

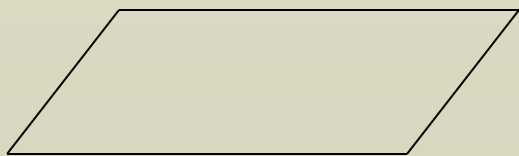
# Свойства параллелепипеда

Подготовила: Преподаватель  
математики ГБОУ СПО БППК

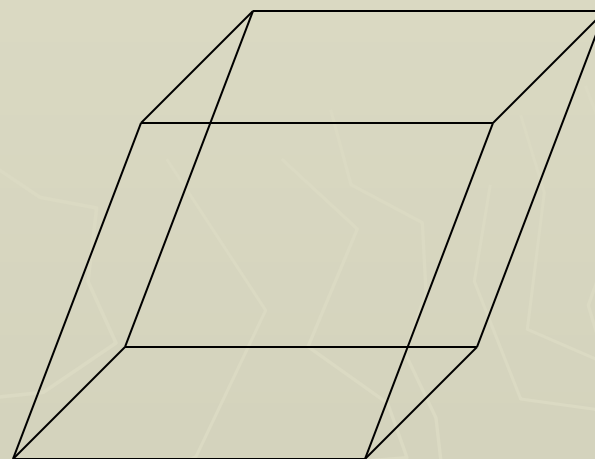
Плющева А.В.

2013г.

## Планиметрия



## Стереометрия



**Какое тело «аналогично» параллелограмму?**

**Какие элементы параллелепипеда «аналогичны» сторонам параллелограмма?**

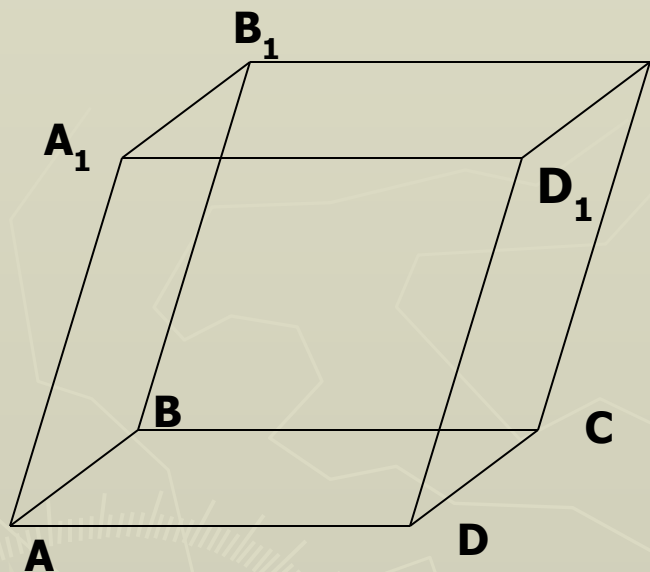
**Каковы свойства сторон параллелограмма?**

**Изучите модель параллелепипеда и определите, какими свойствами обладают его грани?**

**Противоположные грани параллелепипеда параллельны и равны**

**Докажем это**

Теорема: Противоположные грани параллелепипеда параллельны и равны



$C_1$  **Дано:**

$ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  –  
параллелепипед

**Доказать:**

1)  $AA_1 D_1 D \parallel BB_1 C_1 C$   
 $ABCD \parallel A_1 B_1 C_1 D_1$   
 $AA_1 B_1 B \parallel DD_1 C_1 C$

2)  $AA_1 D_1 D = BB_1 C_1 C$   
 $ABCD = A_1 B_1 C_1 D_1$   
 $AA_1 B_1 B = DD_1 C_1 C$

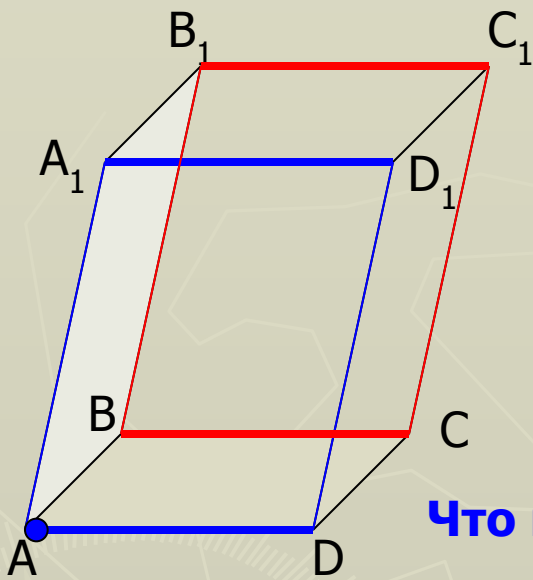
О какой фигуре идёт речь в теореме?

Что требуется доказать?

Определите противоположные грани и запишите требование теоремы

**Теорема: Противоположные грани параллелепипеда параллельны и равны**

**Докажем параллельность граней**



**О каких гранях идёт речь?**

**Сколько пар граней достаточно рассмотреть для доказательства их параллельности? **Одну****

**Если взять грань  $AA_1D_1D$ , тогда какая будет ей противоположной?  $BB_1C_1C$**

**Что значит, что грани параллельны?**

**Лежат в параллельных плоскостях**

**Что используют для док-ва параллельности плоскостей?**

**Признак: если две пересекающиеся прямые одной плоскости соответственно параллельны двум прямым другой плоскости, то эти плоскости параллельны**

**Можно ли выделить такие пары прямых?  $AA_1$  и  $BB_1$ ,  $AD$  и  $BC$**

**Из какой фигуры можно сделать вывод, что  $AA_1 \parallel BB_1$ ? Почему  $AD \parallel BC$ ?**

**Что ещё нужно знать об выбранных прямых одной плоскости?**

**Они должны пересекаться **Выполняется это условие?****

**Какой вывод сделаем?  $AA_1D_1D \parallel BB_1C_1C$**

**Теорема: Противоположные грани параллелепипеда параллельны и равны**

Докажем равенство граней

О каких гранях идёт речь?

Докажем для граней  $AA_1D_1D$  и  $BB_1C_1C$ .

Что представляют собой грани параллелепипеда?

Параллелограммы

В каком случае два параллелограмма равны?

Когда соответствующие элементы одного параллелограмма равны соответствующим другому параллелограмма

Сколько пар равных элементов достаточно найти? 3 пары

Можно ли взять стороны  $AD$  и  $AA_1$  и  $\angle A_1AD$  параллелограмма  $AA_1D_1D$ ?

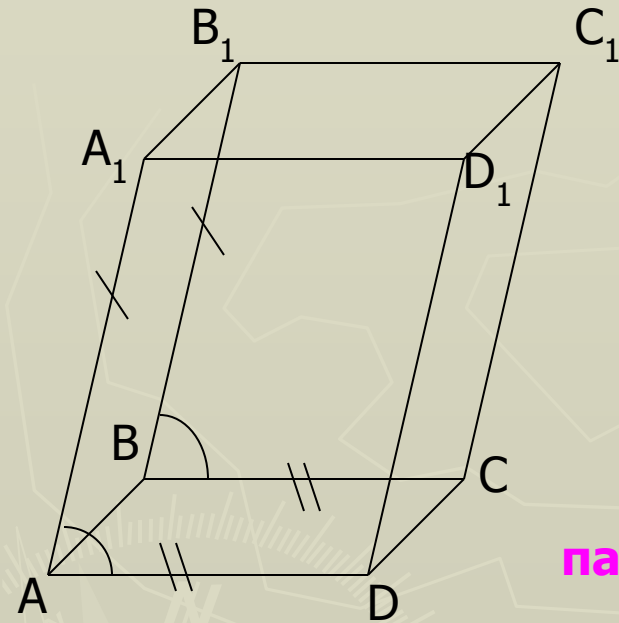
Почему? Это 2 смежные стороны и угол между ними

Тогда назовите соответствующие элементы второго параллелограмма

Будет ли выполняться равенство соответствующих элементов?

$\angle A_1AD = \angle B_1BC$ , как углы с сонаправленными

сторонами  
Какой сделаем вывод?  $AA_1D_1D = BB_1C_1C$



Изучите доказательство, представленное в учебнике.

Докажем, например, параллельность и равенство граней  $ABB_1A_1$  и  $DCC_1D_1$

1. Так как  $ABCD$  и  $ADD_1A_1$  – параллелограммы, то **1)**  $AB \parallel DC$  и **2)**  $AA_1 \parallel DD_1$ . Таким образом, две **3)** пересекающиеся прямые  $AB$  и  $AA_1$  одной грани соответственно параллельны двум прямым  $CD$  и  $DD_1$  другой грани. Отсюда по признаку параллельности плоскостей следует, что грани  $ABB_1A_1$  и  $DCC_1D_1$  параллельны.

2. Так как все грани параллелепипеда – параллелограммы, то **1)**  $AB = DC$  и **2)**  $AA_1 = DD_1$ . По этой же причине стороны углов  $A_1AB$  и  $D_1DC$  соответственно сонаправлены, и, значит, **3)** эти углы равны. Таким образом, две смежные стороны и угол между ними параллелограмма  $ABB_1A_1$  соответственно равны двум смежным сторонам и углу между ними параллелограмма  $DCC_1D_1$ , поэтому эти параллелограммы равны.

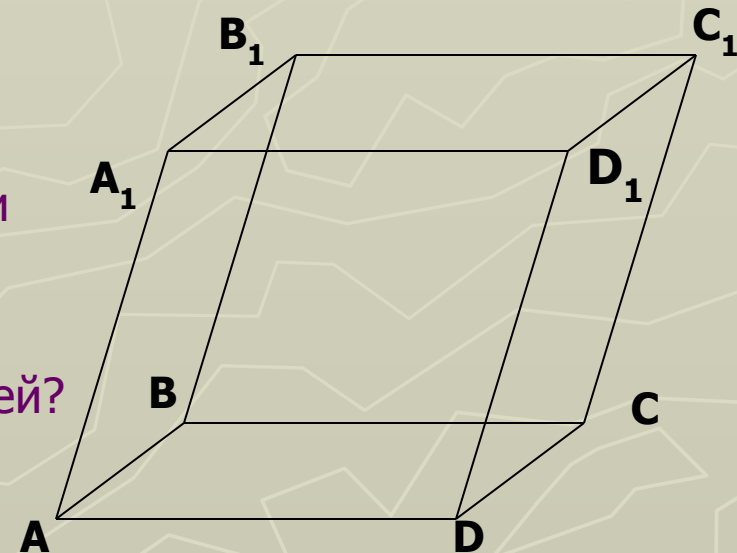
Выделите этапы доказательства.

На чем основано доказательстве параллельности граней?

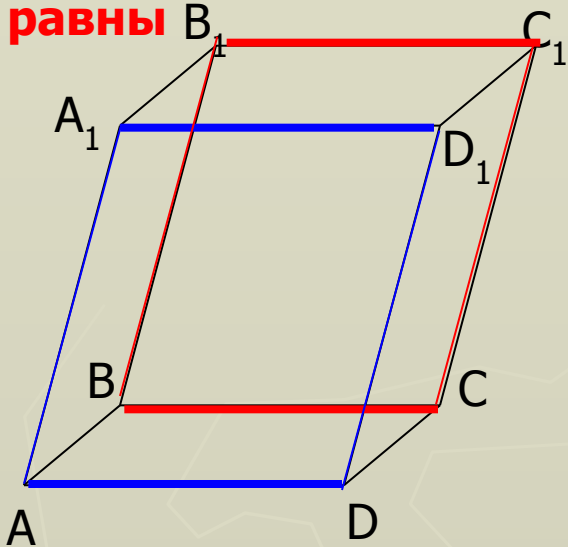
Выделите этапы его применения.

На чём основано доказательство равенства граней?

Выделите этапы его применения.



# Теорема: Противоположные грани параллелепипеда параллельны и равны



Дано:  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  - параллелепипед

Доказать: 1.  $ABCD \parallel A_1 B_1 C_1 D_1$   
 $AA_1 B_1 B \parallel DD_1 C_1 C$   
 $AA_1 D_1 D \parallel BB_1 C_1 C$   
2.  $ABCD = A_1 B_1 C_1 D_1$   
 $AA_1 B_1 B = DD_1 C_1 C$   
 $AA_1 D_1 D = BB_1 C_1 C$

**Оформите доказательство теоремы для граней  $AA_1 D_1 D$  и  $BB_1 C_1 C$ .**

Доказательство:

Рассмотрим грани  $AA_1 D_1 D$  и  $BB_1 C_1 C$ .

1. Докажем, что грани параллельны

а)  $AD \parallel BC$ , т.к.  $ABCD$  – параллелограмм

б)  $AA_1 \parallel BB_1$  т.к.  $AA_1 B_1 B$  – параллелограмм

в)  $AD \perp AA_1$

$\Rightarrow AA_1 D_1 D \parallel BB_1 C_1 C$

(по признаку параллельности плоскостей)

2. Докажем, что грани равны

а)  $AA_1 = BB_1$  (как стороны параллелограмма  $AA_1 B_1 B$ )

б)  $AD = BC$  (как стороны параллелограмма  $ABCD$ )

в)  $\angle A_1 A D = \angle B_1 B C$

(как углы с сонаправленными сторонами)

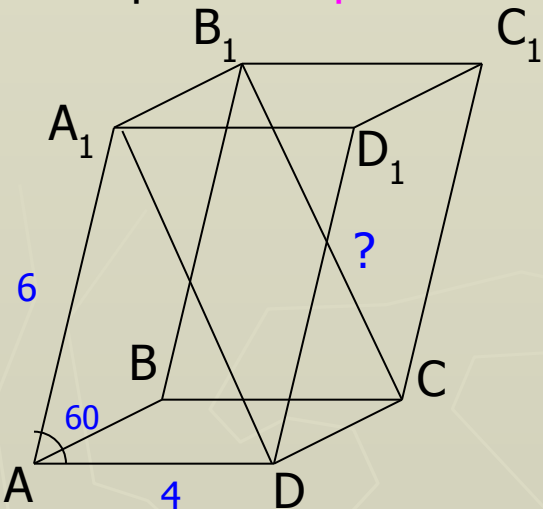
$AA_1 D_1 D = BB_1 C_1 C$

(по 2-м смежным сторонам и углу между ними)

**Сравните свое оформление с предложенным и сделайте выводы для себя**

## Применение изученной теоремы при решении задач

Теорема: Противоположные грани параллелепипеда параллельны и равны



**Составьте задачу по чертежу**

**Дано:**  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  - параллелепипед

$AA_1 = 6$  см;  $AD = 4$  см

$\angle A_1 A D =$

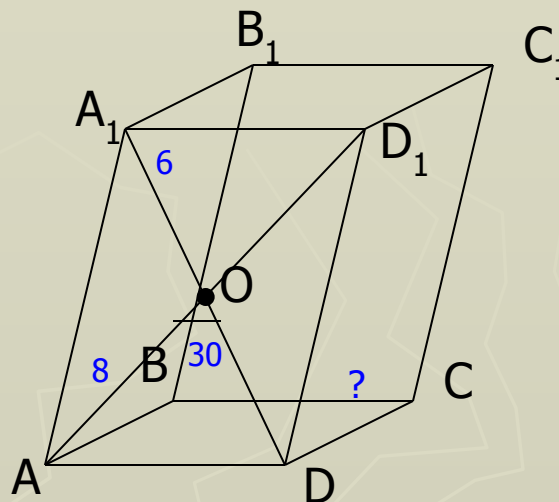
$60^\circ$   
**Найти:**  $B_1 C$

**Решите задачу**

**Решение:**

$$A_1 D = \sqrt{36 + 16 - 2 \cdot 6 \cdot 4 \cdot \cos 60^\circ}$$

Т.к.  $A_1 D = B_1 C$ , то  $B_1 C = \frac{\sqrt{22}}{\sqrt{22}}$



**Нанесите данные на чертеж**

**Дано:**  $AD_1 = 8$  см

$AA_1 = 6$  см

$AD_1 \cap AA_1 = O$

$\angle A O D =$

$30^\circ$   
**Найти:**  $BC$

**Решите задачу**

**Решение:**

$$AD = \sqrt{16 + 9 - 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot \cos 30^\circ}$$

$= \sqrt{25 - 12\sqrt{3}}$   
Т.к.  $AD = BC$ , то  $BC = \sqrt{25 - 12\sqrt{3}}$