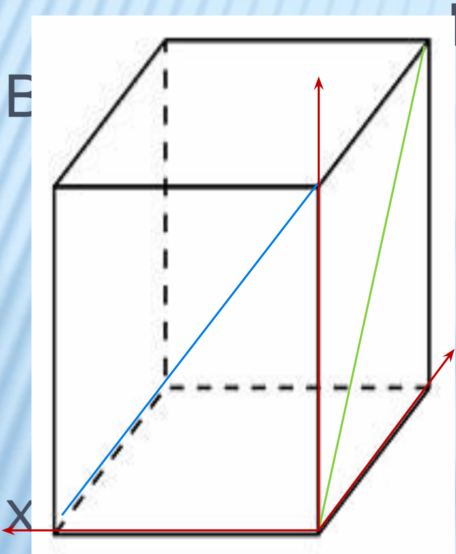
МЕТОД КООРДИНАТ В РЕШЕНИИ ЗАДАЧ С2

<u>Задача 1</u>

Найти угол между прямыми AB_1 и BC_1 в кубе $ABCDA_1B_1C_1D_1$.

z



x

A B

Введем систему координат с центром в точке В

$B(0;0;0;), A(1;0;0), B_1(0;0;1), C_1(0;1;1)$

Угол между прямыми AB_1 и BC_1 - угол между направляющими векторами AB_1 и BC_1.

Тогда $\cos\alpha = \dfrac{|(AB_1, BC_1)|}{|AB_1|\cdot|BC_1|}$

$AB_1\{-1;0;1\}, BC_1\{0;1;1\}$

$$\cos\alpha = \frac{-1\cdot 0 + 0\cdot 1 + 1\cdot 1}{\sqrt{(-1)^2+0^2+1^2}\cdot\sqrt{0^2+1^2+1^2}} = \frac{1}{2}$$

т. е. $\alpha = 60°$

МЕТОД КООРДИНАТ В РЕШЕНИИ ЗАДАЧ С2

Уравнение плоскости имеет вид: $ax + by + cz + d = 0$, где a, b, c и d – числовые коэффициенты.

Уравнение плоскости, которая проходит через точки К(x1;y1;z1), L(x2;y2;z2) и М(x3;y3;z3) :

$$\frac{a}{d}x+\frac{b}{d}y+\frac{c}{d}z+1=0$$ или $Ax + By + Cz + 1 = 0$

Чтобы найти коэффициенты А, В и С, подставим координаты точек в уравнение плоскости, получим систему уравнений:

$$\begin{cases} Ax_1+By_1+Cz_1+1=0 \\ Ax_2+By_2+Cz_2+1=0 \\ Ax_3+By_3+Cz_3+1=0 \end{cases}$$

Внимание! Если плоскость проходит через начало координат, то d=0.

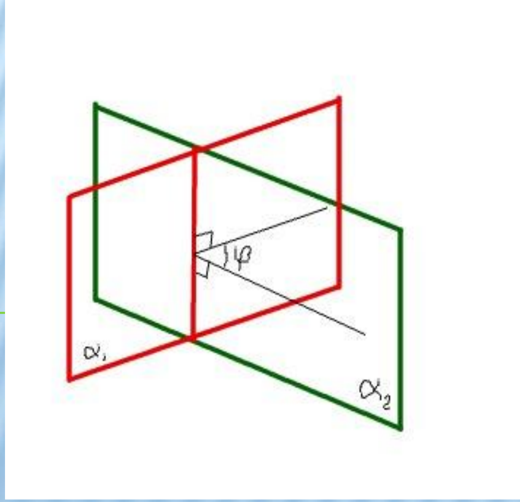
МЕТОД КООРДИНАТ В РЕШЕНИИ ЗАДАЧ С2

Пусть наши плоскости a1 и a2 заданы уравнениями:

a1: a1 x + b1 y + c1 z + d1 = 0

a2: a2 x + b2 y + c2 z + d2 = 0

Косинус угла **ф** между плоскостями находится по формуле, похожей на формулу косинуса угла между векторами:

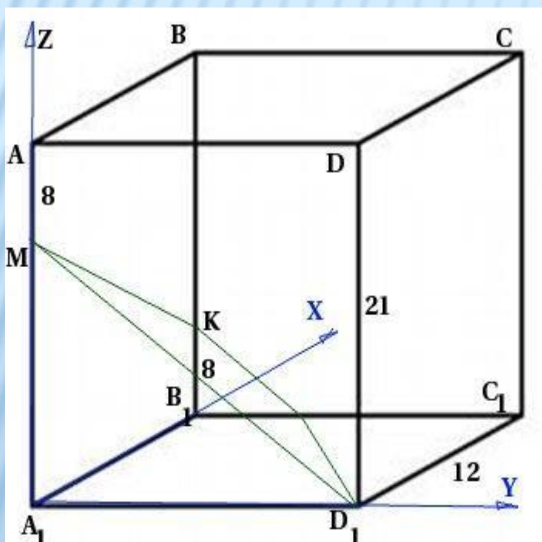


$$\cos\varphi = \frac{a_1 a_2 + b_1 b_2 + c_1 c_2}{\sqrt{a_1^2 + b_1^2 + c_1^2}\sqrt{a_2^2 + b_2^2 + c_2^2}}$$

МЕТОД КООРДИНАТ В РЕШЕНИИ ЗАДАЧ С2

Задача 2

В правильной четырехугольной призме $ABCDA_1B_1C_1D_1$ со стороной основания 12 и высотой 21 на ребре AA_1 взята точка M так, что AM = 8 см. На ребре BB_1 взята точка K так, что BK = 8 см. Найдите угол между плоскостью D_1MK и плоскостью CC_1D.



1) Составим уравнения плоскости D_1MK:

$D_1(0;12;0)$, M(0;0;21-8), K(12;0;8)

$5x + 13y + 12z – 156 + 0$

2) Составим уравнения плоскости CC_1D:

C (12;12;21), $C_1(12;12;0)$, D(0;12;0)

$y – 12 = 0$

$$\text{os}\,\varphi = \frac{|5\cdot 0 + 13\cdot 1 + 12\cdot 0|}{\sqrt{5^2+13^2+12^2}\cdot\sqrt{0^2+1^2+0^2}} = \frac{13}{13\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$\varphi = 45°$

МЕТОД КООРДИНАТ В РЕШЕНИИ ЗАДАЧ С2

Уравнение плоскости с помощью матрицы

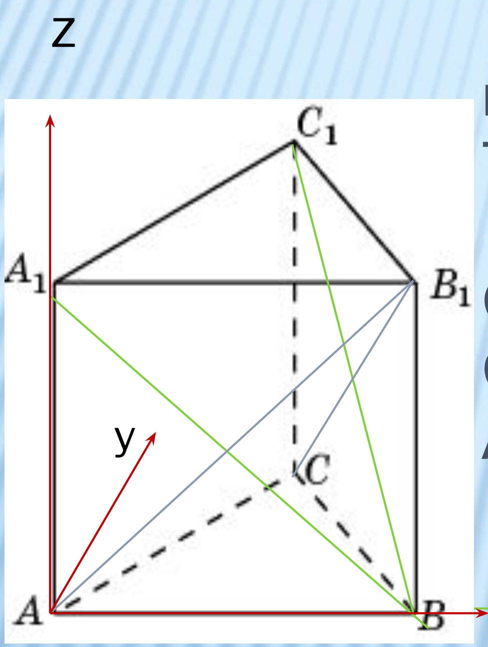
Определитель второго порядка

Определитель третьего порядка

МЕТОД КООРДИНАТ В РЕШЕНИИ ЗАДАЧ С2

Задача 3

В правильной треугольной призме найти косинус угла между плоскостями ACB_1 и A_1BC_1.



Введем систему координат, например, с началом в точке А.

Тогда $A(0;0;0)$, $B(1;0;0)$, $A_1(0;0;1)$, $B_1(1;0;1)$

$C(1/2, \sqrt{3}/2; 0)$, $C_1(1/2, \sqrt{3}/2; 1)$

Составим уравнение плоскости ACB_1:

$A(0;0;0)$, $B_1(1;0;1)$, $C(1/2, \sqrt{3}/2; 0)$

Составим уравнение плоскости A_1BC_1:

$A_1(0;0;1)$, $B(1;0;0)$, $C_1(1/2, \sqrt{3}/2; 1)$

Вычислим косинус угла между векторами-нормалями n1 и n2.