

Приёмы устного решения квадратного уравнения.

*Подготовка к
экзаменам в тестовой
форме*



Романова О.В.
учитель математики

Цели урока

- *Обобщить и систематизировать изученный материал по теме: «Квадратные уравнения».*
- *Научить учащихся приёмам устного решения квадратных уравнений.*
- *Обучать поискам нескольких способов решения одной задачи и умению выбирать из них наиболее оригинальный , оптимальный*
- *Развивать внимание и логическое мышление.*



Человеку, изучающему алгебру, часто полезнее решить одну задачу тремя различными способами, чем решать три-четыре различные задачи.

Решая одну задачу различными способами, можно путем сравнения выяснить, какой из них короче и эффективнее. Так вырабатывается опыт.

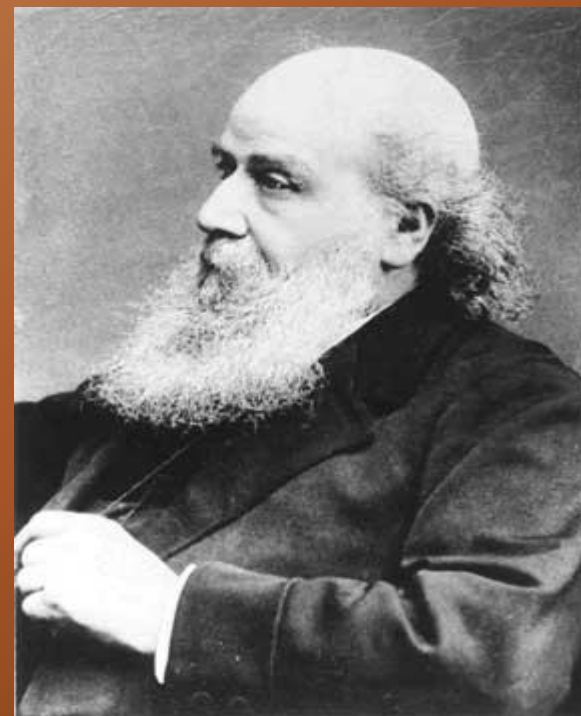
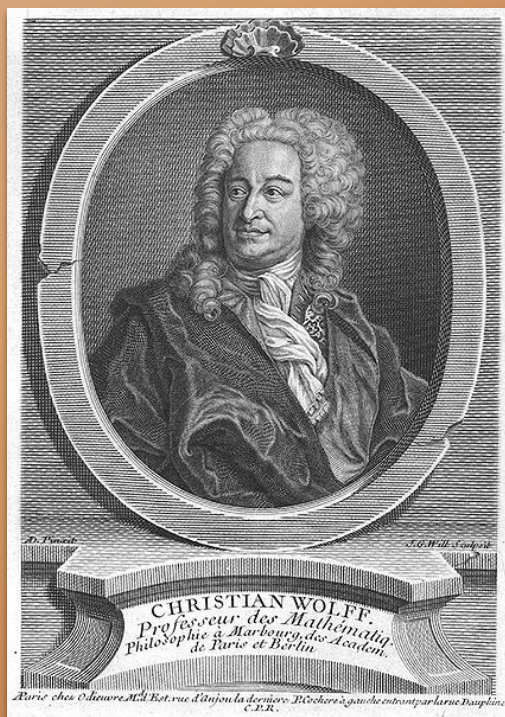
У.У. Сойер

«Уравнение - это золотой ключ, открывающий все математические сезамы».

С. Коваль.

ВПЕРВЫЕ ВВЕЛ ТЕРМИН «КВАДРАТНОЕ УРАВНЕНИЕ» НЕМЕЦКИЙ ФИЛОСОФ КРИСТИАН ВОЛЬФ

СИЛЬВЕСТР ДЖЕЙМС ДЖОЗЕФ - АНГЛИЙСКИЙ МАТЕМАТИК, ВВЕЛ СЛОВО «ДИСКРИМИНАНТ»



Вопросы теоретической разминки



1. Какое уравнение называется квадратным?

$$ax^2 + bx + c = 0$$

2. Объясните, в чём заключается смысл ограничения в определении квадратного уравнения ($a \neq 0$).

3. Какое квадратное уравнение называется неполным?

4. Какое квадратное уравнение называется приведённым?

$$x^2 + px + q = 0$$

5. Назовите вид квадратных уравнений:

а) $2x^2 - 5x + 10 = 0$;

в) $6x^2 - 5 = 0$;

б) $x^2 + x = 0$;

г) $x^2 - 4x + 3 = 0$

д) $5x^2 - 4x = 3$;

С 1591 Г. МЫ ПОЛЬЗУЕМСЯ ФОРМУЛАМИ ПРИ РЕШЕНИИ КВАДРАТНЫХ УРАВНЕНИЙ



$$ax^2 + bx + c = 0$$

- Дискриминант
 $D = b^2 - 4ac$

$$D > 0$$

Два корня

$$X_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$$

$$D = 0$$

Один корень

$$X = -\frac{b}{2a}$$

$$D < 0$$

**Уравнение
не имеет
действительных
корней**

Франсуа Виет(1540-1603)

Именно этим французским математиком впервые были введены буквенные обозначения. До этого пользовались громоздкими словесными формулировками.

Например $x^2 + 24 = 11x$

«Квадрат и число 24 равны одиннадцати корням»

Формулы, выражающие зависимость корней от его коэффициентов, были выведены Виетом в 1591г.





ТЕОРЕМА ВЬЕТА

x_1, x_2 — корни
уравнения

$$x^2 + px + g = 0$$

$$x_1 + x_2 = -p$$

$$x_1 \cdot x_2 = g$$

Приёмы устного решения квадратного уравнения

$$ax^2 + bx + c = 0$$

Приём «Коэффициентов»:

1) Если $a+b+c=0$, то

$$x_1 = 1, x_2 = \frac{c}{a}.$$

2) Если $b = a + c$, то

$$x_1 = -1, x_2 = \frac{-c}{a}.$$

3) Если $a \nmid b+c \neq 0$, то приём «Переброски»

Используя приёмы 1) -3) можно придумывать
уравнения с рациональными корнями.

$$4) \quad ax^2 + (a^2 + 1) \cdot x + a = 0 \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} x_1 = -a \\ x_2 = -\frac{1}{a} \end{cases}$$

$$5) \quad ax^2 - (a^2 + 1) \cdot x + a = 0 \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} x_1 = a \\ x_2 = \frac{1}{a} \end{cases}$$

$$6) \quad ax^2 + (a^2 - 1) \cdot x - a = 0 \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} x_1 = -a \\ x_2 = \frac{1}{a} \end{cases}$$

$$7) \quad ax^2 - (a^2 - 1) \cdot x - a = 0 \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} x_1 = a \\ x_2 = -\frac{1}{a} \end{cases}$$

1) Если $a+v+c=0$, то

$$x_1 = 1, x_2 = \frac{c}{a}.$$

2) Если $v = a + c$, то

$$x_1 = -1, x_2 = \frac{-c}{a}.$$

К какому типу относится уравнение

Решите его

1) $17x^2 + 288x - 17 = 0,$

$$\begin{cases} x_1 = -17 \\ x_2 = \frac{1}{17} \end{cases}$$

2) $10x^2 - 99 \cdot x - 10 = 0$

$$\begin{cases} x_1 = 10 \\ x_2 = -\frac{1}{10} \end{cases}$$

3) $2x^2 + x - 3 = 0$

$$1; -\frac{3}{2}$$

4) $4x^2 + 11x + 7 = 0$

$$x_1 = -1, x_2 = -\frac{7}{4}$$

5) $8x^2 - 65x + 8 = 0$

$$x_1 = 8; x_2 = 1/8$$

6) $5x^2 + 26x + 5 = 0$

$$x_1 = -5; x_2 = -1/5$$

3) $ax^2 + (a^2 + 1) \cdot x + a = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = -a \\ x_2 = -\frac{1}{a} \end{cases}$

4) $ax^2 - (a^2 + 1) \cdot x + a = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = a \\ x_2 = \frac{1}{a} \end{cases}$

5) $ax^2 + (a^2 - 1) \cdot x - a = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = -a \\ x_2 = \frac{1}{a} \end{cases}$

6) $ax^2 - (a^2 - 1) \cdot x - a = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = a \\ x_2 = -\frac{1}{a} \end{cases}$

Приём «Переброски»

Если $a \nmid b + c \neq 0$

Пример: $2x^2 - 11x + 5 = 0$

1. Умножим a на c: $2x^2 - 11x + 5 = 0$

2. Получим новое приведенное квадратное уравнение :

$$x^2 - 11x + 10 = 0$$

3. Используя теорему Виета, находим его корни 10 и 1, и делим на 2.

Ответ: 5; 1/2

Решаем, используя метод
«переброски»


$$6x^2 - 7x - 3 = 0$$

Получим уравнение

$$x^2 - 7x - 18 = 0$$

Корни 9 и (-2).

Делим числа 9 и (-2) на 6: $x_1 = \frac{9}{6}, x_2 = -\frac{2}{6}$

Ответ: $\frac{3}{2}; -\frac{1}{3}$

Задача Бхаскары

Задачи на квадратные уравнения встречаются уже в 499 г.

В древней Индии были распространены публичные соревнования в решении трудных задач.

В одной из старинных индийских книг говорится по поводу таких соревнований следующее:

«Как солнце блеском своим затмевает звезды, так ученый человек затмит славу другого в народных собраниях, предлагая и решая алгебраические задачи».

Часто они были в стихотворной форме. Вот одна из задач знаменитого индийского математика XII века.

Обезьянок резвых стая

Всласть поевши, развлекаясь.

Их в квадрате часть восьмая

На поляне забавлялась.

А 12 по лианам.....

Стали прыгать, повисая.

Сколько было обезьянок,

Ты скажи мне, в этой стае?

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$b = 2k \text{ (чётное число)}$$

$$D_1 = \left(\frac{b}{2}\right)^2 - ac$$

$$x_{1,2} = \frac{-\frac{b}{2} \pm \sqrt{D_1}}{a}$$

Решение:

Пусть x — число обезьян, тогда

$$(x/8)^2 + 12 = x,$$

$$x^2/64 - x + 12 = 0,$$

$$x^2 - 64x + 768 = 0.$$

$$D_1 = 1024 - 768 = 256,$$

$$x_1 = 16, \quad x_2 = 48.$$

Ответ: 16 или 48.

ЗАДАЧА О СТАЕ ОБЕЗЬЯН

Составив квадратное уравнение, решите древнеиндийскую задачу о стае обезьян.



Выводы:

- данные приёмы решения заслуживают внимания, поскольку они не отражены в школьных учебниках математики;
- овладение данными приёмами поможет учащимся экономить время и эффективно решать уравнения;
- потребность в быстром решении обусловлена применением тестовой системы выпускных экзаменов.

Подведение итогов

Наш урок подходит к концу, подумайте о том с какой пользой для вас прошёл этот урок.

Ответьте на вопрос или закончите предложения

-Сегодня я узнал...

-Теперь я могу...

-Материал урока мне был...

-Как вы могли бы оценить свою работу на уроке?

