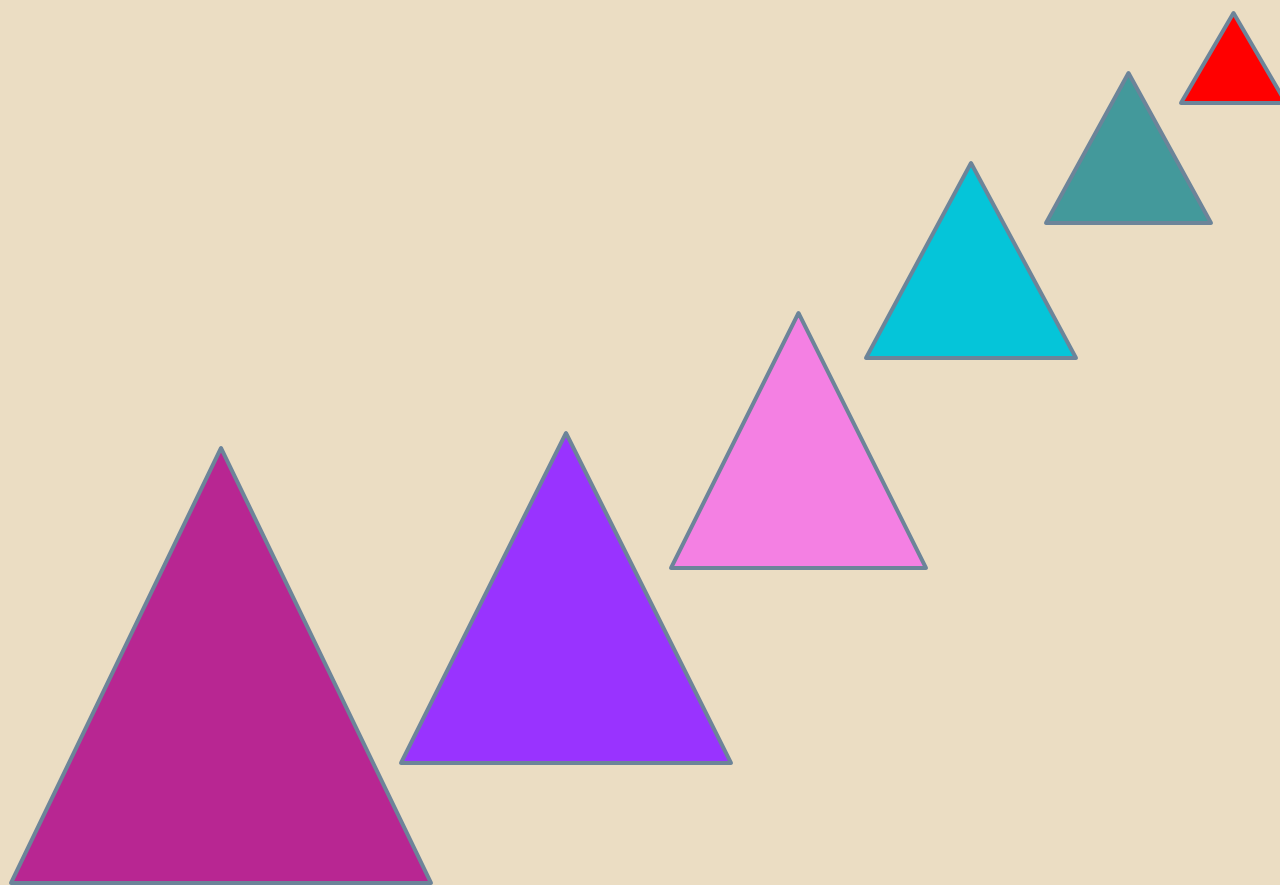


15.01. Подобные треугольники



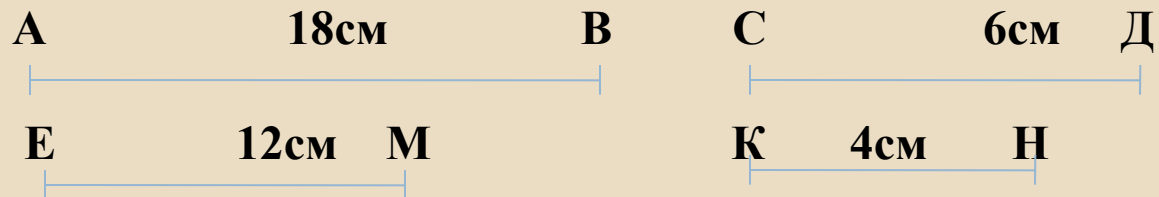
Отношение отрезков

Отношением отрезков АВ и СД называется отношение их длин,

т.е. $\frac{\overset{\wedge}{\underset{\sim}{AA}}}{\overset{\wedge}{\underset{\sim}{ND}}}$

Пропорциональные отрезки

Определение: Отрезки называются пропорциональными, если пропорциональны их длины



$$\frac{18}{6} = \frac{12}{4} \quad \frac{\overset{\circ}{A}\overset{\circ}{A}}{\tilde{N}\overset{\circ}{A}} = \frac{\overset{\circ}{A}\overset{\circ}{I}}{\overset{\circ}{E}\overset{\circ}{I}}$$

Отрезки АВ и ЕМ пропорциональны СД и КН

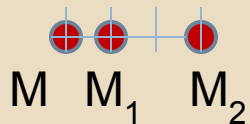
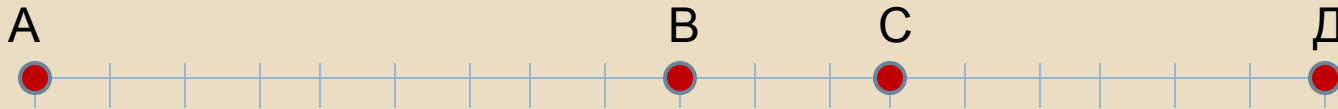
Пропорциональны ли отрезки АВ и СД
отрезкам ЕК и НТ, если

а) $AB = 15$, $CD = 2,5$, $EK = 3$, $HT = 0,5$;

б) $AB = 12$, $CD = 3,5$, $EK = 36$, $HT = 5$;

в) $AB = 24$, $CD = 2,5$, $EK = 12$, $HT = 5$?

Пропорциональны ли, изображенные на рисунке, отрезки:

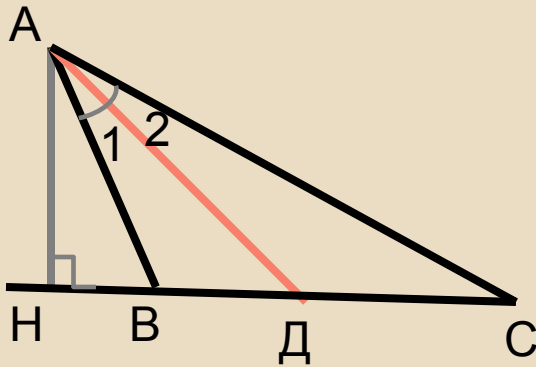


а) AC , CD и M_1M_2 , MM_1

б) AB , BC , CD и MM_2 , MM_1 , M_1M_2

Пропорциональные отрезки (свойство)

Биссектриса треугольника делит противоположную сторону на отрезки, пропорциональные прилежащим сторонам треугольника



Дано: $\triangle ABC$, AD – биссектриса

Доказать: $\frac{AB}{AC} = \frac{BD}{DC}$

Доказательство.

если AD – биссектриса угла A , то $\angle 1 = \angle 2$, значит, треугольники ABD и ACD имеют по равному углу, следовательно,

$$\frac{S_{ABD}}{S_{ACD}} = \frac{AB \cdot AD}{AC \cdot AD} = \frac{AB}{AC}$$

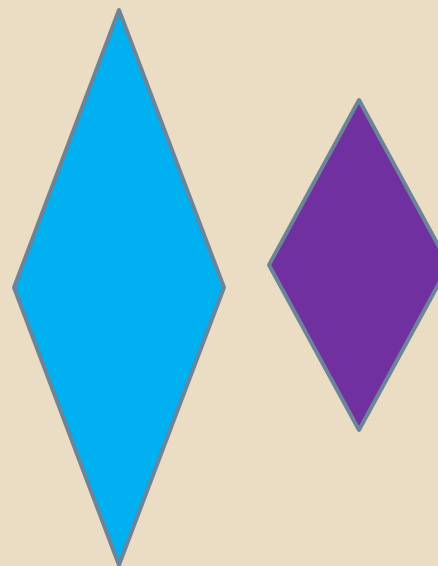
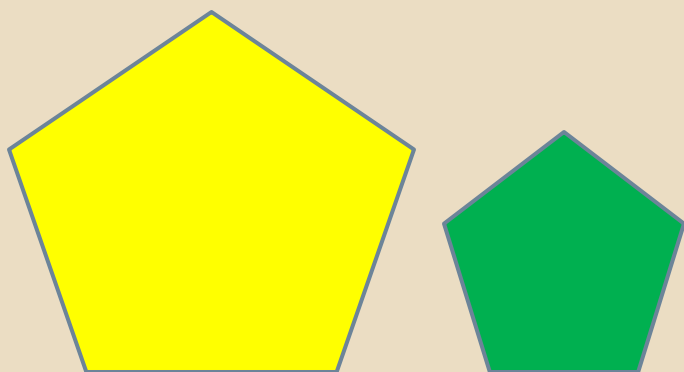
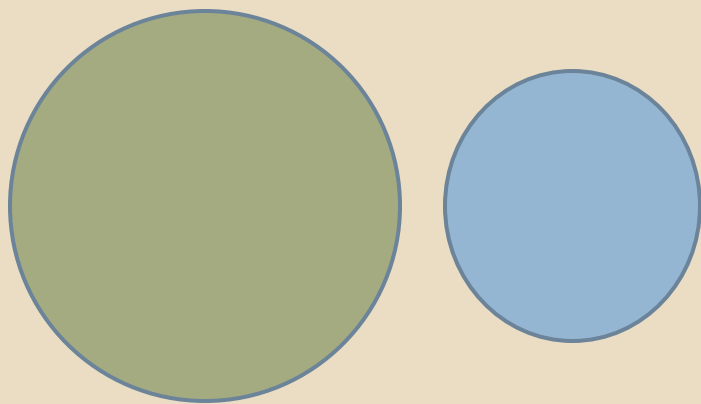
Проведем высоту AH . AH – общая для треугольников ABD и ACD $\frac{S_{ABD}}{S_{ACD}} = \frac{BD}{DC}$

$$\frac{AB}{AC} = \frac{BD}{DC}, \text{ следовательно } \frac{AB}{AC} = \frac{BD}{DC}$$

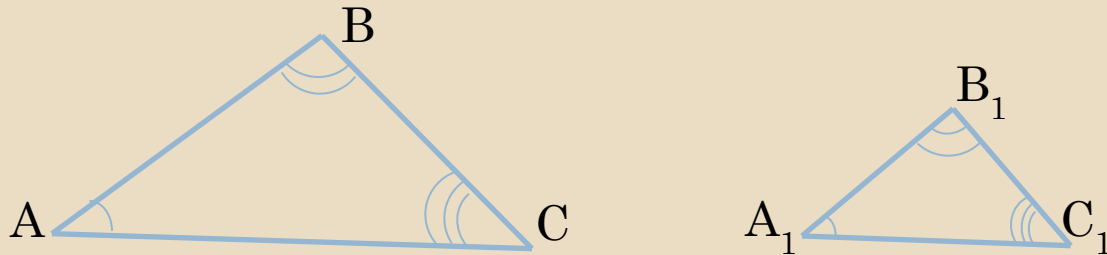
Подобие в жизни



Подобные фигуры - Фигуры одинаковой формы



Если в треугольниках все углы соответственно равны, то стороны, лежащие напротив равных углов, называются СХОДСТВЕННЫМИ

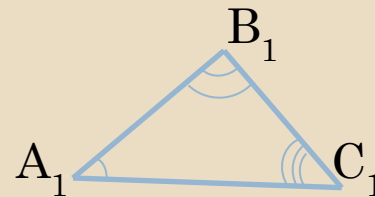
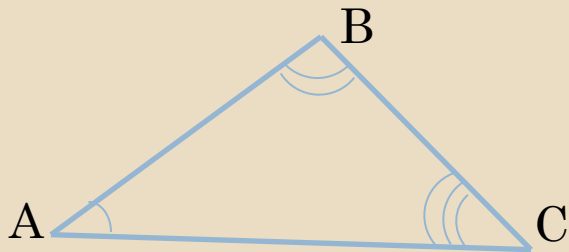


Пусть в треугольниках ABC и $A_1B_1C_1$ углы соответственно равны

То AB и A_1B_1 , BC и B_1C_1 , CA и C_1A_1 - сходственные

Два треугольника называются подобными,

если их углы соответственно равны и стороны одного треугольника пропорциональны сходственным сторонам другого треугольника



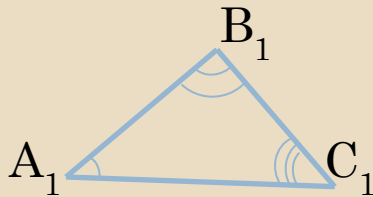
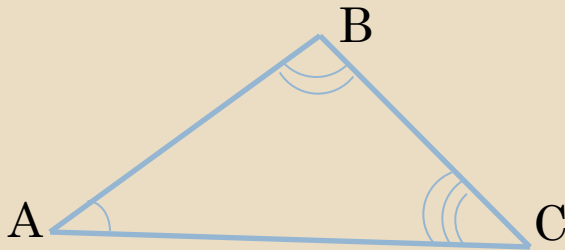
$$\frac{AB}{A_1B_1} = \frac{BC}{B_1C_1} = \frac{AC}{A_1C_1} = k$$

$$\text{и } \angle A = \angle A_1; \angle B = \angle B_1; \angle C = \angle C_1$$

К- коэффициент подобия

Подобные треугольники

(СВОЙСТВО)



$$\Delta ABC \sim \Delta A_1 B_1 C_1$$
$$\frac{\overset{\hat{A}}{A} \overset{\hat{A}}{A}}{\overset{\hat{A}_1}{A_1} \overset{\hat{A}_1}{A_1}} = \frac{\overset{\hat{A}}{A} \overset{\tilde{N}}{N}}{\overset{\hat{A}_1}{A_1} \overset{\tilde{N}_1}{N_1}} = \frac{\overset{\hat{A}}{A} \overset{\tilde{N}}{N}}{\overset{\hat{A}_1}{A_1} \overset{\tilde{N}_1}{N_1}} = k$$

$$\text{è } \angle \overset{\hat{A}}{A} = \angle \overset{\hat{A}_1}{A_1}; \angle \overset{\hat{A}}{A} = \angle \overset{\hat{A}_1}{A_1}; \angle \overset{\tilde{N}}{N} = \angle \overset{\tilde{N}_1}{N_1}$$

$$\Delta A_1 B_1 C_1 \sim \Delta ABC$$
$$\frac{\overset{\hat{A}_1}{A_1} \overset{\hat{A}_1}{A_1}}{\overset{\hat{A}}{A} \overset{\hat{A}}{A}} = \frac{\overset{\hat{A}_1}{A_1} \overset{\tilde{N}_1}{N_1}}{\overset{\hat{A}}{A} \overset{\tilde{N}}{N}} = \frac{\overset{\hat{A}_1}{A_1} \overset{\tilde{N}_1}{N_1}}{\overset{\hat{A}}{A} \overset{\tilde{N}}{N}} = \frac{1}{k}$$

$$\text{è } \angle \overset{\hat{A}_1}{A_1} = \angle \overset{\hat{A}}{A}; \angle \overset{\hat{A}_1}{A_1} = \angle \overset{\hat{A}}{A}; \angle \overset{\tilde{N}_1}{N_1} = \angle \overset{\tilde{N}}{N}$$

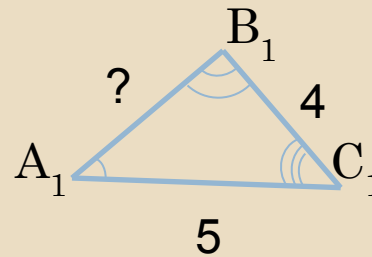
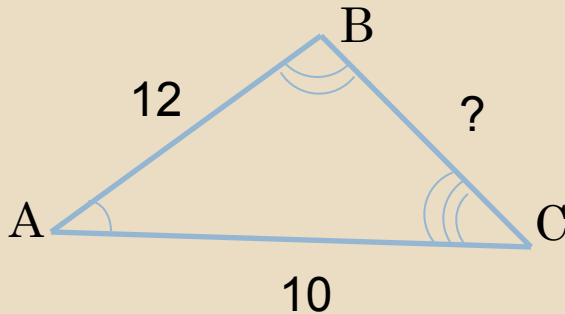
Решите задачи

1. Найдите стороны треугольника $A_1B_1C_1$ подобного треугольнику ABC , если $AB = 4$, $AC = 12$, $BC = 20$, $k = 4$.

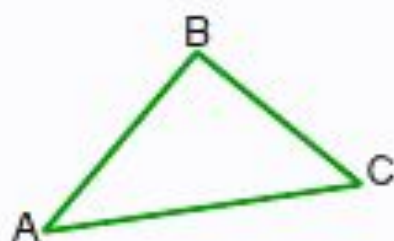
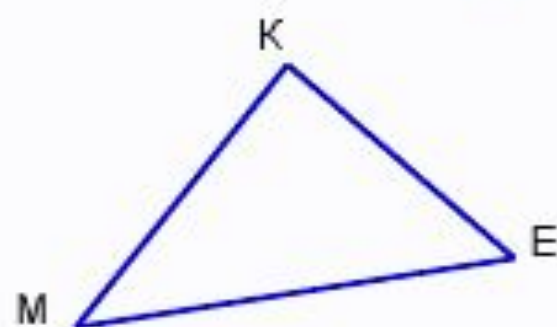
2. Найдите стороны треугольника $A_1B_1C_1$ подобного треугольнику ABC , если

$$AB = 4, AC = 12, BC = 20, k = \frac{1}{4}.$$

3. Треугольники ABC и $A_1B_1C_1$ подобны. По данным на чертеже найдите неизвестные стороны треугольников



Теорема 1. **Отношение периметров подобных треугольников равно коэффициенту подобия.**



Дано: $\triangle MKE \sim \triangle ABC$,

K – коэффициент подобия.

Доказать: $P_{MKE} : P_{ABC} = k$

Доказательство:

Т. к. по условию $\triangle MKE \sim \triangle ABC$, k – коэффициент подобия, то

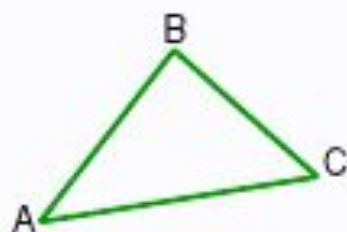
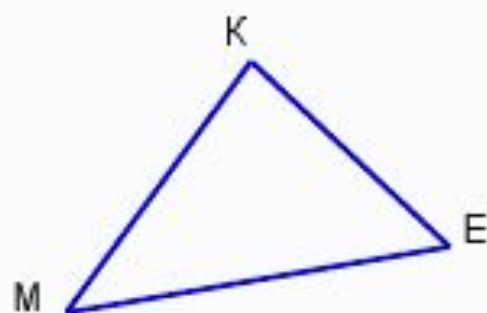
$$\frac{MK}{AB} = \frac{KE}{BC} = \frac{ME}{AC} = k, \quad \text{Значит, } MK = k \cdot AB, \quad KE = k \cdot BC, \quad ME = k \cdot AC.$$

$$P_{MKE} = MK + KE + ME = k \cdot AB + k \cdot BC + k \cdot AC = k \cdot (AB + BC + AC) = k \cdot P_{ABC}.$$

Значит, $P_{MKE} : P_{ABC} = k$.



Теорема 2. **Отношение площадей подобных треугольников равно квадрату коэффициента подобия.**



Дано: $\triangle MKE \sim \triangle ABC$,

k – коэффициент подобия.

Доказать: $S_{MKE} : S_{ABC} = k^2$

Доказательство:

Т. к. по условию $\triangle MKE \sim \triangle ABC$, k – коэффициент подобия, то

$$\angle M = \angle A, \quad \frac{MK}{AB} = \frac{ME}{AC} = k, \quad \text{значит, } MK = k \cdot AB, \quad ME = k \cdot AC.$$

$$\frac{S_{MKE}}{S_{ABC}} = \frac{MK \cdot ME}{AB \cdot AC} = \frac{k \cdot AB \cdot k \cdot AC}{AB \cdot AC} = k^2$$



Реши задачи

1. Две сходственные стороны подобных треугольников равны 18 см и 6 см. Периметр второго треугольника равен 15 см. Чему равен периметр первого треугольника?

2. Две сходственные стороны подобных треугольников равны 8 см и 4 см. Площадь второго треугольника равна 9 см^2 . Чему равна площадь первого треугольника?

3. Две сходственные стороны подобных треугольников равны 3 см и 6 см. Площадь второго треугольника равна 32см^2 . Чему равна площадь первого треугольника?

4. Площади двух подобных
треугольников равны 12см^2 и 48см^2 .
Одна из сторон первого треугольника
равна 4 см. Чему равна сходственная
сторона второго треугольника?

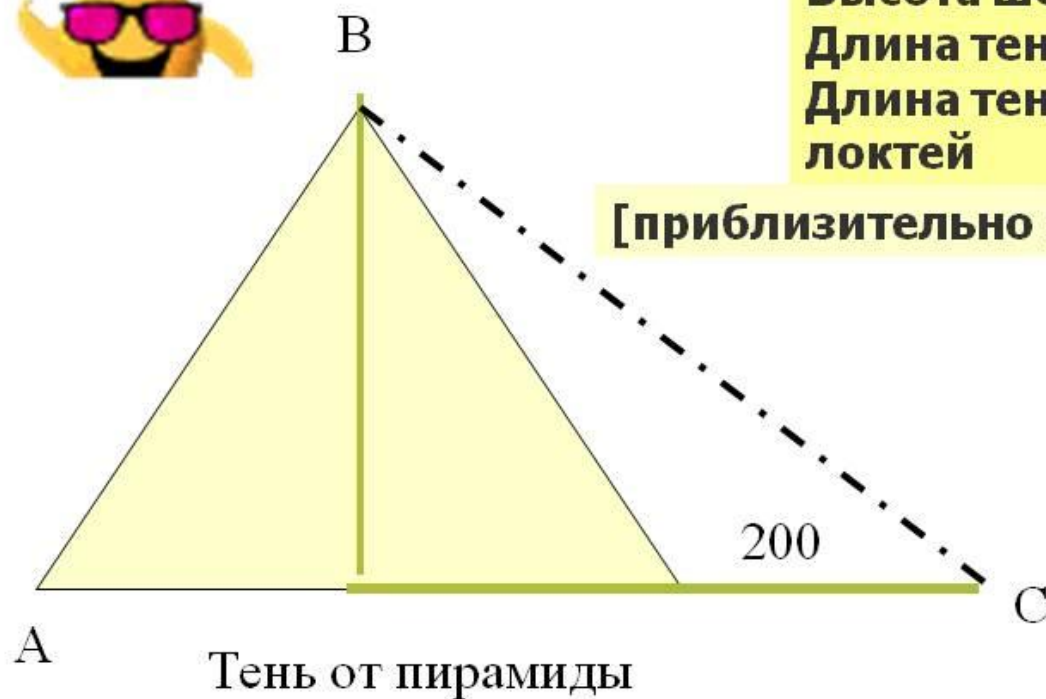
№538

Домашнее задание: п. 56 - 58, в. 1 – 4 с160

№ 533, 534(в), 536(б), 537

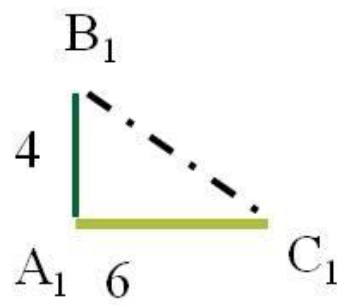
Очень интересно

- По легенде Фалес измерил высоту одной из Египетских пирамид,
- используя метод подобия треугольников



Высота шеста - 4 локтя
Длина тени шеста - 6 локтей
Длина тени пирамиды - 200 локтей

[приблизительно 133,3 локтя ($133 \frac{1}{3}$)]



Тень от палки