Московское СВУ

Аксиома параллельных прямых

Урок 2

17.01.2013

Преподаватель математики Каримова С.Р.

Кластер

Геометрия
(планиметрия)

Понятия без определений (точка, прямая)

Признаки

Аксиомы

Свойства

логарифм

матрица

Определения

Теоремы

Следствия

Аксиома параллельных прямых.

Через точку, не лежащую на данной прямой, проходит только одна прямая, параллельная данной.

Следствия из аксиом (теорем)

Следствиями называются утверждения, которые выводятся непосредственно из аксиом или теорем.

Следствия аксиомы параллельных прямых :

1°. Если прямая пересекает одну из двух параллельных прямых, то она пересекает и другую.

2°. Если две прямые параллельны третьей прямой, то они параллельны.

1°. Если прямая пересекает одну из двух параллельных прямых, то она пересекает и другую.

Действительно, пусть прямые a и b параллельны и прямая c пересекает прямую a в точке M (рис. 111, *а*). Докажем, что прямая c пересекает и прямую b. Если бы прямая c не пересекала прямую b, то через точку M проходили бы две прямые (прямые a и c), параллельные прямой b (рис. 111, *б*). Но это противоречит аксиоме параллельных прямых, и, значит, прямая c пересекает прямую b.

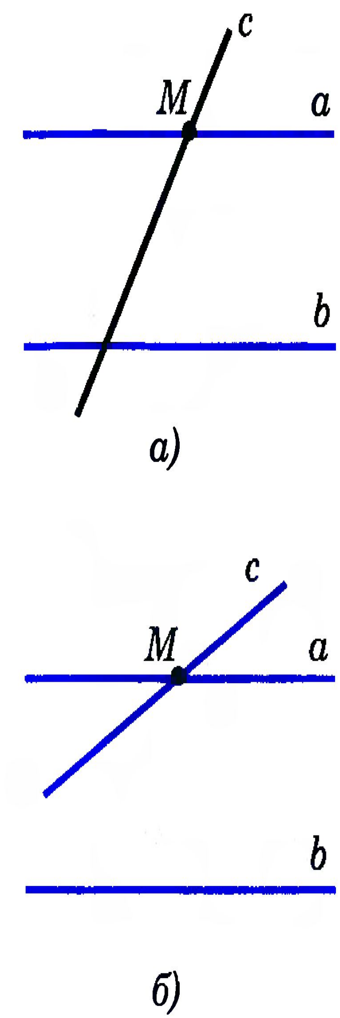


Рис. 111

2°. Если две прямые параллельны третьей прямой, то они параллельны.

Действительно, пусть прямые a и b параллельны прямой c (рис. 112, a). Докажем, что $a \parallel b$. Допустим, что прямые a и b не параллельны, т. е. пересекаются в некоторой точке M (рис. 112, $б$). Тогда через точку M проходят две прямые (прямые a и b), параллельные прямой c.

Но это противоречит аксиоме параллельных прямых. Поэтому наше предположение неверно, а значит, прямые a и b параллельны.

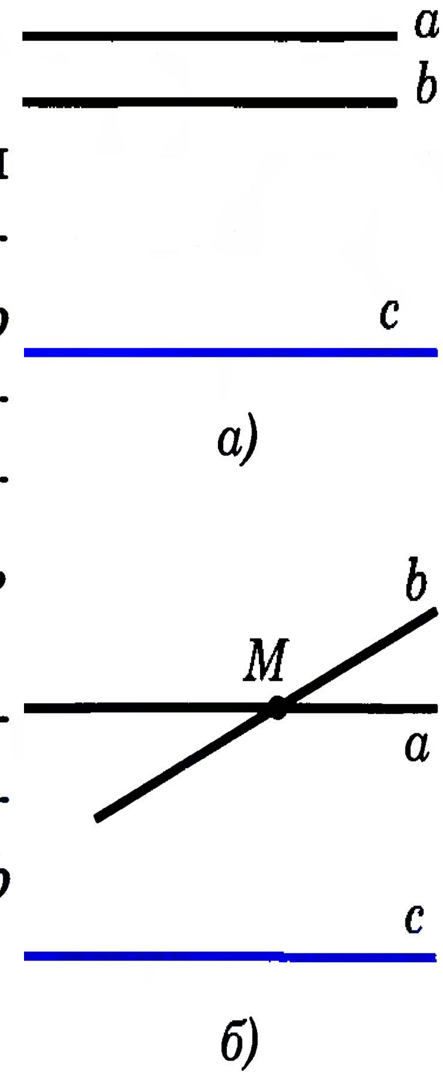


Рис. 112

Упражнения

№ 198, 200, 208, 218, 219*

№ 198

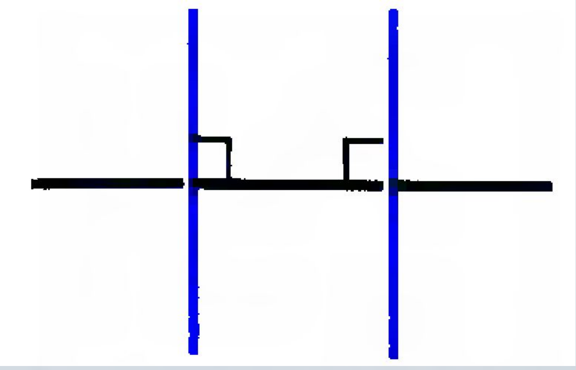
Решение

Прямые a и b перпендикулярны к прямой p, прямая c пересекает прямую a. Пересекает ли прямая c прямую b?

Решение. По условию прямые а и b перпендикулярны к прямой p, поэтому они не пересекаются (см. п. 12 учебника), т. е. $a \parallel b$. По условию прямая c пересекает одну из параллельных прямых (прямую a), поэтому, согласно следствию 1° из аксиомы параллельных прямых, она пересекает и прямую b.

Ответ. Да.

п. 12. Две прямые, перпендикулярные к третьей, не пересекаются



Решение **№ 200**

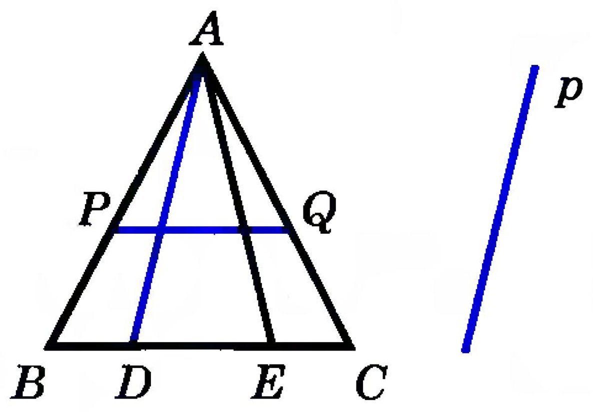


Рис. 115

На рисунке 115 AD || p. Докажите, что прямая p пересекает прямые AB, AE, AC, BC и PQ.

Решение. Прямые AB, AE и AC пересекают прямую AB, а по условию AD || p.

Согласно следствию 1° из аксиомы параллельных прямых, прямые AB, AE и AC пересекают прямую p. Аналогично, прямые BC и PQ пересекают прямую AD, рис. 115 поэтому они пересекают и параллельную ей прямую p.

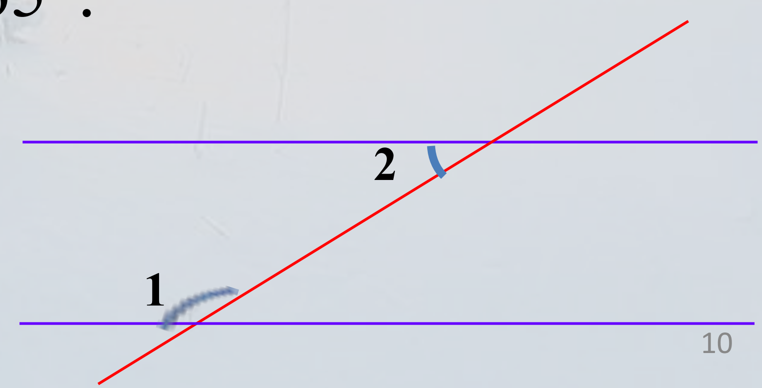
№ 208

Решение

Разность двух односторонних углов при пересечении двух параллельных прямых секущей равна 50°. Найдите эти углы.

Решение. Пусть < 1 и < 2 — односторонние углы при пересечении параллельных прямых a и b секущей c. Тогда < 1 + < 2 = 180°. По условию < 1 – < 2 = 50°, следовательно, < 1 = 115°, < 2 = 65°.

Ответ. 115° и 65°.



Решение

№ 218

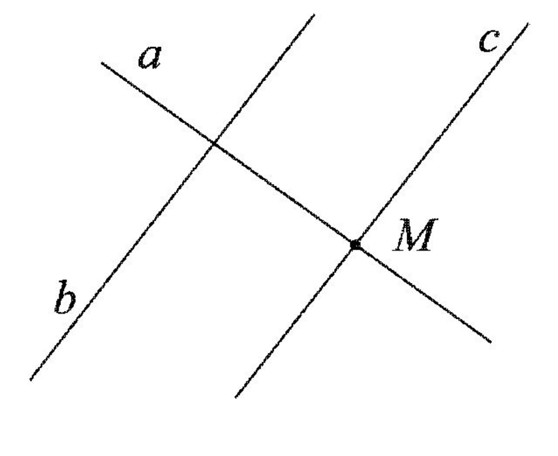


Рис. 138

Прямые a и b пересекаются. Можно ли провести такую прямую, которая пересекает прямую a и параллельна прямой b? Ответ обоснуйте.

Решение. На прямой a отметим точку M, не лежащую на прямой b, и проведем через нее прямую c, параллельную прямой b (рис. 138). Прямые a и c не совпадают, так как прямая a пересекает прямую b, а c || b.

Таким образом, прямая c пересекает прямую a и параллельна прямой b.

Ответ. Да.

Решение

№ 219*

Даны две прямые a и b. Докажите, что если любая прямая, пересекающая прямую a, пересекает и прямую b, то прямые a и b параллельны.

Решение. Предположим, что прямые a и b не параллельны, т. е. пересекаются.

Тогда можно провести такую прямую c, которая пересекает прямую a и не пересекает прямую b (задача 218). Но это противоречит условию задачи. Значит, наше предположение неверно, и a || b.

Задание на с/п

Пункт 27, 28; ответить на вопросы 7–11 на с. 68 учебника; решить задачи № 213, 214, 215