Прямые и плоскости в пространстве

Часть 1

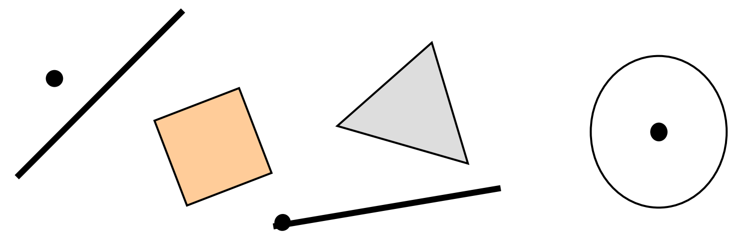
Презентацию подготовила учитель математики
МБОУ СОШ №4 г.Покачи ХМАО-Югра
Литвинченко Л.В.

«планиметрия» – наименование смешанного происхождения: от греч. **metreo** – измерять и лат. **planum** – плоская поверхность (плоскость)

ГЕОМЕТРИИ

ПЛАНИМЕТРИЯ

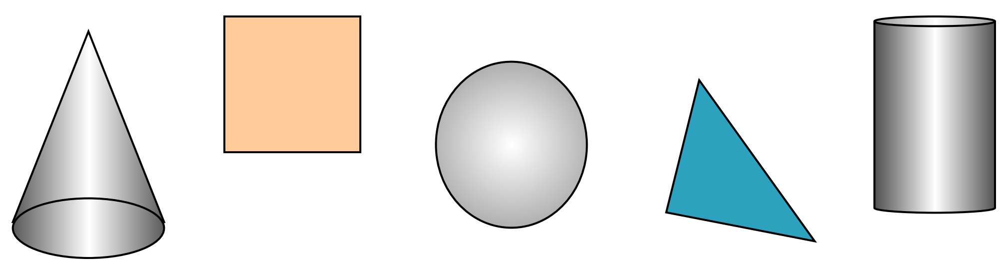
ГЕОМЕТРИЯ на плоскости



СТЕРЕОМЕТРИЯ

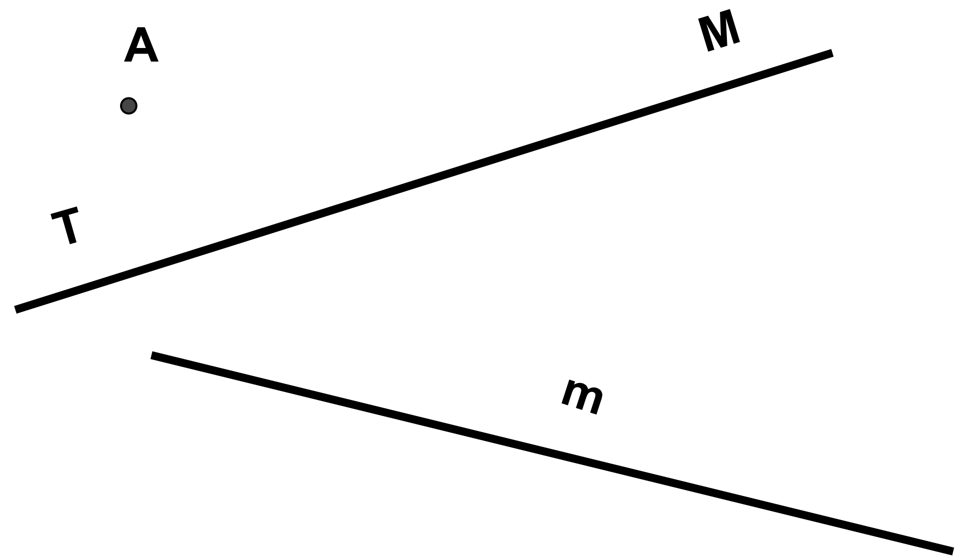
ГЕОМЕТРИЯ в пространстве

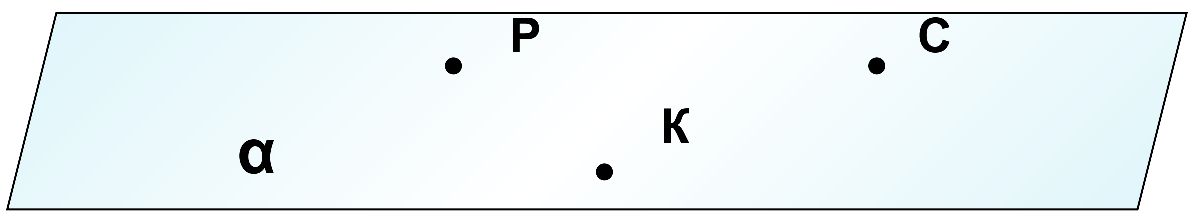
«стереометрия» – от греч. **stereos** – пространственный (**stereon** – объем).



Основные понятия стереометрии

- точка,
- прямая,
- плоскость,
- расстояние





$\alpha = (PKC)$

$|PK|$

$A \notin \alpha$, $KC \subset \alpha$, $P \in \alpha$, $|PK| = 2$ см

ВСПОМНИМ ПЛАНИМЕТРИЮ

- **Каково может быть взаимное расположение двух прямых на плоскости?**

- **Какие прямые в планиметрии называются параллельными?**

ВСПОМНИМ ПЛАНИМЕТРИЮ

- Аксиома параллельных прямых - ?

Через точку, не лежащую на данной прямой, проходит прямая, параллельная данной и притом только одна

ВСПОМНИМ ПЛАНИМЕТРИЮ

- Следствия аксиомы параллельных прямых - ?

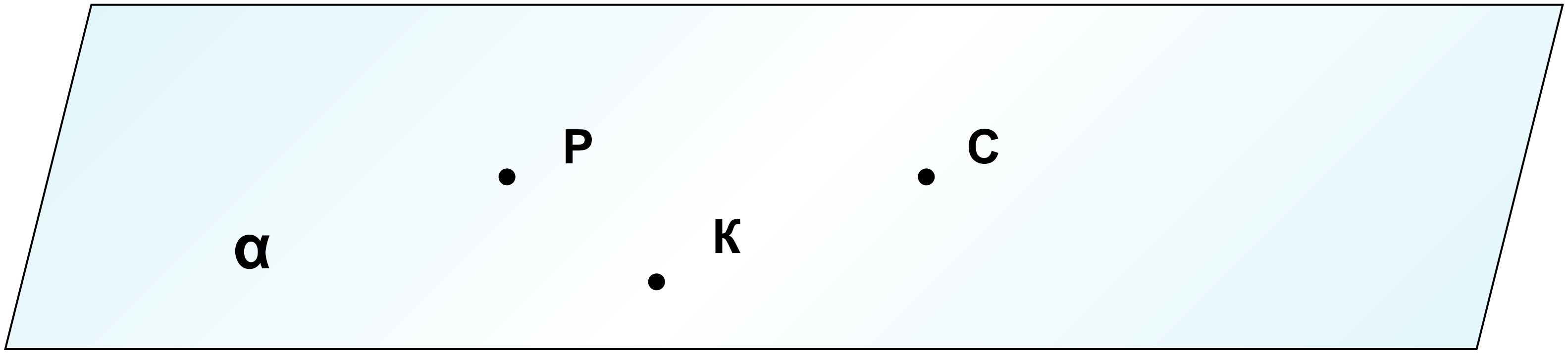
Если прямая пересекает одну из параллельных прямых, то она пересекает и другую.

Если две прямые параллельны третьей прямой, то они параллельны.

Аксиомы стереометрии

А-1

Через любые три точки, не лежащие на одной прямой проходит плоскость, и притом только одна

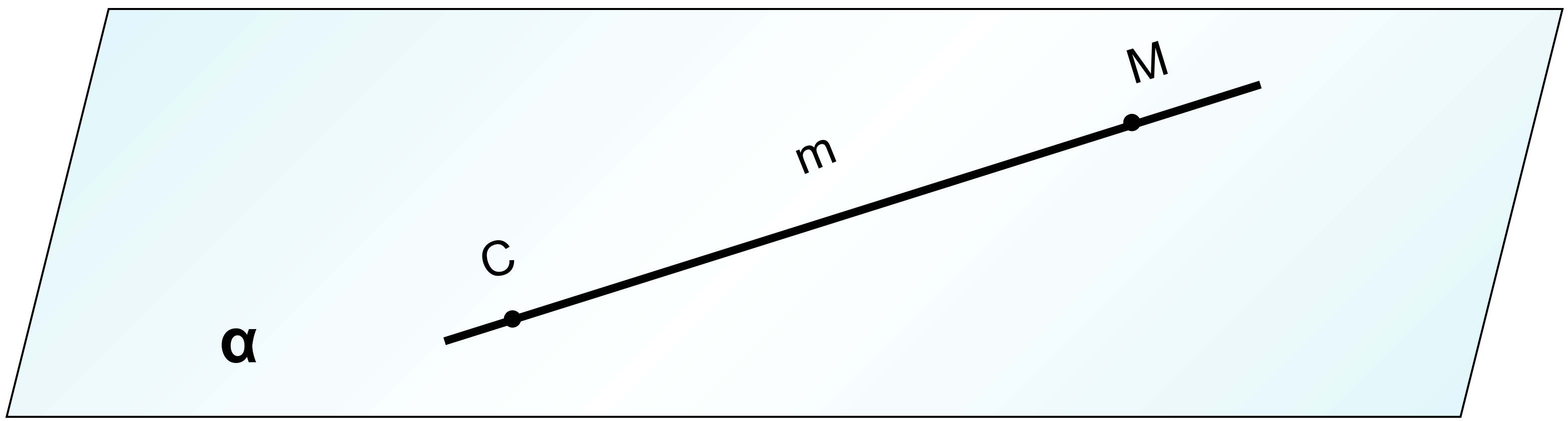


α = (PKC)

Аксиомы стереометрии

А-2

Если две точки прямой лежат в плоскости, то все точки прямой лежат в этой плоскости.

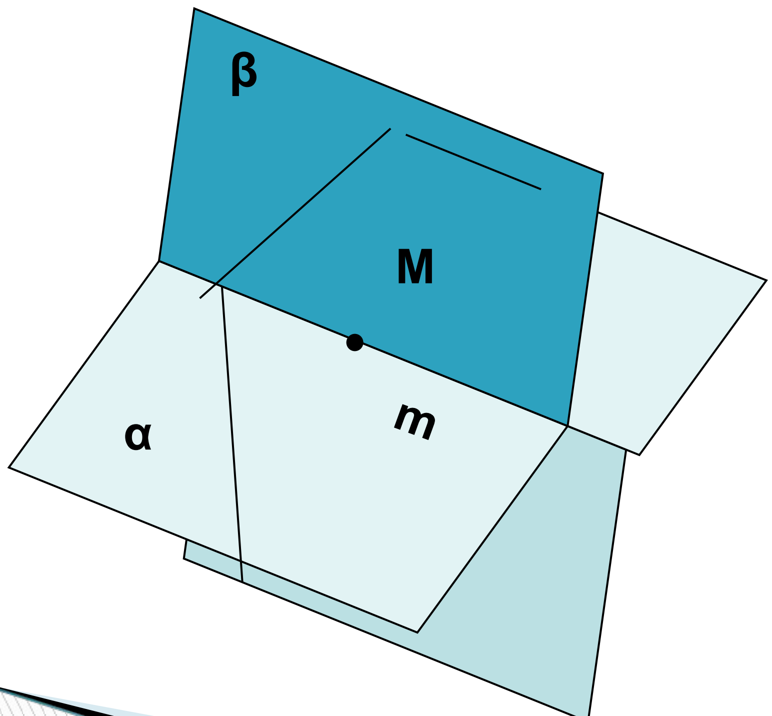


Если M, C ∈ α M, C ∈ m, то m ⊂ α

Аксиомы стереометрии

А-3

Если две плоскости имеют общую точку, то они имеют общую прямую, на которой лежат все общие точки этих плоскостей.



$M \in \alpha$, $M \in \beta$, $M \in \mathbf{m}$

$\Downarrow$

$\mathbf{m} \in \alpha$, $\mathbf{m} \in \beta$

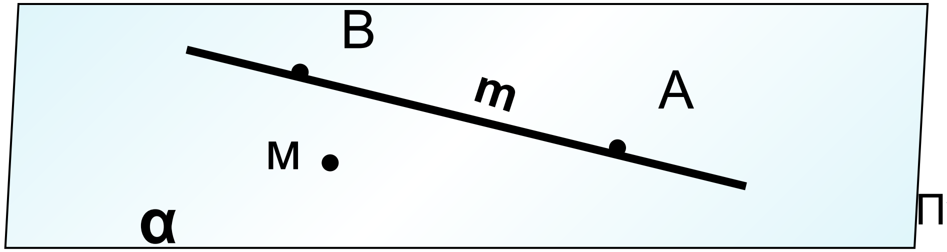
$\Downarrow$

$\alpha \cap \beta = \mathbf{m}$

СЛЕДСТВИЯ ИЗ АКСИОМ

Т-1

Через любую прямую и не принадлежащую ей точку можно провести плоскость, и притом только одну.



Дано: **M∉m**

Доказательство

Пусть точки **A, B ∈ m**.

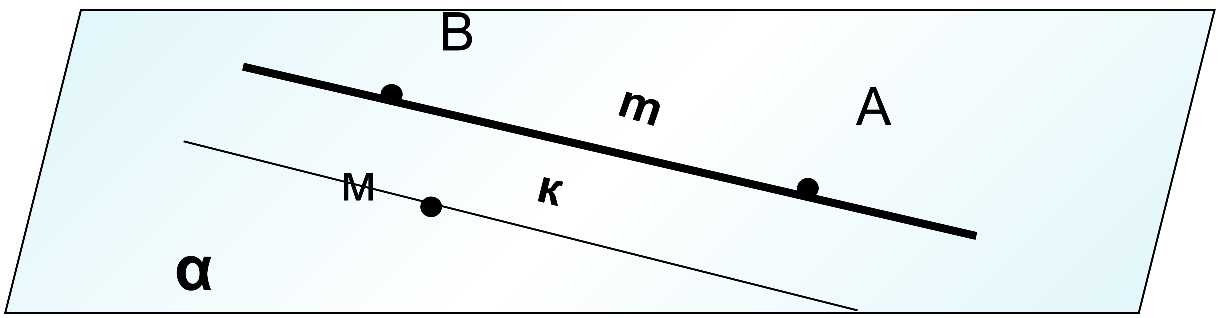
- Так как **M∉m**, то точки **A**, **B** и **M** не принадлежат одной прямой.
  По А-1 через точки **A**, **B** и **M** проходит только одна плоскость — плоскость **(ABM)**,
  Обозначим её **α**. Прямая **m** имеет с ней две общие точки — точки **A** и **B**, следовательно, по аксиоме А-2 эта прямая лежит в плоскости **α**..
  Таким образом, плоскость **α** проходит через прямую **m** и точку **M** и является искомой.

- Докажем, что другой плоскости, проходящей через прямую **m** и точку **M**, не существует.
  Предположим, что есть другая плоскость — **β**, проходящая через прямую **m** и точку **M**.
  Тогда плоскости **α** и **β** проходят через точки **A**, **B** и **M**, не принадлежащие одной прямой, а значит, совпадают. Следовательно, плоскость **α** единственна.

- Теорема доказана

СЛЕДСТВИЕ ИЗ Т-1

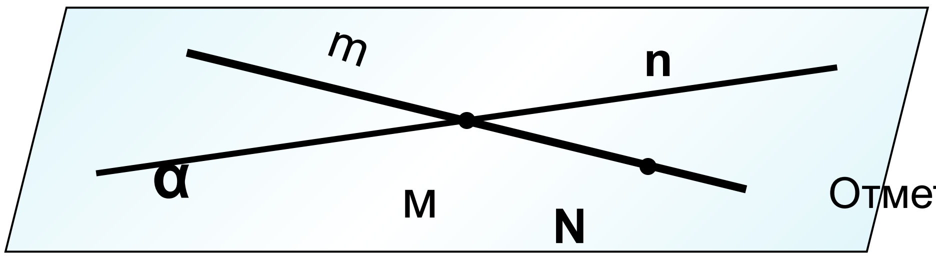
Через две ПАРАЛЛЕЛЬНЫЕ прямые можно провести плоскость, и притом только одну.



СЛЕДСТВИЯ ИЗ АКСИОМ

Т-2

Через любые две пересекающиеся прямые можно провести плоскость, и притом только одну.



Дано: $m \cap n = \mathbf{M}$

Доказательство

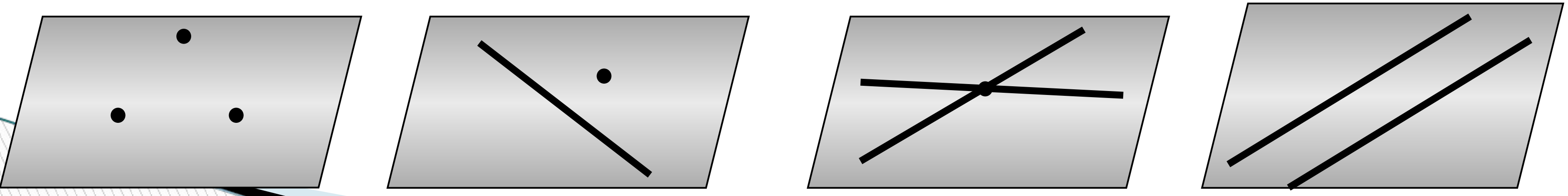
Отметим на прямой **m** произвольную точку **N**, отличную от **M.**

- Рассмотрим плоскость **α =(n, N).** Так как **M∈ α** и **N∈α**, то по А-2 **m ⊂ α.** Значит обе прямые **m, n** лежат в плоскости **α** и следовательно **α**, является искомой
- Докажем единственность плоскости **α**. Допустим, что есть другая, отличная от плоскости **α** и проходящая через прямые **m** и **n**, плоскость **β.** Так как плоскость **β** проходит через прямую **n** и не принадлежащую ей точку **N**, то по Т-1 она совпадает с плоскостью **α**. Единственность плоскости **α** доказана.
- Теорема доказана

ВЫВОД

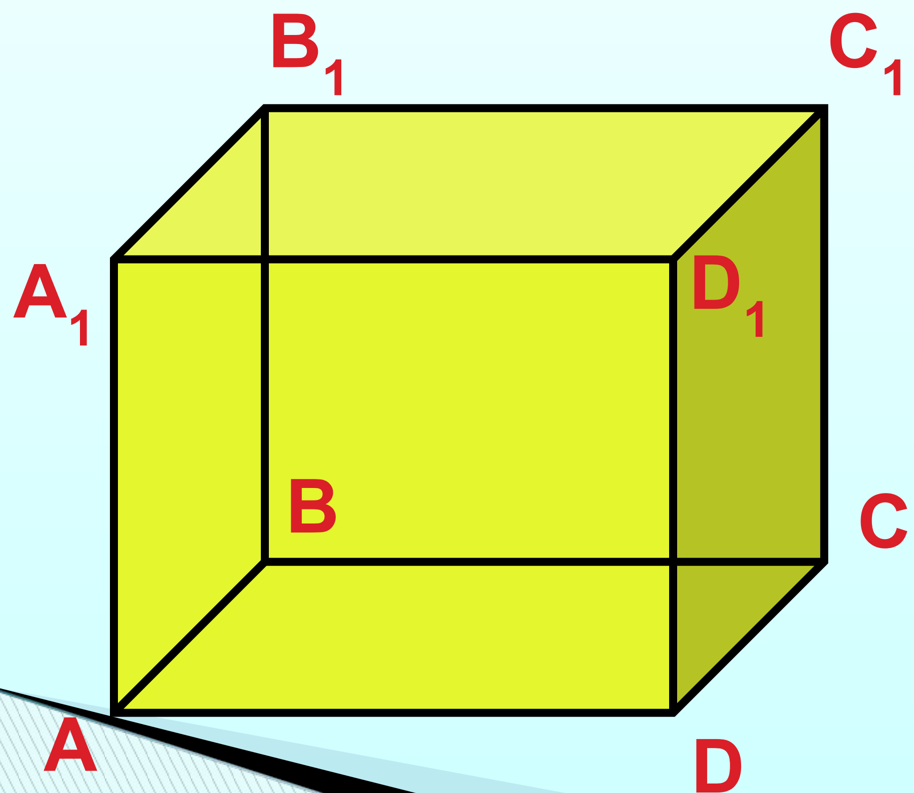
Как в пространстве можно однозначно задать плоскость?

- По трем точкам, не лежащим на одной прямой
- По прямой и точке, не лежащей на этой прямой
- По двум пересекающимся прямым
- По двум параллельным прямым



ВЕРНЕМСЯ В ПРОСТРАНСТВО.

- Каково может быть взаимное расположение прямых в пространстве?



$AB \parallel CD$?

$B_1C \cap C_1C$?

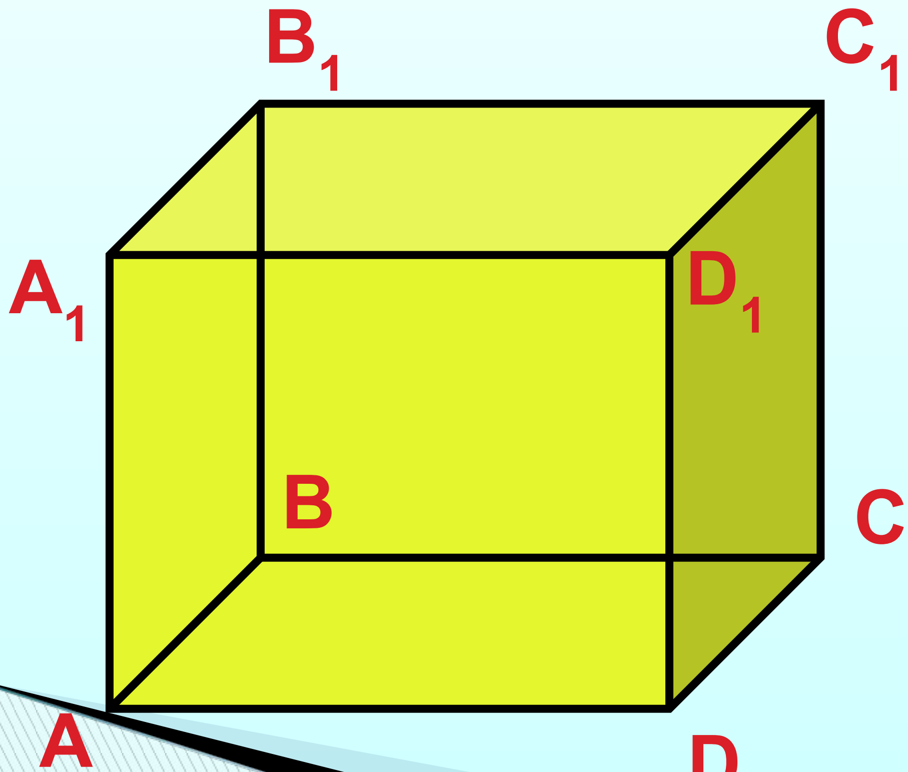
$AD_1 \cap A_1D$?

BC и AA_1 ?

B_1C и A_1D ?

ВЕРНЕМСЯ В ПРОСТРАНСТВО

- Какие прямые в пространстве называются параллельными?

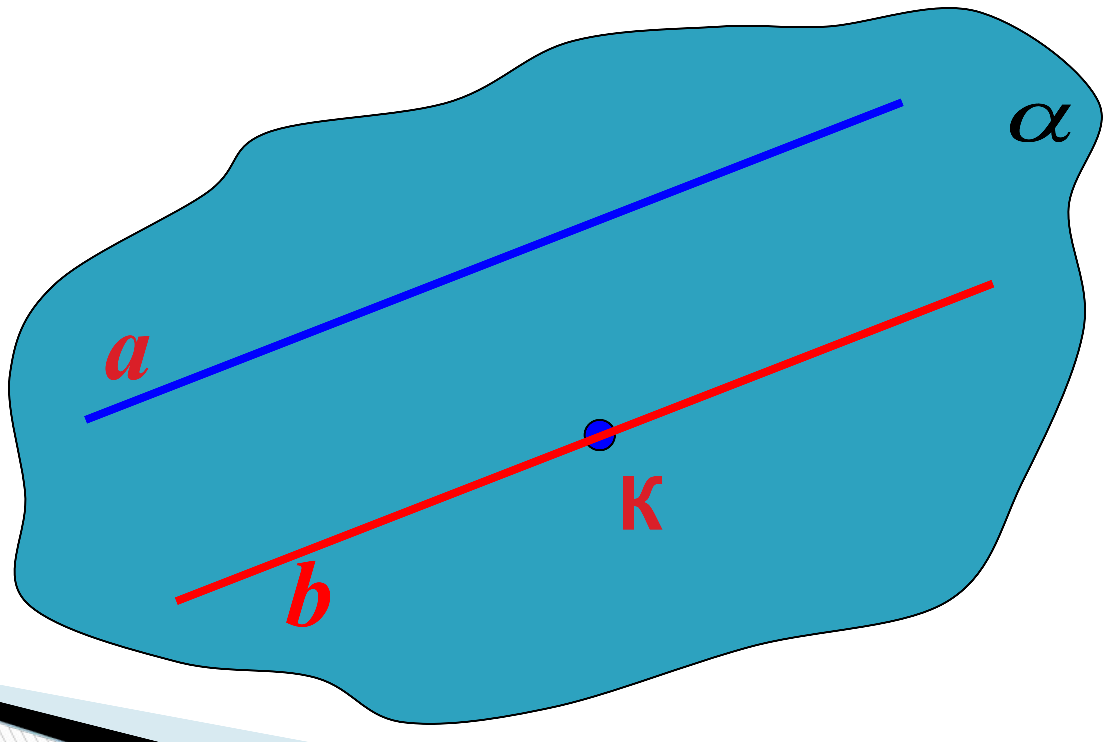


B_1C и A_1D

Параллельными называются прямые, лежащие в одной плоскости и не имеющие точек пересечения.

Теорема о параллельных прямых.

Через любую точку пространства, не лежащую на данной прямой, проходит прямая, параллельная данной, и притом только одна.



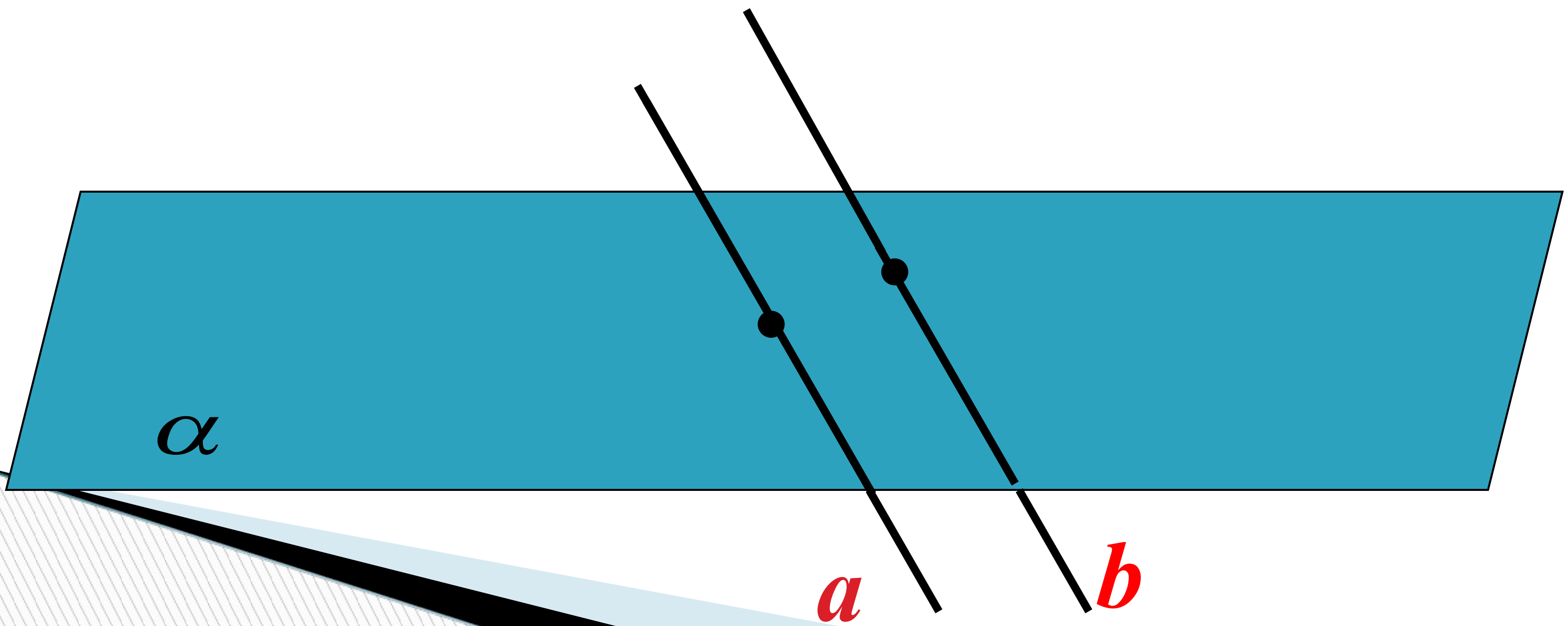
Параллельные отрезки, параллельные лучи в пространстве.

- Отрезки в пространстве называются параллельными, если …
- Лучи в пространстве называются параллельными, если …

…они лежат на параллельных прямых

Лемма о параллельных прямых

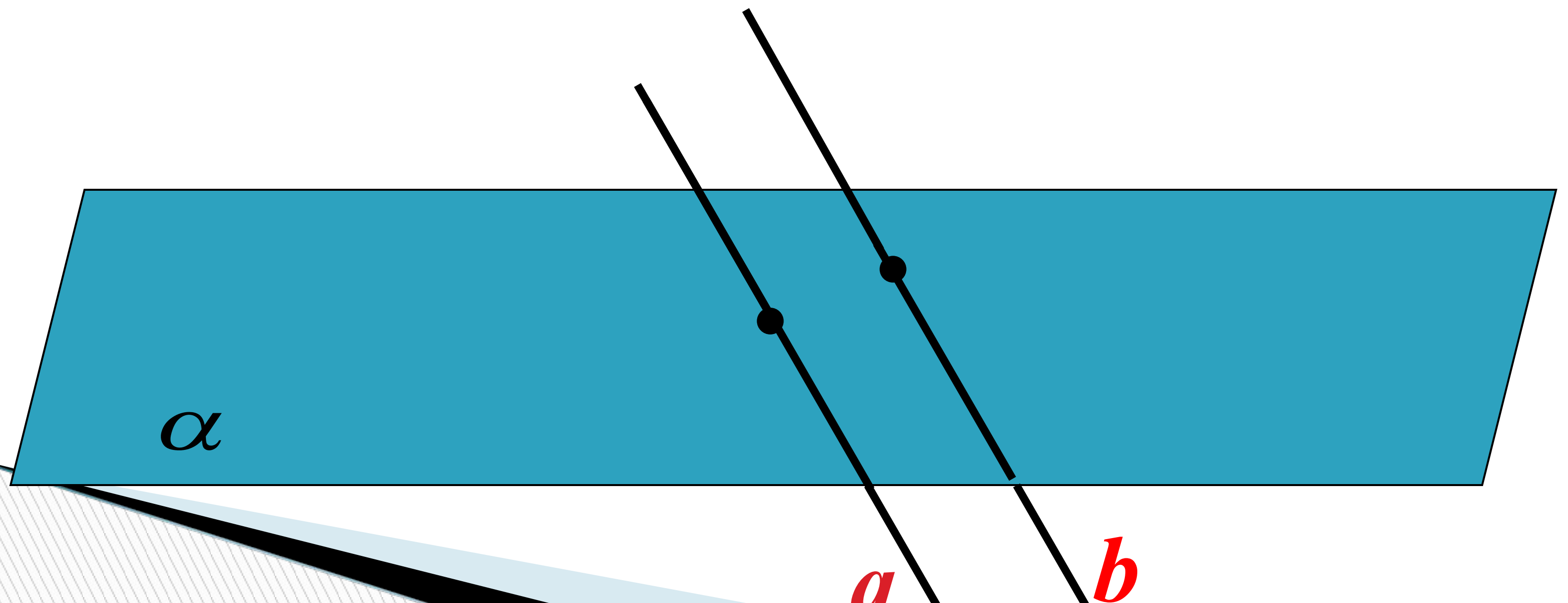
Если одна из параллельных прямых пересекает плоскость, то и вторая прямая также пересекает эту плоскость?



Лемма о параллельных прямых

Дано: $a \parallel b$

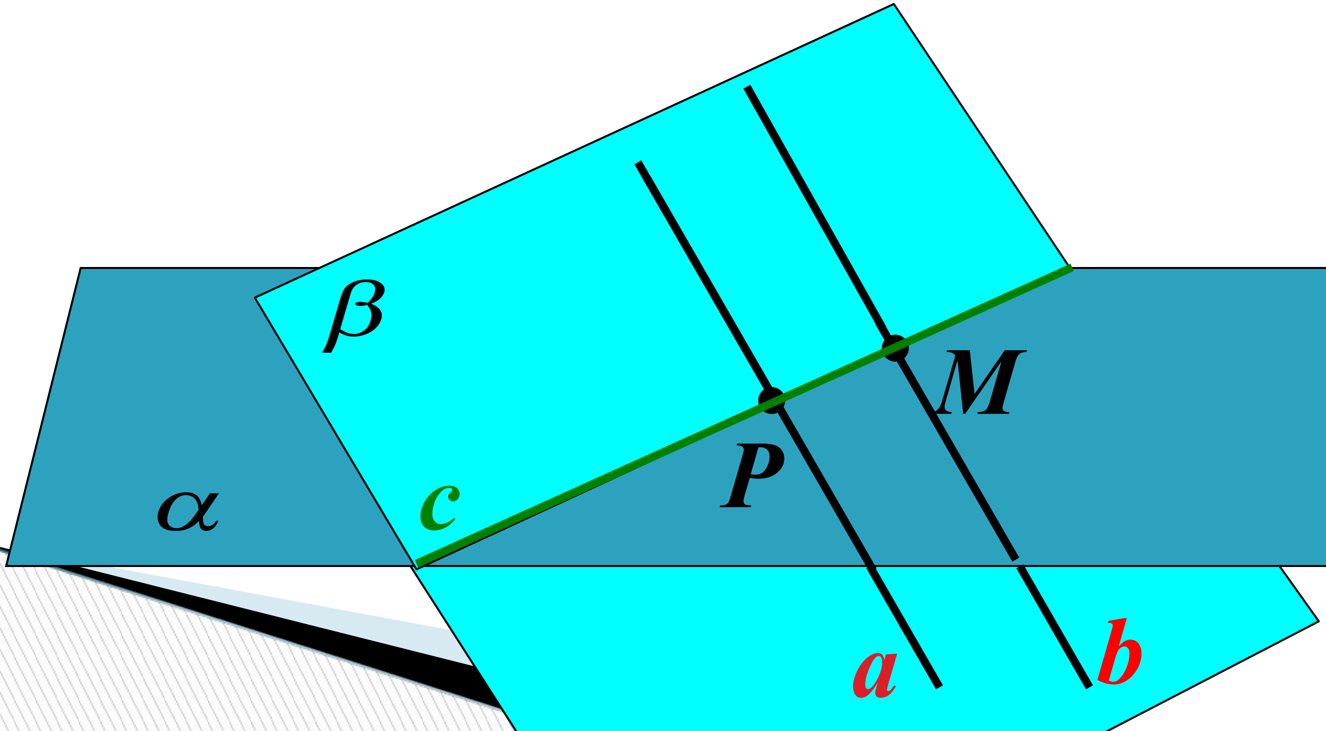
Доказать: b и α имеют общую точку, причем она единственная



Лемма о параллельных прямых

Дано: $a \parallel b$

Доказать: b и α имеют общую точку, причем она единственная

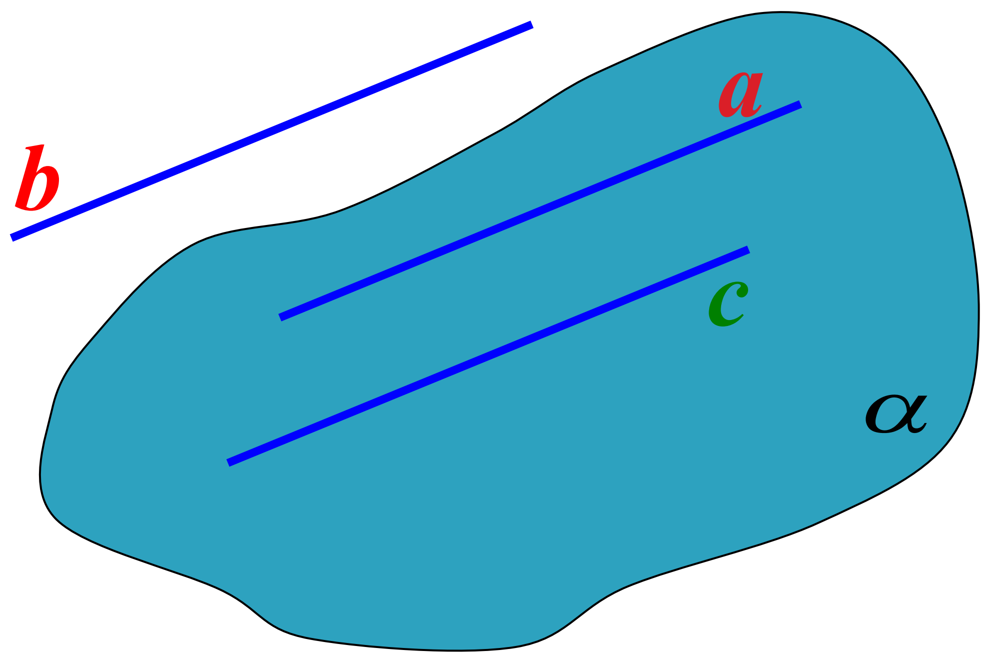


Теорема о параллельности трех прямых в пространстве.

Если две прямые параллельны третьей прямой, то они параллельны

Дано: $a \parallel b$ и $c \parallel b$

Доказать: $a \parallel c$

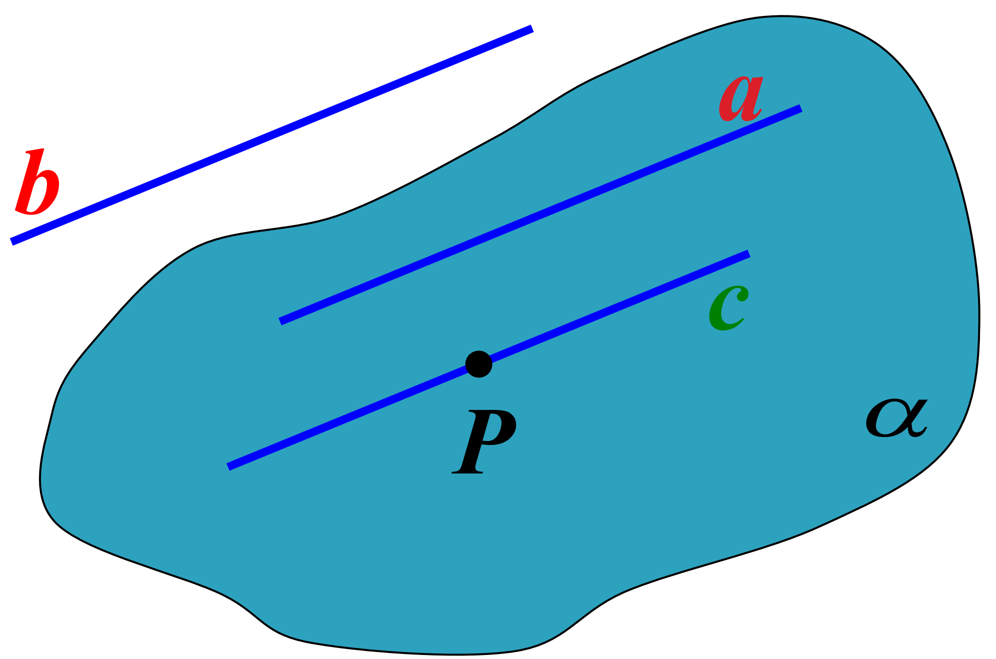


Теорема о параллельности трех прямых в пространстве.

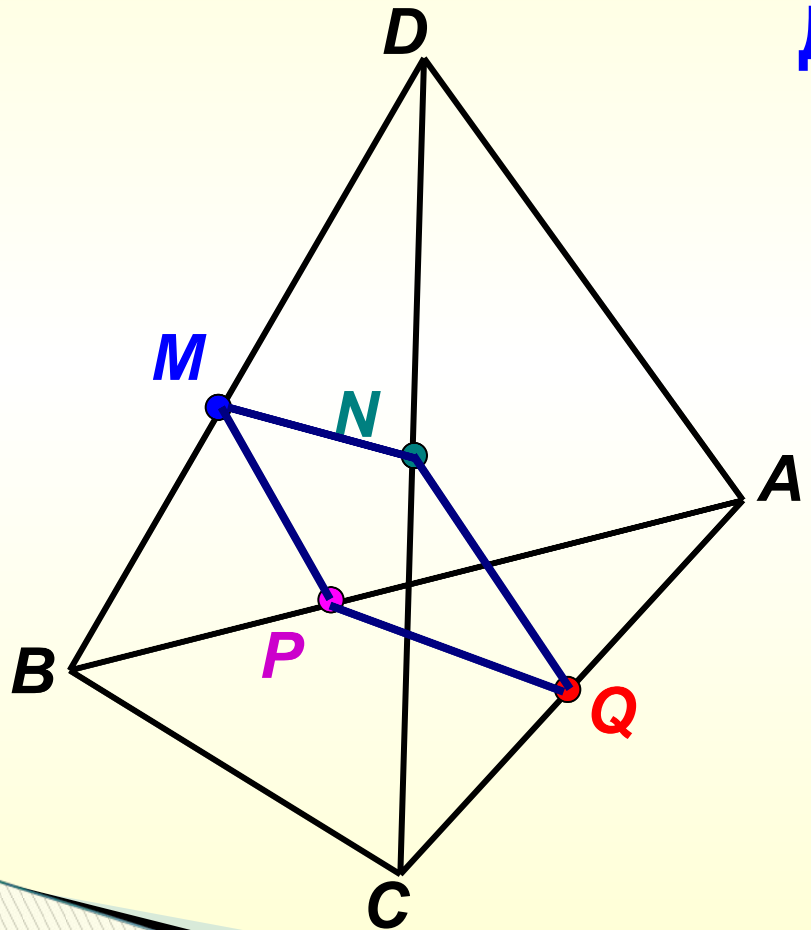
Если две прямые параллельны третьей прямой, то они параллельны

Доказать:

1) Прямые a и b лежат в одной плоскости.
2) Не пересекаются.



Задача №17.



Дано: M – середина BD

N – середина CD

Q – середина AC

P – середина AB

AD = 12 см; BC = 14 см

Найти: P_{MNQP} .

Ответ: 26 см.

Продолжение теории: часть2,3