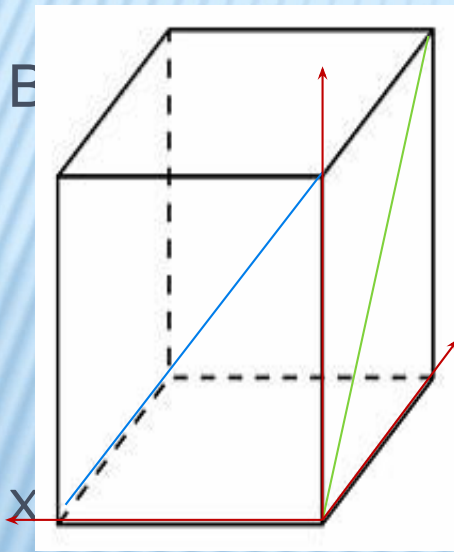


# МЕТОД КООРДИНАТ В РЕШЕНИИ ЗАДАЧ С2

## Задача 1

Найти угол между прямыми  $AB_1$  и  $BC_1$  в кубе  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ .

z



Введем систему координат с центром в точке

$B(0;0;0)$ ,  $A(1;0;0)$ ,  $B_1(0;0;1)$ ,  $C_1(0;1;1)$

Угол между прямыми  $AB_1$  и  $BC_1$  - угол между направляющими векторами  $AB_1$  и  $BC_1$ .

$$\text{Тогда } \cos \alpha = \frac{|(AB_1, BC_1)|}{|AB_1| \cdot |BC_1|}$$

$$AB_1 \{-1;0;1\}, BC_1 \{0;1;1\}$$

$$\cos \alpha = \frac{-1 \cdot 0 + 0 \cdot 1 + 1 \cdot 1}{\sqrt{(-1)^2 + 0^2 + 1^2} \cdot \sqrt{0^2 + 1^2 + 1^2}} = \frac{1}{2}$$

т. е.  $\alpha = 60^\circ$

# МЕТОД КООРДИНАТ В РЕШЕНИИ ЗАДАЧ С2

Уравнение плоскости имеет вид:  $ax + by + cz + d = 0$ , где  $a, b, c$  и  $d$  – числовые коэффициенты.

Уравнение плоскости, которая проходит через точки  $K(x_1; y_1; z_1)$ ,  $L(x_2; y_2; z_2)$  и  $M(x_3; y_3; z_3)$ :

$$\frac{a}{d}x + \frac{b}{d}y + \frac{c}{d}z + 1 = 0 \quad \text{или} \quad Ax + By + Cz + 1 = 0$$

Чтобы найти коэффициенты  $A, B$  и  $C$ , подставим координаты точек в уравнение плоскости, получим систему уравнений:

$$\begin{cases} Ax_1 + By_1 + Cz_1 + 1 = 0 \\ Ax_2 + By_2 + Cz_2 + 1 = 0 \\ Ax_3 + By_3 + Cz_3 + 1 = 0 \end{cases}$$

**Внимание!** Если плоскость проходит через начало координат, то  $d=0$ .

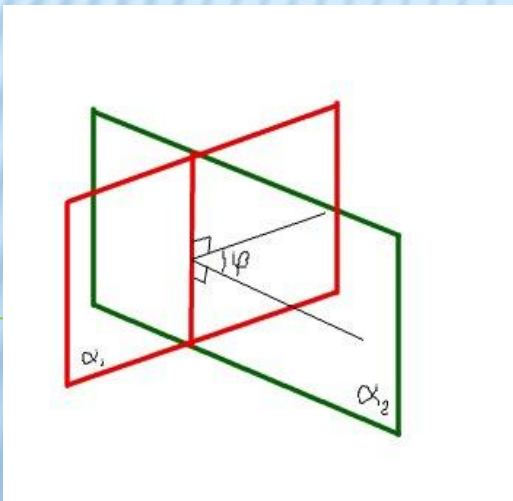
# МЕТОД КООРДИНАТ В РЕШЕНИИ ЗАДАЧ С2

Пусть наши плоскости  $\alpha_1$  и  $\alpha_2$  заданы уравнениями:

$$\alpha_1: a_1 x + b_1 y + c_1 z + d_1 = 0$$

$$\alpha_2: a_2 x + b_2 y + c_2 z + d_2 = 0$$

Косинус угла  $\varphi$  между плоскостями находится по формуле, похожей на формулу косинуса угла между векторами:

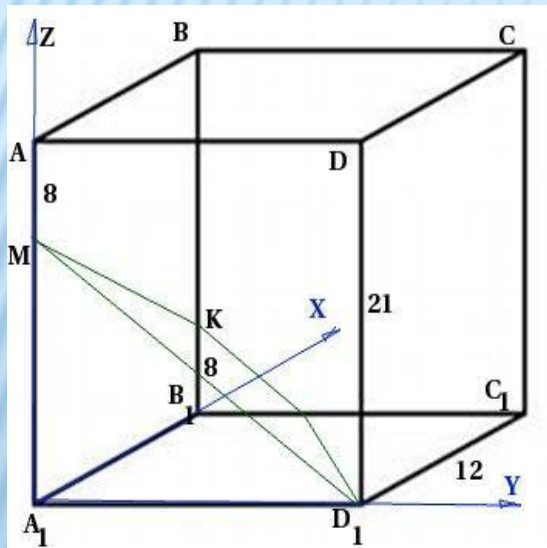


$$\cos \varphi = \frac{a_1 a_2 + b_1 b_2 + c_1 c_2}{\sqrt{a_1^2 + b_1^2 + c_1^2} \sqrt{a_2^2 + b_2^2 + c_2^2}}$$

# МЕТОД КООРДИНАТ В РЕШЕНИИ ЗАДАЧ С2

## Задача 2

В правильной четырехугольной призме  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  со стороной основания 12 и высотой 21 на ребре  $AA_1$  взята точка  $M$  так, что  $AM = 8$  см. На ребре  $BB_1$  взята точка  $K$  так, что  $BK = 8$  см. Найдите угол между плоскостью  $D_1MK$  и плоскостью  $CC_1D$ .



- 1) Составим уравнения плоскости  $D_1MK$ :  
 $D_1(0;12;0)$ ,  $M(0;0;21-8)$ ,  $K(12;0;8)$

$$5x + 13y + 12z - 156 = 0$$

- 2) Составим уравнения плоскости  $CC_1D$ :  
 $C(12;12;21)$ ,  $C_1(12;12;0)$ ,  $D(0;12;0)$

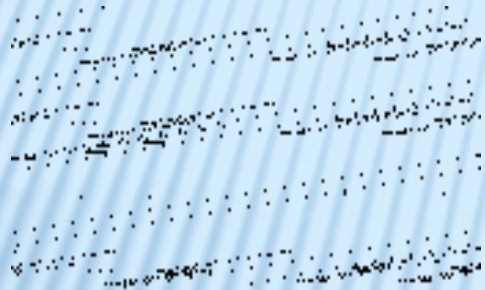
$$y - 12 = 0$$

$$\cos \varphi = \frac{|5 \cdot 0 + 13 \cdot 1 + 12 \cdot 0|}{\sqrt{5^2 + 13^2 + 12^2} \cdot \sqrt{0^2 + 1^2 + 0^2}} = \frac{13}{13\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

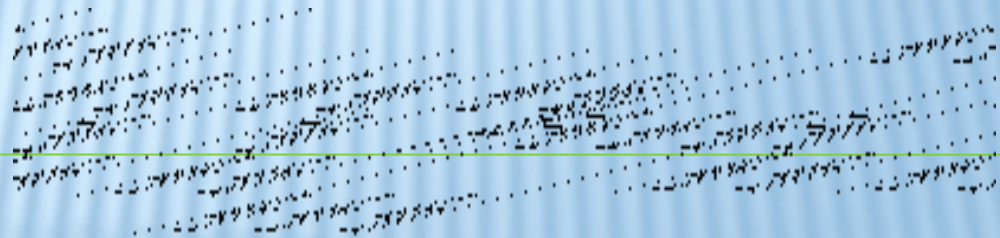
$$\varphi = 45^\circ$$

# МЕТОД КООРДИНАТ В РЕШЕНИИ ЗАДАЧ С2

Уравнение плоскости с помощью матрицы  
Определитель второго порядка



Определитель третьего порядка



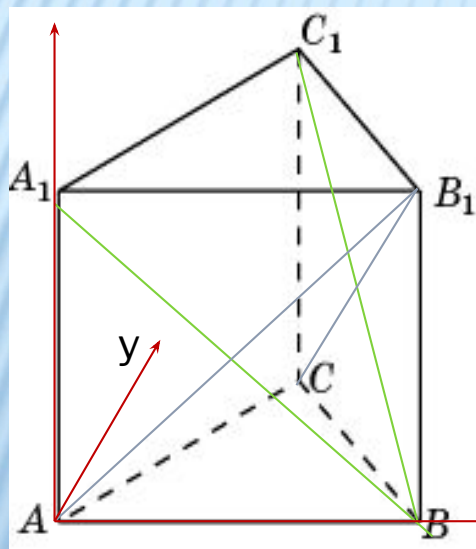
# МЕТОД КООРДИНАТ В РЕШЕНИИ ЗАДАЧ С2

## Задача 3

В правильной треугольной призме найти косинус угла между плоскостями  $ACB_1$  и  $A_1BC_1$ .

z  
Введем систему координат, например, с началом в точке A.

Тогда  $A(0;0;0)$ ,  $B(1;0;0)$ ,  $A_1(0;0;1)$ ,  $B_1(1;0;1)$



$C(1/2, \sqrt{3}/2; 0)$ ,  $C_1(1/2, \sqrt{3}/2; 1)$

Составим уравнение плоскости  $\underline{ACB_1}$ :

$A(0;0;0)$ ,  $B_1(1;0;1)$ ,  $C(1/2, \sqrt{3}/2; 0)$

Составим уравнение плоскости  $\underline{A_1BC_1}$ :

$A_1(0;0;1)$ ,  $B(1;0;0)$ ,  $C_1(1/2, \sqrt{3}/2; 1)$

Вычислим косинус угла между векторами-нормальями  $n_1$  и  $n_2$ .