



*ГБОУ СПО «Армавирский зооветеринарный техникум» КК  
ПЦК естественно-математических дисциплин  
Преподаватель: Козловских Е.В.*

**Практическая работа №3  
Вычисление  
неопределенного  
интеграла**

## Примеры табличного интегрирования

Пример №1

Пример №2

Пример №3

Тренинг

## Примеры интегрирования методом подстановки

Пример №4

Пример №5

Пример №6

Пример №7

## Пример №1

$$\int (3x^5 + 4\cos x - 2x + 1) dx =$$

⊗ Интеграл суммы выражений равен сумме интегралов этих выражений

Постоянный множитель можно вынести за знак интеграла ⊗

$$\int 3x^5 dx + \int 4\cos x dx - \int 2x dx + \int 1 dx =$$

$$3 \int x^5 dx + 4 \int \cos x dx - 2 \int x dx + 1 \int dx =$$

$$\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} +$$

$$\int \cos x dx = \sin x +$$

$$\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} +$$

$$\int dx = x + c$$

$$\frac{3x^{5+1}}{5+1} + 4\sin x - \frac{2x^2}{2} + x + C \rightarrow \frac{1}{2}x^6 + 4\sin x - x^2 + x + C$$



Пример №2

$$\int \left( \frac{3}{x^5} - x^4 + 7e^x - \frac{2}{x} \right) dx$$

Проверить  
решение



$$\frac{1}{a^n} = a^{-n}$$

Записать решение:

$$\int \left( 3x^{-5} - x^4 + 7e^x - \frac{2}{x} \right) dx$$



$$3 \int x^{-5} dx - \int x^4 dx + 7 \int e^x dx - 2 \int \frac{dx}{x}$$



$$\frac{3x^{-4}}{-4} - \frac{x^5}{5} + 7e^x - 2 \ln x + c$$



$$-\frac{3}{4x^4} - \frac{1}{5}x^5 + 7e^x - 2 \ln x + c$$



### Пример №3

$$\int \left( \frac{4}{\cos^2 x} + x^3 - 3\sqrt{x} \right) dx$$

Проверить  
решение

!  $\sqrt[n]{x^m} = x^{\frac{m}{n}}$

Записать решение:

$$\int \left( \frac{4}{\cos^2 x} + x^3 - 3x^{\overset{?}{1}\frac{1}{2}} \right) dx$$

$$4 \int \frac{1}{\cos^2 x} dx + \int x^3 dx - 3 \int x^{\frac{1}{2}} dx$$

$$4 \operatorname{tg} x + \frac{x^4}{4} - 3 \cdot \frac{x^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}} + C$$

$$4 \operatorname{tg} x + \frac{1}{4} x^4 - 2x\sqrt{x} + C$$



Все способы интегрирования имеют целью свести интеграл к табличному.

Определим, к какому табличному интегралу приводится данный интеграл

включается в следующем:  
найдем такую часть  $\int x^{n+1} dx = \frac{x^{n+2}}{n+2} + C$  при дифференцировании

Определим, какую часть подынтегральной функции заменить и записываем замену

$$u = 4x - 6$$



Находим дифференциалы обеих частей, выражаем старый дифференциал через новый

$$du = 4dx, dx = \frac{1}{4} du$$

Производим замену в интеграле и находим его с помощью таблицы

$$\frac{1}{4} \int u^5 du = \frac{1}{4} \cdot \frac{u^6}{6} + c = \frac{1}{24} u^6 + c$$

Производим обратную замену, то есть переходим к старой переменной

$$\frac{1}{24} (4x - 6)^6 + c$$



Пример №5

$$\int \sin(6x + 2) dx$$

Проверить  
решение

Записать решение:

Введем новую переменную и  
выразим дифференциалы:

$$6x + 2 = u$$

$$du = 6dx, \quad dx = \frac{1}{6} du$$

$$\int \sin(6x + 2) dx = \int \sin u \cdot \frac{1}{6} du$$

$$= \frac{1}{6} \int \sin u du = -\frac{1}{6} \cos u + c$$

$$-\frac{1}{6} \cos u + c =$$
$$-\frac{1}{6} \cos(6x + 2) + C$$



Пример №6

$$\int \frac{\sqrt{1 + \ln x}}{x} dx$$

Проверить  
решение

Записать решение:

Введем новую переменную и найдем её дифференциал

$$1 + \ln x = u \quad du = \frac{1}{x} dx = \frac{dx}{x}$$

$$\int \frac{\sqrt{1 + \ln x} dx}{x} = \int \sqrt{u} du$$

$$\int u^{\frac{1}{2}} du = \frac{u^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}} + C = \frac{2}{3} \sqrt[2]{u^3} + C$$

$$\begin{aligned} \frac{2}{3} \sqrt[2]{u^3} &= \frac{2}{3} u \sqrt{u} = \\ \frac{2}{3} (1 + \ln x) \sqrt{1 + \ln x} + C \end{aligned}$$



Пример №7

$$\int \sqrt{3 - 6x} dx$$

Проверить  
решение

Записать решение:

$$u = 3 - 6x$$

Выполняем замену:

$$u = 3 - 6x$$

Выражаем дифференциалы:

$$du = -6dx \quad dx = -\frac{1}{6} du$$

$$-\frac{1}{6} \int \sqrt{u} du = -\frac{1}{6} \int u^{\frac{1}{2}} du$$

$$-\frac{1}{6} \cdot \frac{u^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}} + C = -\frac{1}{6} \cdot \frac{2}{3} u^{\frac{3}{2}} + C$$

$$-\frac{1}{9} (3 - 6x)^{\frac{3}{2}} + C = -\frac{1}{9} \sqrt{(3 - 6x)^3} + C$$

$$-\frac{1}{9} (3 - 6x) \sqrt{3 - 6x} + C$$



Проверить  
решение

# Найти неопределенный интеграл

Проверить  
решение

$$\frac{1}{6} \int x(6x^5 + \frac{3}{2} 3x - 4) dx + C$$

$$\frac{1}{5} \int \sin(5x - 4) dx$$

$$\int x(25x^4 + 3e^x - 4 \ln x) dx + C$$

$$\frac{1}{20} \int (3 + 4x)^5 dx + C$$

$$2 \int (\frac{2}{\cos^2 x} + \frac{2}{3} x + \sqrt{x} - \frac{3}{5x^5}) dx + C$$

$$\frac{1}{6} \int e^{6x-3} dx$$



Следует отметить, что для функции вида  $f(kx+b)$  можно применять упрощенную формулу

$$\int f(kx + b) dx = \frac{1}{k} F(kx + b) + C$$



$$\int \cos(6 - 2x) dx = -\frac{1}{2} \sin(6 - 2x) + C$$

$$\int \frac{1}{5x - 4} dx = \frac{1}{5} \ln(5x - 4) + C$$

$$\int e^{2x+1} dx = \frac{1}{2} e^{2x+1} + C$$



# Практическая работа №8

## Вычисление неопределенного интеграла

### *Источники:*

1. Лисичкин В.Т., Соловейчик И. Л. Математика: Учеб. Пособие для техникумов. – М.: Высш. Шк., 1991. – 480с.: ил.
2. Фоны презентации - Зинаида Васильевна Александровна  
<http://www.proshkolu.ru/user/AidaAlex/folder/>