

*Методика обучения решению
сюжетных задач по
математике*

- Под сюжетными задачами понимают задачи, в которых описан жизненный сюжет (явление, событие, процесс) с целью нахождения определенных количественных характеристик или значений

Роль текстовых задач в процессе обучения математике многообразна:

- служат усвоению математических понятий и отношений между ними;
- обеспечивают усвоение учащимися специфических понятий, входящих в предметную область;
- способствуют более глубокому усвоению идеи функциональной зависимости;
- повышают вычислительную культуру учащихся;
- учат школьников применению метода познания действительности - моделированию;
- способствуют более полной реализации межпредметных связей;
- развивают у учащихся способность анализировать, рассуждать, обосновывать, доказывать, отстаивать свою точку зрения;
- развивают логическое мышление школьников;
- учат учащихся планировать и контролировать свою деятельность, овладевать приемами, самоконтроля (проверка и оценка полученного результата);
- развивают познавательные способности учащихся через усвоение способов решения задач;
- формируют универсальные качества личности, такие как привычка к систематическому интеллектуальному труду, стремление к познанию, потребность в контроле и самоконтроле и т. п.;
- прививают и укрепляют интерес школьников к математике.

- Обучение решению текстовых задач преследует двойную цель: с одной стороны – собственно научить учащихся решать текстовые задачи различных видов, с другой стороны (и это главное) – сами текстовые задачи выступают как средство обучения, воспитания и развития школьников.

- *Николай и Андрей живут в одном доме. Николай вышел из дома и направился к школе. Через 4 мин после него из дома вышел Андрей и догнал своего друга у школы. Найдите расстояние от дома до школы, если Николай шел со скоростью 60 м/мин, а скорость Андрея 80 м/мин.*

Работа над текстом задачи включает семантический, логический и математический анализ.

Семантический анализ направлен на обеспечение понимания содержания текста и предполагает:

- Представление жизненной ситуации, которая описана в задаче, мысленное участие в ней. Фактически оно осуществляется при чтении или слушании задачи. Однако на этом этапе уделяется внимание вычленению основных количественных и качественных характеристик задачной ситуации. По тексту задачи необходимо представить все, о чем говорится в ней.
- Выделение и осмысление:
 - ✓ отдельных слов, терминов, понятий, как житейских, так и математических,
 - ✓ грамматических конструкций («если... то», «после того, как...» и т.д.),
 - ✓ количественных характеристик объекта, задаваемых словами «каждого», «какого-нибудь», «любое», «некоторое», «всего», «все», «почти все», «одинаковые», «столько же», «поровну» и т.д.
- Восстановление предметной ситуации, описанной в задаче, путем упрощенного пересказа текста с выделением только существенной для решения задачи информации.
- Выделение обобщенного смысла задачи - о чем говорится в задаче, указание на объект и величину, которая должна быть найдена (стоимость, объем, площадь, количество и т.д.).

Логический анализ предполагает:

- **умение заменять термины их определениями;**
- **выводить следствия из имеющихся в условии задачи данных (понятия, процессы, явления).**

Математический анализ включает анализ условия и требования задачи.

- Анализ условия направлен на выделение:
 - а) объектов (предметов, процессов);
 - б) величин, характеризующих каждый объект;
 - в) характеристик величин (числовые значения, известные и неизвестные данные, отношения между известными данными величин).

Вернемся к нашей задаче

Прежде всего, выделим «значимую» («существенную») и «несущественную» информацию, содержащуюся в ее условии.

К «несущественной» информации, видимо, можно отнести, например, следующую:

- а) Имена мальчиков. Зовут их Николай, Андрей, Константин, Анатолий или еще как-то (Чебурашка, Вини-Пух, Пятачок и.т.д.) для успешного решения данной задачи значения не имеет.
- б) Не имеет так же значения и то, что это были мальчики, а не девочки или мальчик и девочка.
- в) Не имеет значения тот факт, что они шли в школу, а не на стадион, в кинотеатр или на дискотеку.
- г) Несущественно так же и то, что они были друзьями, а не врагами, или вообще были знакомы друг с другом.

К «значимой» информации следует отнести следующую:

- а) Скорости движения каждого из мальчиков.
- б) Величина промежутка времени между началом движения первого и второго участника движения.
- в) То, что мальчики шли одной и той же дорогой и преодолели одинаковое расстояние (хотя это в условии не оговорено (а должно бы), а следует из контекста условия задачи).

Выделив значащую информацию, необходимо «оценить» эту информацию, сопоставить имеющиеся в нашем распоряжении факты. При этом главным вопросом для нас будет вопрос – «Что это значит?»

- Что значит, что скорость Николая 60 м/мин?

Это означает, что по истечении одной минуты Николай пройдет путь, равный 60 метрам. Аналогично, Андрей за одну минуту пройдет путь, равный 80 метрам. Сопоставляя эти два факта, мы без труда устанавливаем, что за одну минуту расстояние между Николаем и Андреем сокращается на 20 метров.

- Что означает тот факт, что Андрей вышел на 4 минуты позже Николая?

Это означает, что пока Андрей искал, куда он положил учебник по математике (или искал линейку и карандаш), Николай прошел путь, равный $60 \cdot 4 = 240$ (м).

- Что означает, что Андрей догнал Николая именно у дверей школы?

Это означает, что Андрею удалось ликвидировать отставание в 240 метров, причем это произошло благодаря тому, что его скорость была больше на 20 м/мин.

- Итак, если работа с информацией, содержащейся в условии задачи, проведена успешно, если она осознана и понята учащимися, то им уже не так трудно догадаться до идеи решения задачи (а зачастую и до ответа). Именно «догадаться», а не «угадать».
- В основе догадки лежит умение осмысливать и сопоставлять имеющиеся факты. Обучение этому – одна из важнейших задач учителя математики.
- До окончания решения нашей задачи осталось не так уж много. Действительно, если Андрею надо ликвидировать отставание в 240 метров, а за одну минуту это расстояние сокращается на 20 метров, то очевидно ему потребуется для этого
 $240 : 20 = 12$ (мин).
А за 12 минут он пройдет путь, равный
 $12 \cdot 80 = 960$ (м). Это и есть ответ.

Подведем первые итоги:

Чтобы научиться решать задачи, в частности, сюжетные задачи, нам необходимо научиться:

- Выделять и сопоставлять информацию, содержащуюся в условии задачи.
- «Догадываться» до идей, лежащих в основе решения этой задачи.
- Отбирать аргументы, свидетельствующие о верности нашей догадки.
- Излагать аргументы в пользу догадки.

Моделью мы будем называть материальный или мысленно представленный объект, который в процессе познания замещает объект-оригинал, сохраняя важные для данного исследования типичные его черты.

Выделяются следующие виды моделей, которые возможно использовать для изучения и решения сюжетных задач:

- Материальные модели – это модели, при которых реальному объекту сопоставляется его увеличенная или уменьшенная копия, допускающая исследование с помощью последующего перенесения свойств изучаемых процессов и явлений с модели на объект.
- Вербальные модели (от латинского «verbalis» - устный) – это модели, полученные в результате раздумий, умозаключений и представленные в мысленной или разговорной форме.
- Знаковые модели – это модели, выраженные специальными знаками, т.е. средствами любого формального языка: схемы, графики, чертежи, формулы, наборы символов и т.д., а также включающие совокупность знаков, по которым можно оперировать с выбранными знаковыми образованиями и их элементами.

Перевод текста на язык математики

- Осуществляется перевод текста на язык моделей различного вида: чертеж, схема, график, таблица, символический рисунок, уравнение, неравенство и др.
- Устанавливаются отношения между данными и вопросом.

Следующий шаг в работе -

Формулирование математической задачи и ее решение (работа с математической моделью).

На данном этапе учащийся должен предъявить полное и обоснованное владение алгоритмом решения того или иного алгебраического объекта (уравнения, системы уравнений и т.д.), который является математической моделью сюжета задачи.

После получения ответа к решению математической задачи необходим обратный переход от модели к сюжету задачи (формулирование ответа задачи и его запись).

На данном этапе

- анализируются числовые значения, полученные при решении математической задачи,
- устанавливаются соответствия между ними и данными условия задачи
- отбрасываются те из них, которые не подходят по смыслу задачи
- записывается ответ в соответствии с вопросом задачи.

Применительно к нашей задаче схема решения выглядит так:

1. Анализ условия задачи	Перевод задачи на язык математики (<u>должна быть использована</u> вся «значимая» информация)
2. Выбор неизвестного	
3. Установление связи неизвестного с данными задачи	
4. Выделение предложения для составления уравнения	
5. Составление уравнения	
6. Решение уравнения	«Математическая» часть решения задачи
7. Возвращение к условию задачи	Обратный перевод с «языка математики» на «язык задачи»
8. Запись ответа	

Проиллюстрируем сказанное на примере записи решения нашей задачи

Решение.

Пусть расстояние от дома до школы равно x м, тогда Андрей затратил на дорогу $x/80$ мин, а Николай – $x/60$ мин. Так как Андрей затратил на дорогу на 4 минуты меньше, а пришли они одновременно, то $x/80 + 4 = x/60$ (конец перевода).

Решим это уравнение.

$$x/80 + 4 = x/60$$

$$3x + 240 \cdot 4 = 4x$$

$$x = 960.$$

Значит, расстояние между домом и школой равно 960 метров.

Ответ: расстояние от дома до школы равно 960 метров.

Итак, получен численный ответ на вопрос задачи.
Можно ли считать его окончательным результатом?
Для решения задачи – ДА.
Для обучения решению задач – НЕТ!
Нам остался последний этап работы.
Последний по счету, но не по значимости.
Этот этап – анализ решения.

Следует иметь в виду, что решение школьной задачи является не самоцелью, а средством обучения! А значит, обсуждение приведенного решения, выявление его особенностей, поиск других способов решения и т.п. является важнейшей составной частью решения любой задачи.

1 . Прежде всего, следует обратить внимание на запись окончательного решения и исправить все недочеты и неточности, если они имели место.

2. Следует попытаться построить несколько другую модель, за счет выбора другого неизвестного. Например.

Решение. Пусть x мин время, затраченное на путь от дома до школы Андреем, тогда $(x+4)$ мин – время, затраченное на этот путь Николаем; $80x$ м – расстояние, пройденное Андреем, $60(x+4)$ м – расстояние, пройденное Николаем. Так как эти расстояния равны, то $60(x+4)=80x$.

Решим это уравнение.

$$60(x+4)=80x$$

$$60x+240=80x$$

$$20x=240$$

$$x=12$$

Значит, Андрей затратил на весь путь 12 минут, следовательно, он прошел путь, равный $12 \cdot 80 = 960$ (м).

Ответ: расстояние от дома до школы равно 960 метров.

Теперь сравним оба способа решения: в чем мы «выиграли» и в чем «проиграли»?

- «Выигрыш» – получили более простое уравнение (нет дробей),
- «Проигрыш» – усложнился обратный перевод

3. Имея две модели и, поняв, как они устроены, т.е. что означают те или иные выражения, которые получались при их конструировании, мы можем попытаться получить решение данной задачи без построения математической модели, т.е. первое наше решение.
4. «Обсуждение» полученных в ходе решения уравнений. Придумывание (составление) задачи, при решении которой получается аналогичное уравнение.
- Одним из приемов обучения решению задач является составление задач самими учащимися. Составление задач помогает учащимся лучше осознать жизненно-практическую значимость задачи, глубже понять ее структуру, а также различать задачи различных видов, осознать приемы их решения. Следует стимулировать составление учащимися задач с разнообразными фабулами (сюжетами).

5. **Варьирование** числовыми данными задачи:

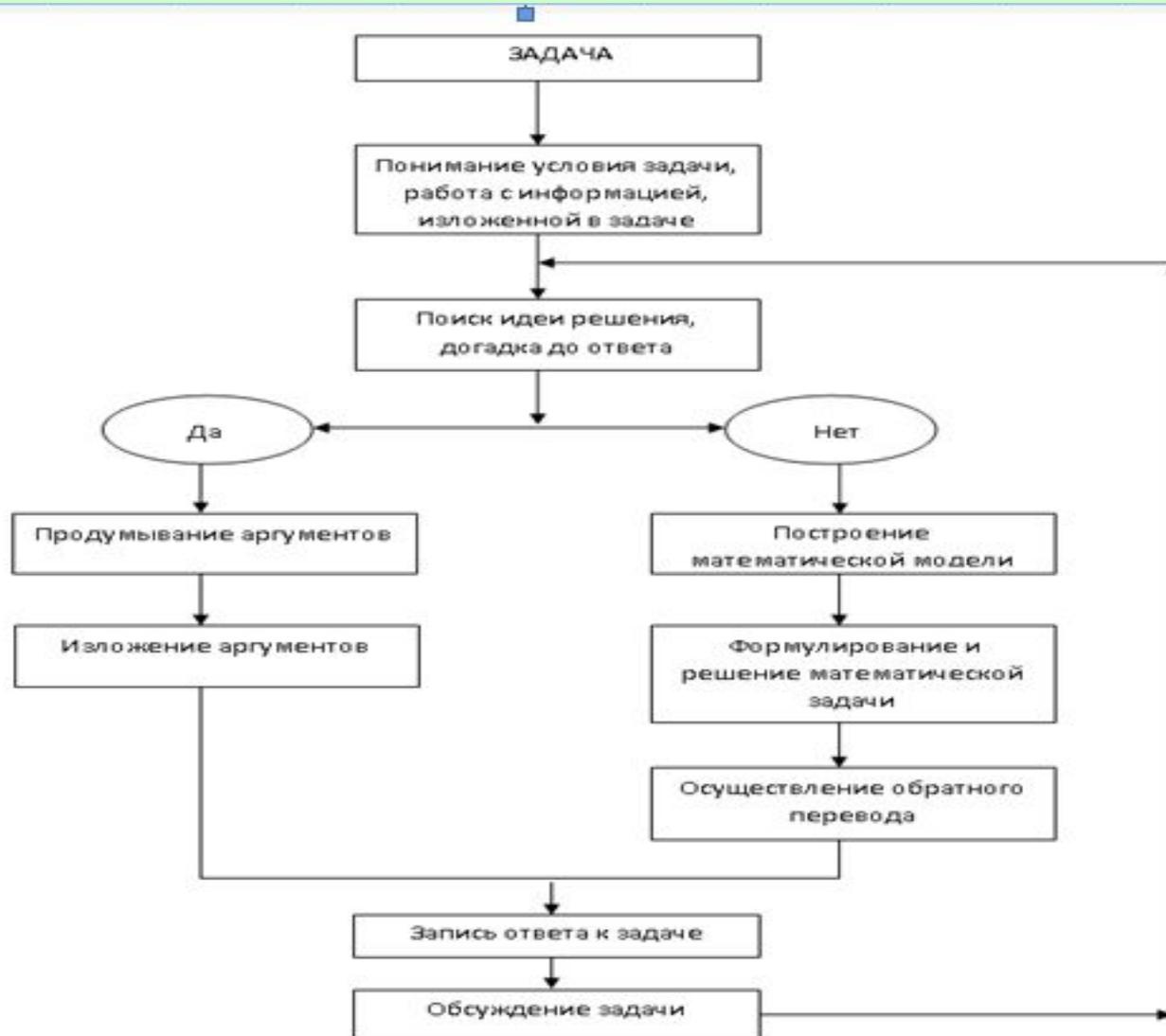
«Что произойдет, если...?». Как это отразится на ответе?

Например:

- а) Если скорость движения Андрея была не 80 м/мин, а 90 м/мин, чему тогда будет равно расстояние от дома до школы?
- б) Если скорость движения будет не 80 м/мин, а 90 м/мин, то на сколько позже он должен будет выйти из дома, чтобы расстояние осталось таким же (960 метров)?
- в) Если скорость движения Николая будет 80 м/мин, расстояние 960 метров, то какова должна быть скорость Андрея? (При четырех минутной задержке).
- г) Если бы Андрей шел по дороге в 1,5 раза короче той, по которой шел Николай, то на сколько минут раньше Николая он оказался бы у школы?
- д) Если считать, что средняя скорость пешехода 4 км/ч, то Андрей, догоняя Николая, бежал или шел быстрым шагом? И т.д.

И только теперь мы можем считать нашу работу с задачей оконченной.

Блок-схема, описывающая алгоритм решения сюжетной задачи:



В заключении отметим семь критериев полноценности решения задачи, сформулированных В.М. Брадисом:

- безошибочность,
- обоснованность,
- исчерпывающий характер,
- простота,
- ясность пути, приведшего к решению задачи,
- рациональность записи,
- завершающее обобщение решения