

**Обратные  
тригонометрические  
функции.  
Свойства и графики.**

**ГБОУ ЦО № 173  
Попова Лариса Анатольевна**

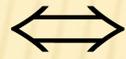
# Обратные тригонометрические функции

Определена  $\arcsin \alpha$

$$\arcsin \alpha \quad (|\alpha| \leq 1)$$

**Арксинусом** числа  $\alpha$  называется угол (число) из промежутка  $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$  синус которого равен  $\alpha$

$$\arcsin \alpha = \varphi$$



$$\varphi \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$$

$$\sin \varphi = \alpha$$

$$\arcsin \frac{1}{2} = \frac{\pi}{6}, \arcsin(-1) = -\frac{\pi}{2}$$

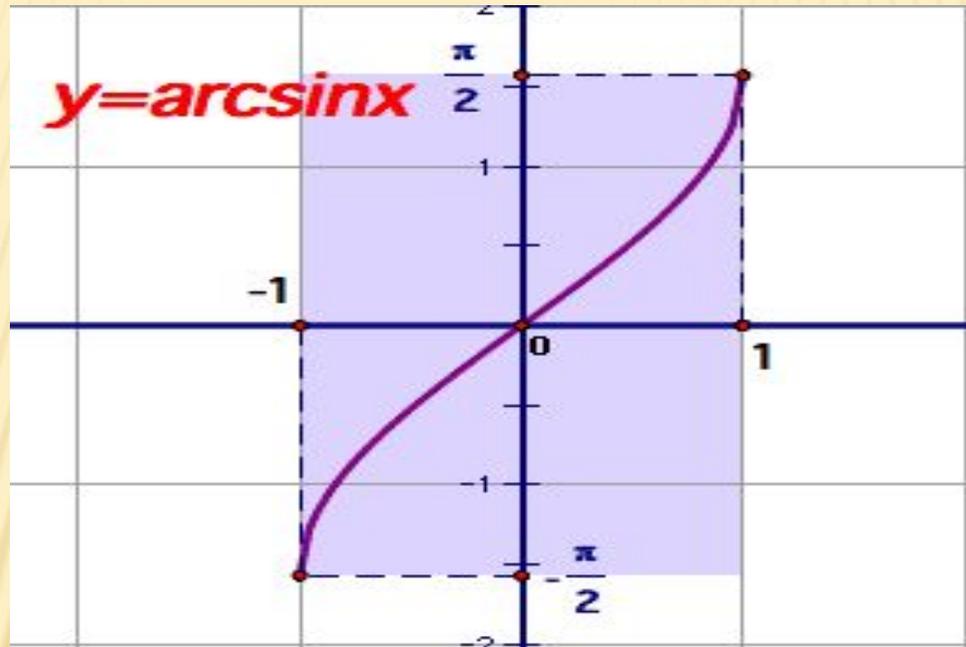
**Примеры:**

$$\arcsin \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\pi}{3}, \arcsin(1) = \frac{\pi}{2}$$

Функция  $y = \arcsin x$  - нечетная, т.к.  $\arcsin(-x) = -\arcsin x$

Функция  $y = \arcsin x$  **нечетная**, т.к. ее график симметричен относительно начала координат.

Область определения функции:  $[-1; 1]$  Область значения функции:  $[-\pi/2; \pi/2]$



$\alpha$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\arcsin \alpha$	0	$\pi/6$	$\pi/4$	$\pi/3$	$\pi/2$
$\arccos \alpha$	$\pi/2$	$\pi/3$	$\pi/4$	$\pi/6$	0

# Обратные тригонометрические функции

## Определение $\arccos a$

$$\arccos a (|a| \leq 1)$$

Аркосинусом числа  $a$  из промежутка

косинус которого равен

$$\arccos a = \varphi$$

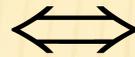
$\alpha$

называется угол (число) из

$[0; \Pi]$

$$\varphi \in [0; \Pi]$$

$$\cos \varphi = a$$



$$\arccos \frac{1}{2} = \frac{\pi}{3}, \arccos(-1) = \pi$$

$$\arccos \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\pi}{6}; \arccos 0 = \frac{\pi}{2}$$

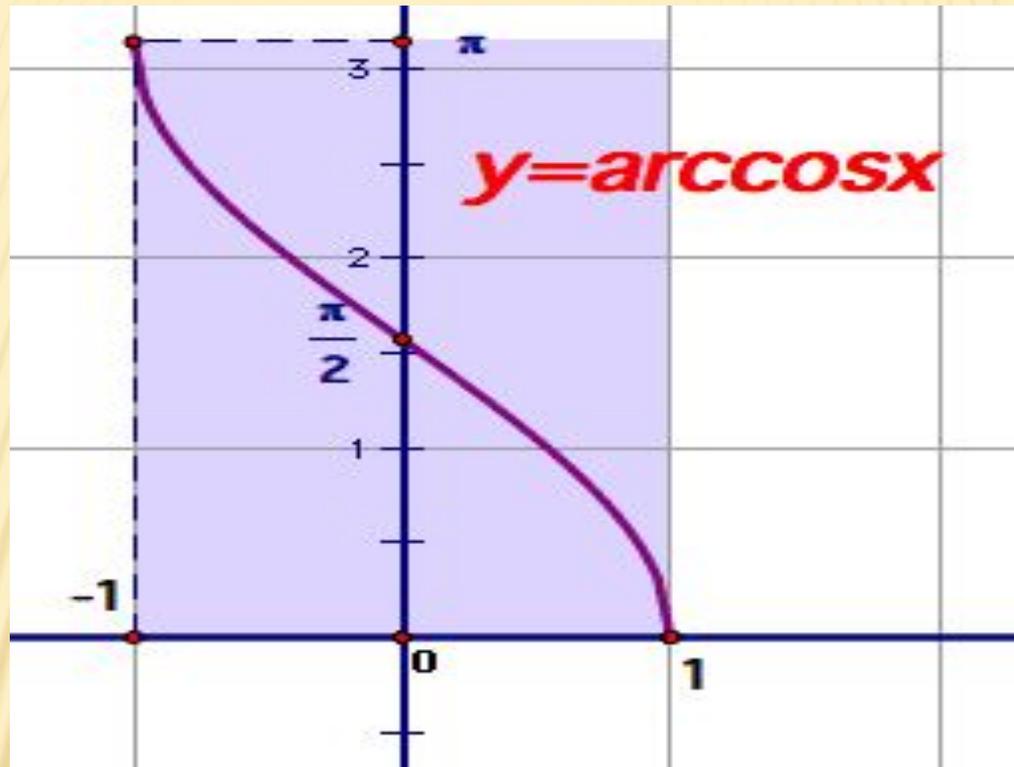
## Примеры

Функция  $y = \arccos x$  - общего вида, т.к.  $\arccos(-x) = \pi - \arccos x$

## Функция $y = \arccos x$ общего вида.

Область определения функции:  $[-1; 1]$

Область значения функции:  $[0; \pi]$



$\alpha$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\arcsin \alpha$	0	$\pi/6$	$\pi/4$	$\pi/3$	$\pi/2$
$\arccos \alpha$	$\pi/2$	$\pi/3$	$\pi/4$	$\pi/6$	0

# Обратные тригонометрические функции

## Определение $\operatorname{arctg} \alpha$

Арктангенсом числа  $\alpha$  называется угол (число) из промежутка  $\left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$  тангенс которого равен  $\alpha$

$$\left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$$

$$\operatorname{arctg} \alpha = \varphi \Leftrightarrow \begin{cases} \varphi \in \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right) \\ \operatorname{tg} \varphi = \alpha \end{cases}$$

$$\operatorname{arctg} 1 = \frac{\pi}{4}, \operatorname{arctg}(-\sqrt{3}) = -\frac{\pi}{3}$$

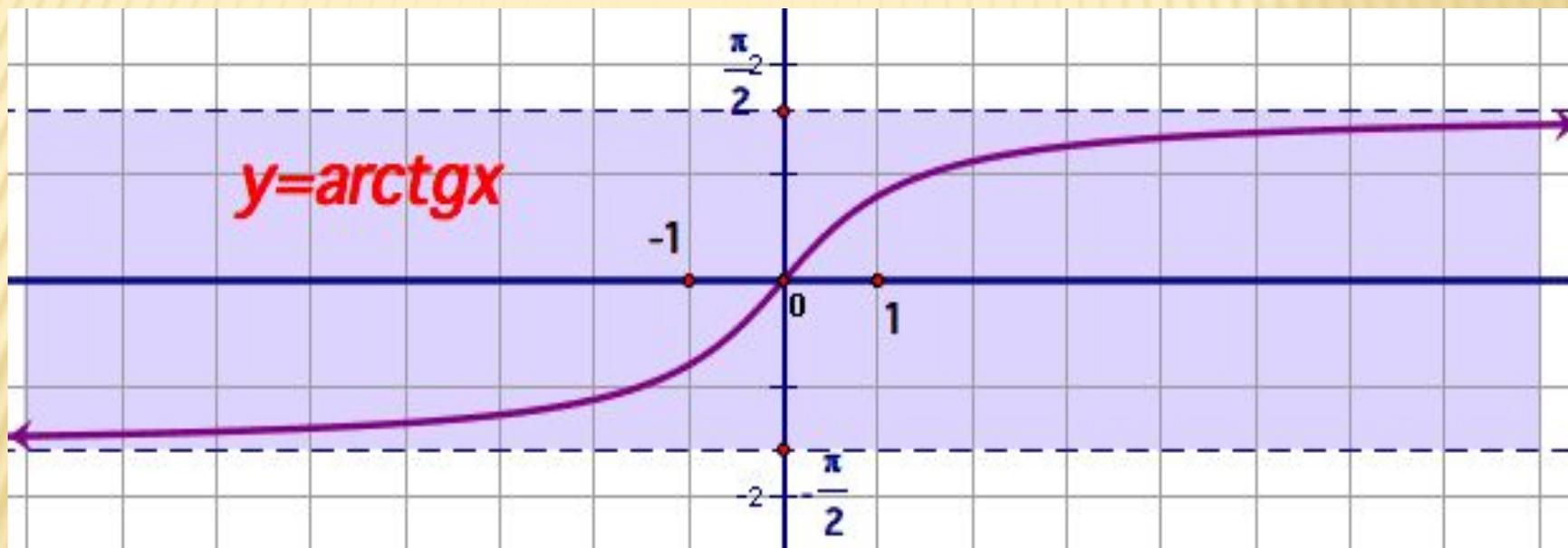
Примеры:

$$\operatorname{arctg} \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{\pi}{6}, \operatorname{arctg} 0 = 0$$

Функция  $y = \operatorname{arctg} x$  - нечетная, т.к.  $\operatorname{arctg}(-x) = -\operatorname{arctg} x$

Функция  $y = \operatorname{arctg}x$  **нечетная**, т.к. ее график симметричен относительно начала координат.

Область определения функции:  $\mathbb{R}$   
Область значения функции:  $[-\pi/2; \pi/2]$



$\alpha$	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$
$\operatorname{arctg} \alpha$	0	$\pi/6$	$\pi/4$	$\pi/3$
$\operatorname{arcctg} \alpha$	$\pi/2$	$\pi/3$	$\pi/4$	$\pi/6$

# Обратные тригонометрические функции

## Определение $\operatorname{arcctg} \alpha$

Арккосинусом числа  $\alpha$  называется угол (число) из промежутка  $(0; \Pi)$  котангенс которого равен  $\alpha$

$$\operatorname{arcctg} \alpha = \varphi \quad \Leftrightarrow \quad \varphi \in (0; \dot{\Pi})$$
$$\tilde{n} \operatorname{tg} \varphi = \alpha$$

$$\operatorname{arcctg} \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{\Pi}{3}, \operatorname{arcctg} 0 = \frac{\Pi}{2}$$

Примеры:

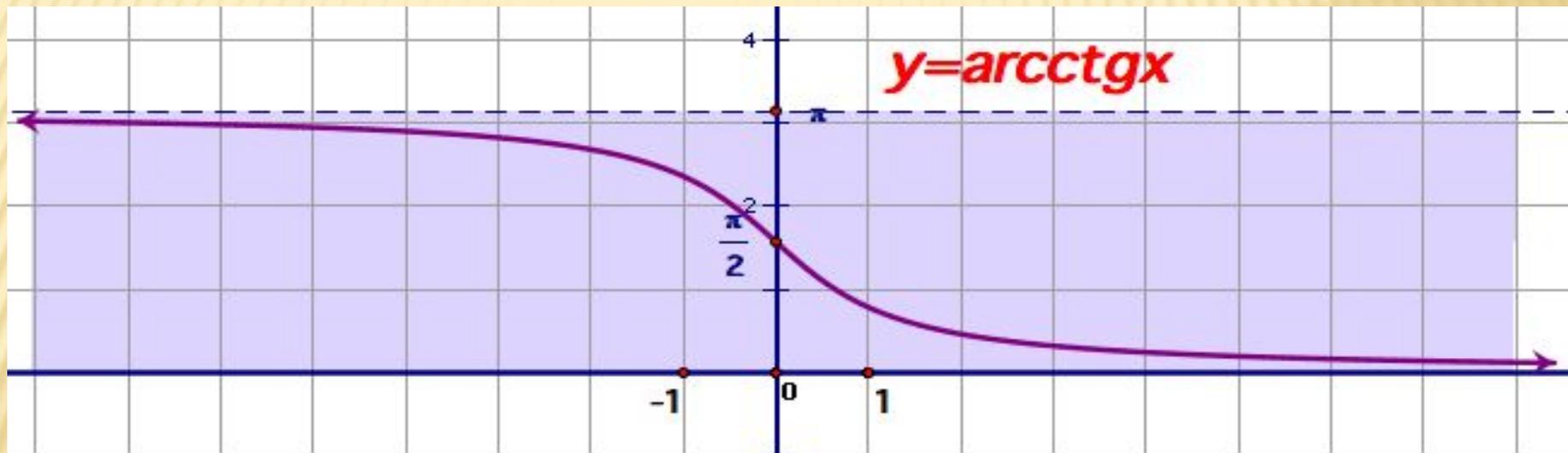
$$\operatorname{arcctg} \sqrt{3} = \frac{\Pi}{6}, \operatorname{arcctg} (-1) = \frac{3\Pi}{4}$$

Функция  $y = \operatorname{arctg} x$  - нечетная, т.к.  $\operatorname{arctg}(-x) = -\operatorname{arctg} x$

Функция  $y = \operatorname{arcctg} x$  общего вида.

Область определения функции:  $\mathbb{R}$

Область значения функции:  $[0; \pi]$



$\alpha$	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$
$\operatorname{arctg} \alpha$	0	$\pi/6$	$\pi/4$	$\pi/3$
$\operatorname{arcctg} \alpha$	$\pi/2$	$\pi/3$	$\pi/4$	$\pi/6$

**Спасибо за работу!**

---