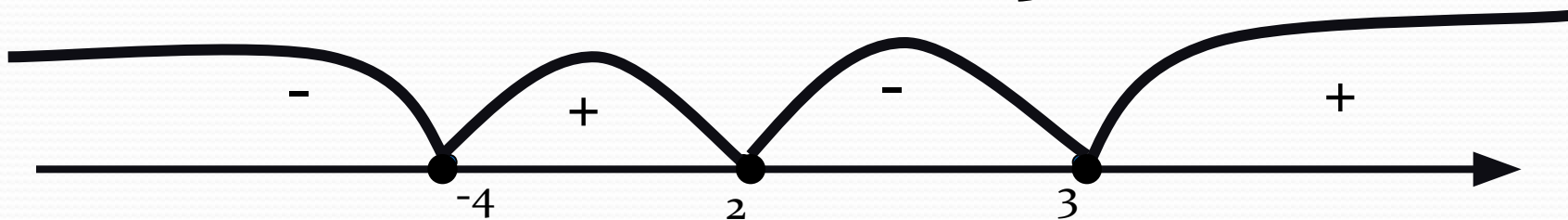


Решить неравенство:

$$(x+4)(x-2)(x-3) < 0$$

$$f(x) = (x+4)(x-2)(x-3)$$

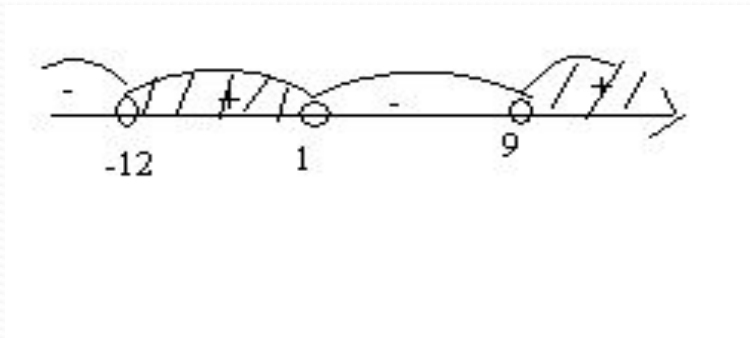
$$x = -4 \quad x = 2 \quad x = 3$$



Ответ: $(-\infty; -4) \cup$
 $(2; 3)$

$$y = \sqrt{(x+12)(x-1)(x-9)}$$

$$(x+12)(x-1)(x-9) \geq 0$$



Ответ: $[-12; 1] \cup [9; +\infty)$.