Открытый урок по теме: «Применение основных свойств площадей к решению задач».

Урок подготовила преподаватель математики МАОУ «Лицей №3 им.Ф.С. Пушкина»
Попова Нина Фёдоровна.

Необходимость в понятии «площадь» возникла из жизненных потребностей. В древности люди использовали для измерения длин те измерительные приборы, которые всегда были при себе. Позже возникла потребность в измерении и сравнении разнообразных «фигур» . Было необходимо ввести величину, которая характеризовала бы величину той части плоскости, которую занимает фигура. Эту величину назвали площадью.

Историческая справка.

Вопросом о вычислении площади люди интересовались ещё с древнейших времён. Наиболее известная задача - это задача Дидона. Финикийская царица Дидона спасалась от своего брата, тирана Пигмалиона. Она отплыла из города Тира в 825 г до н.э. После долгого путешествия корабль пристал к берегам Африки. Дидоне понравилась земля. Она обратилась к местному предводителю Ярбу с просьбой продать кусок земли. Ярб заломил баснословную цену за клочок земли, который можно окружить бычьей шкурой. Но Дедона не растерялась и согласилась. Она расплатилась и отправилась отмерять землю. Сначала она разрезала шкуру так, что получился тонкий кожаный ремешок. Этим ремешком она окружила солидный участок земли, на котором в последствии обосновала великий город Карфаген. Ярб был в ярости, т.к. его одурачили, но он был честным человеком и сдержал слово. Так гласит легенда, но карфагенская цитадель называлась Бирса, что значит «бычья шкура».

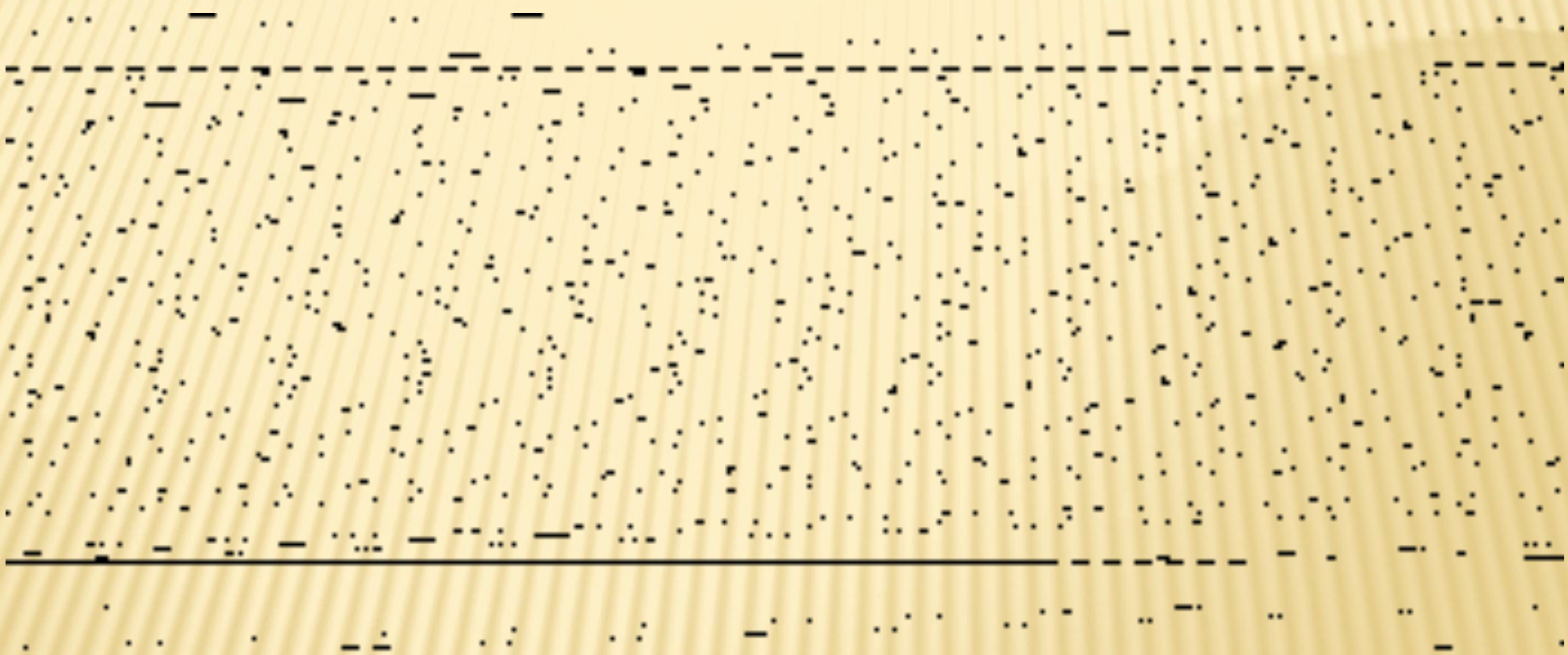
Площадь простой фигуры это положительная величина, численное значение которой обладает следующими свойствами:

- равные фигуры имеют равные площади;
- если фигура разбивается на части, являющиеся простыми фигурами, то площадь этой фигуры равна сумме площадей её частей;
- площадь квадрата со стороной равной единице измерения, равна 1;
- фигуры, имеющие равные площади называются равновеликими.

Основные свойства площадей.

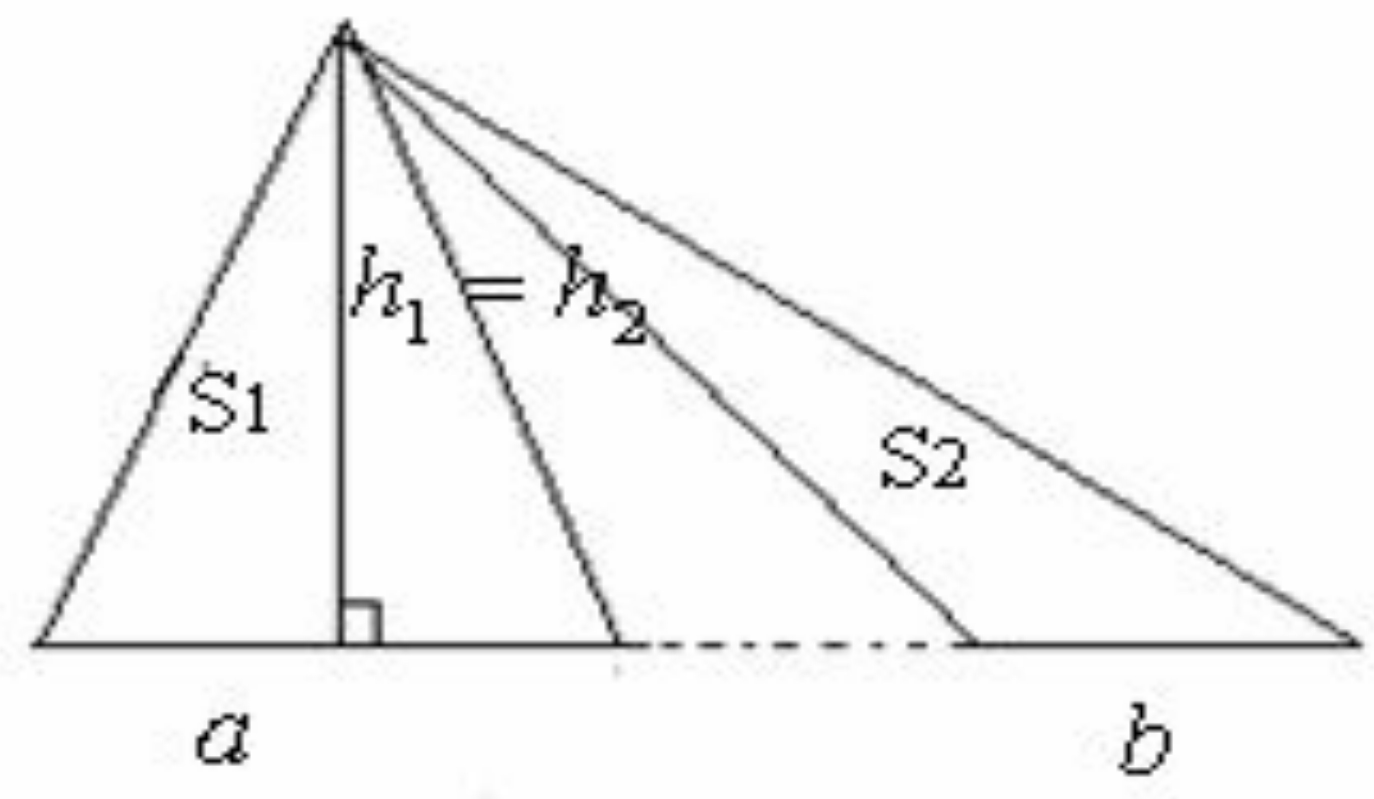
Свойство №1.

Если вершину треугольника передвигать по прямой, параллельной основанию, то площадь при этом не измениться.



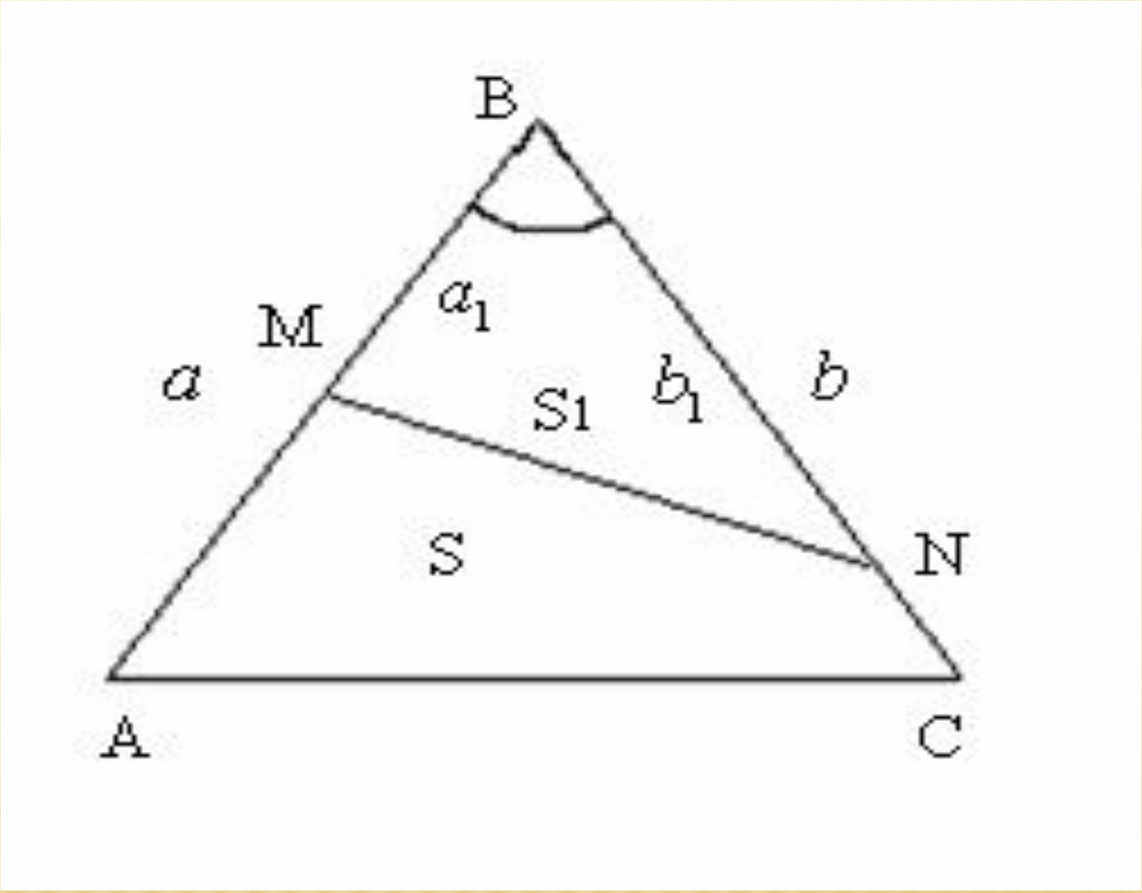
Свойство №2.

Если два треугольника имеют одинаковые высоты, то отношение их площадей равно отношению длин оснований (сторон, на которые опущены эти высоты).



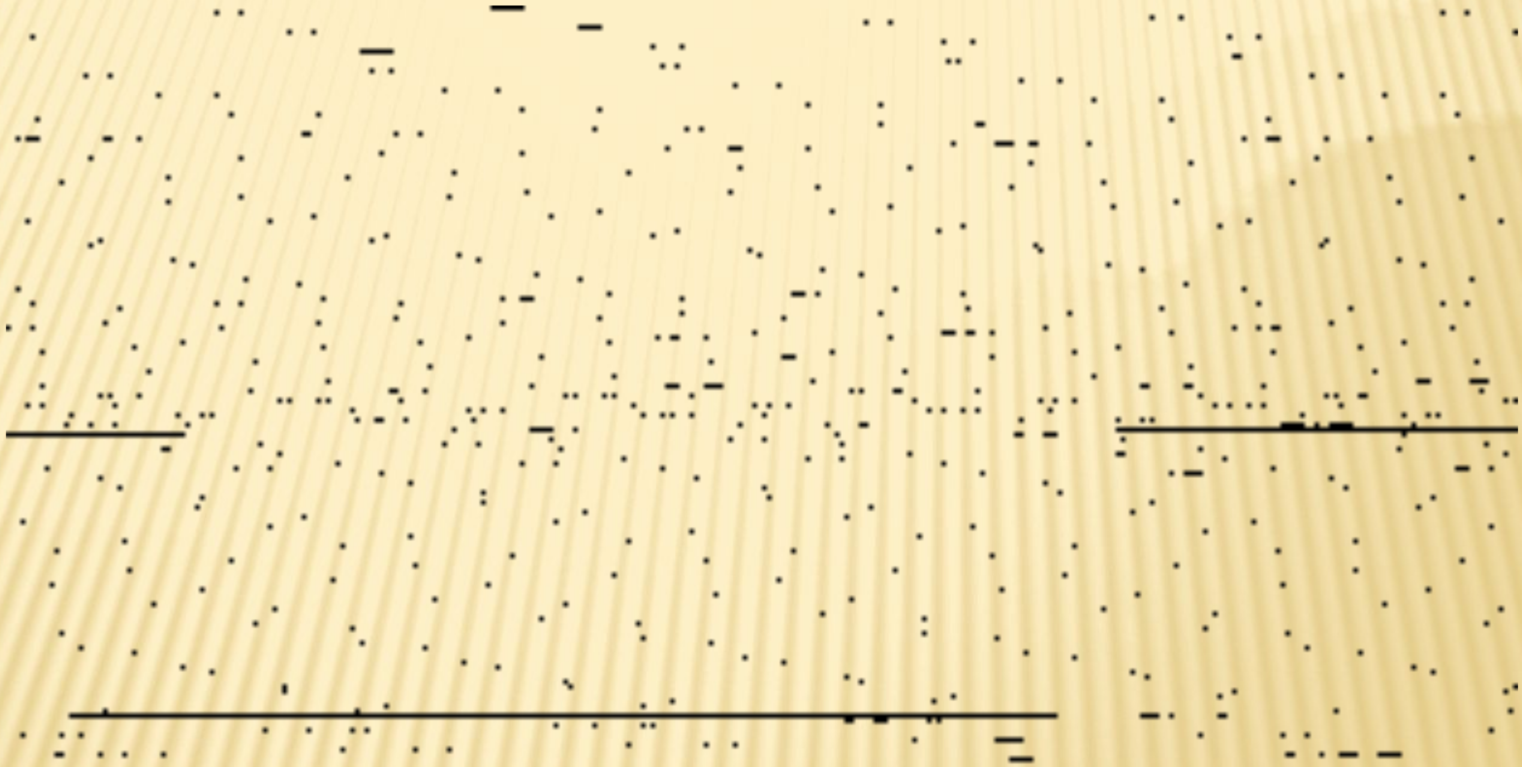
Свойство №3.

Если два треугольника имеют общий угол, то их площади относятся как произведение сторон, заключающих этот угол.



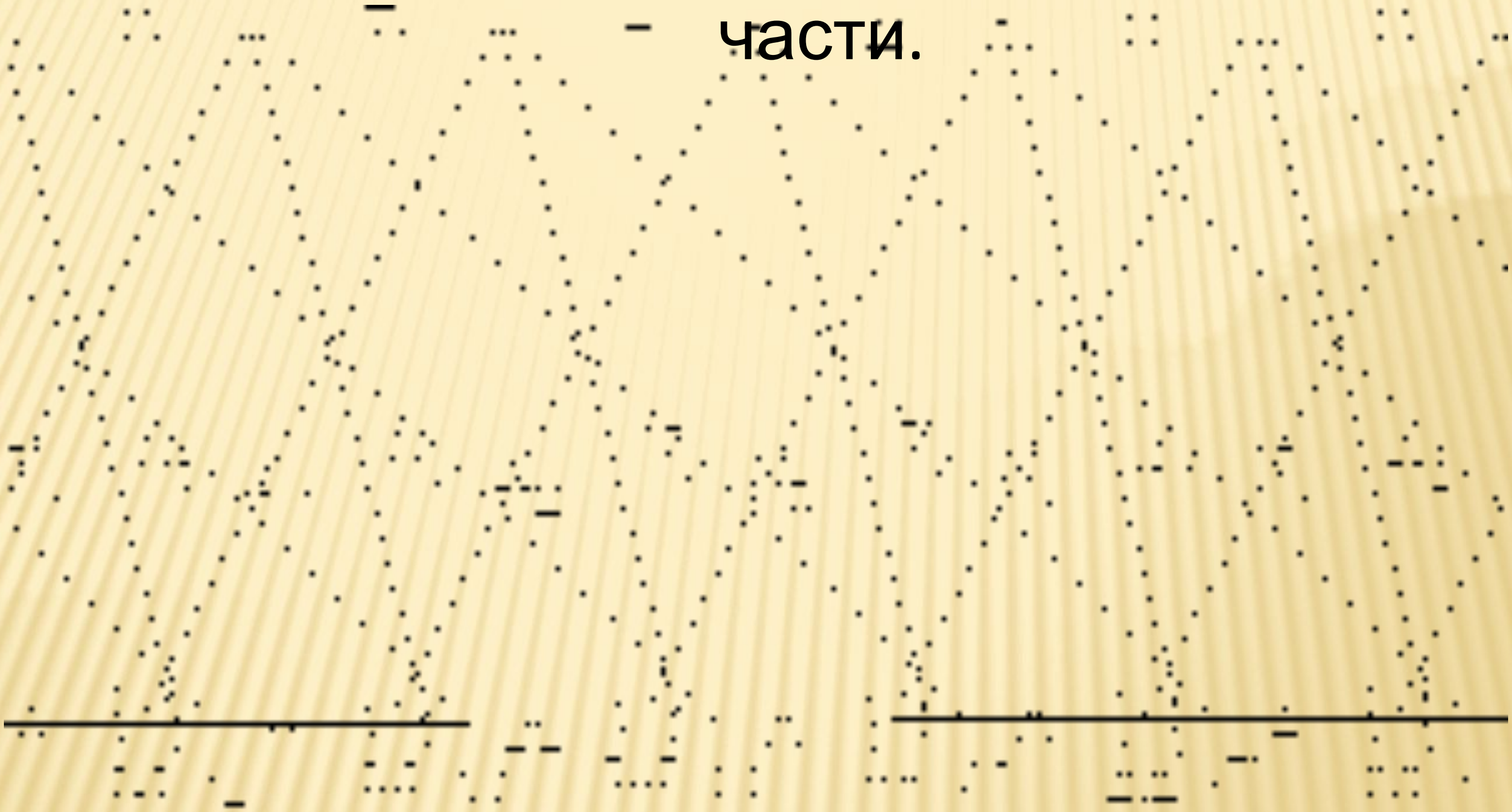
Свойство №4.

Отношение площадей подобных треугольников равны квадрату коэффициента подобия.



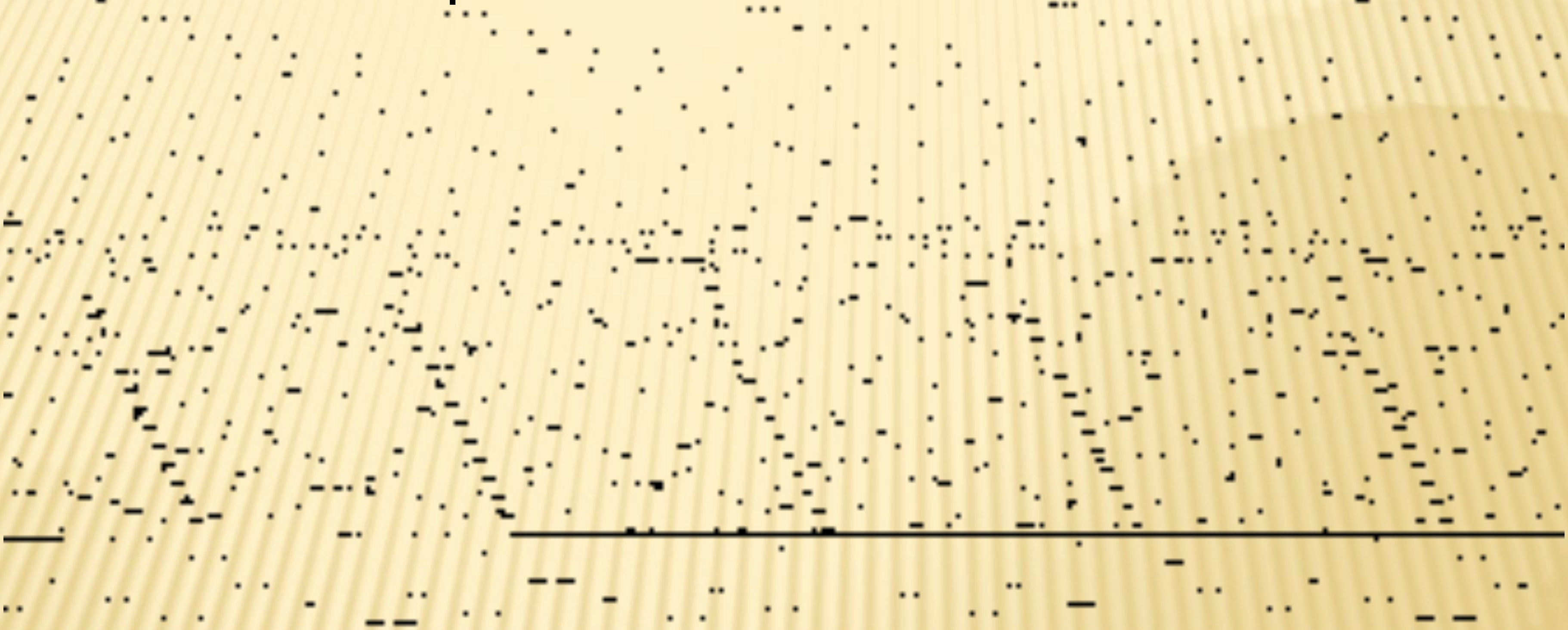
Свойство № 5.

Медиана треугольника делит его на две равновеликие части.



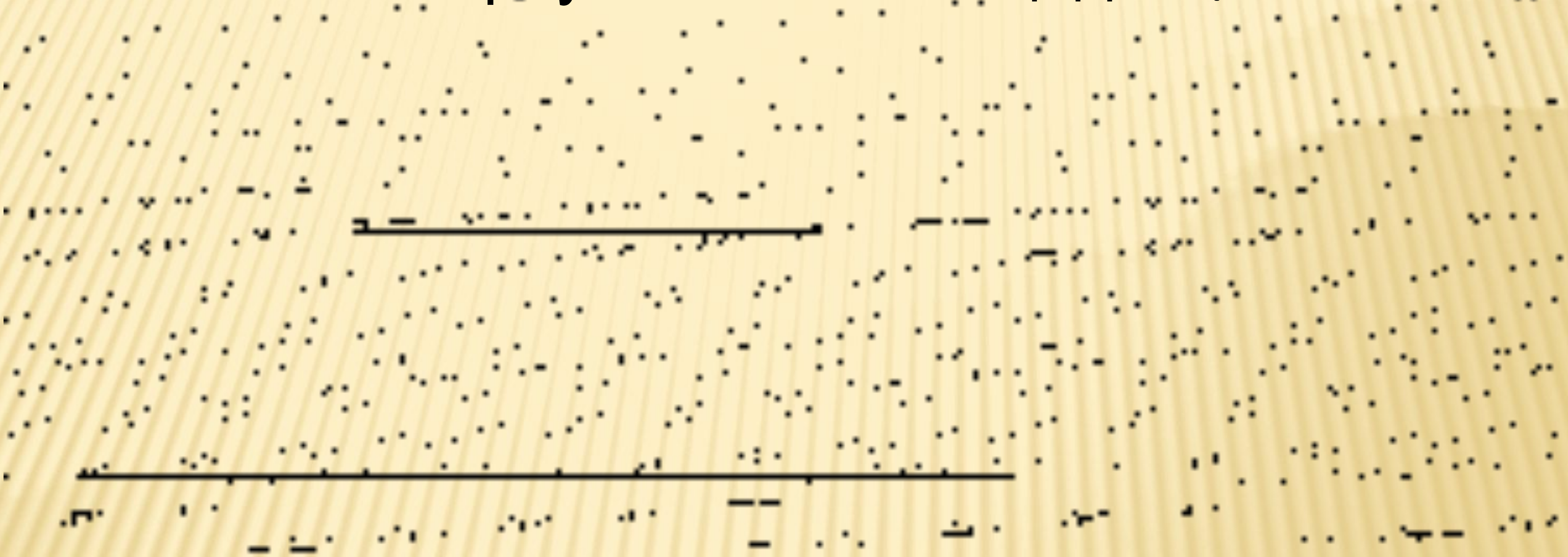
Свойство №6.

Медианы треугольника делят его на три равновеликие части.



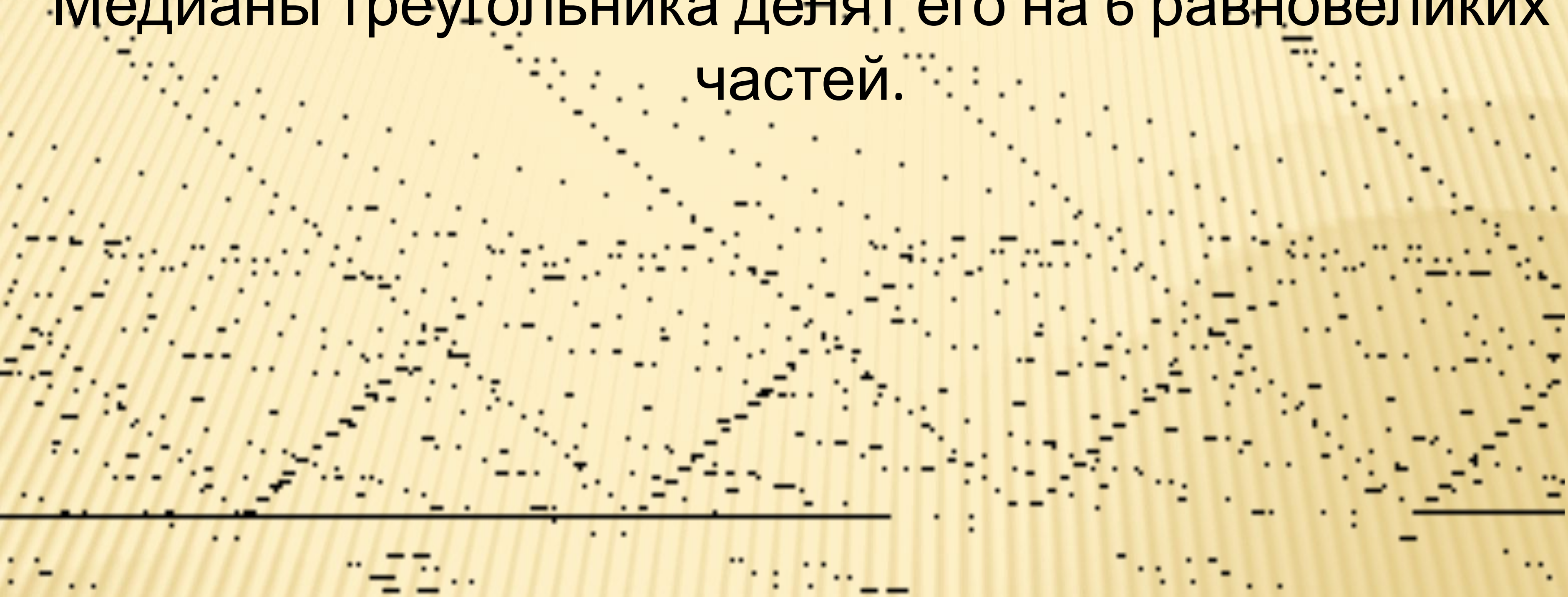
Свойство №7.

Средние линии треугольника площади *S* отсекают от него треугольники площади 1/4 S



Свойство №8.

Медианы треугольника делят его на 6 равновеликих частей.



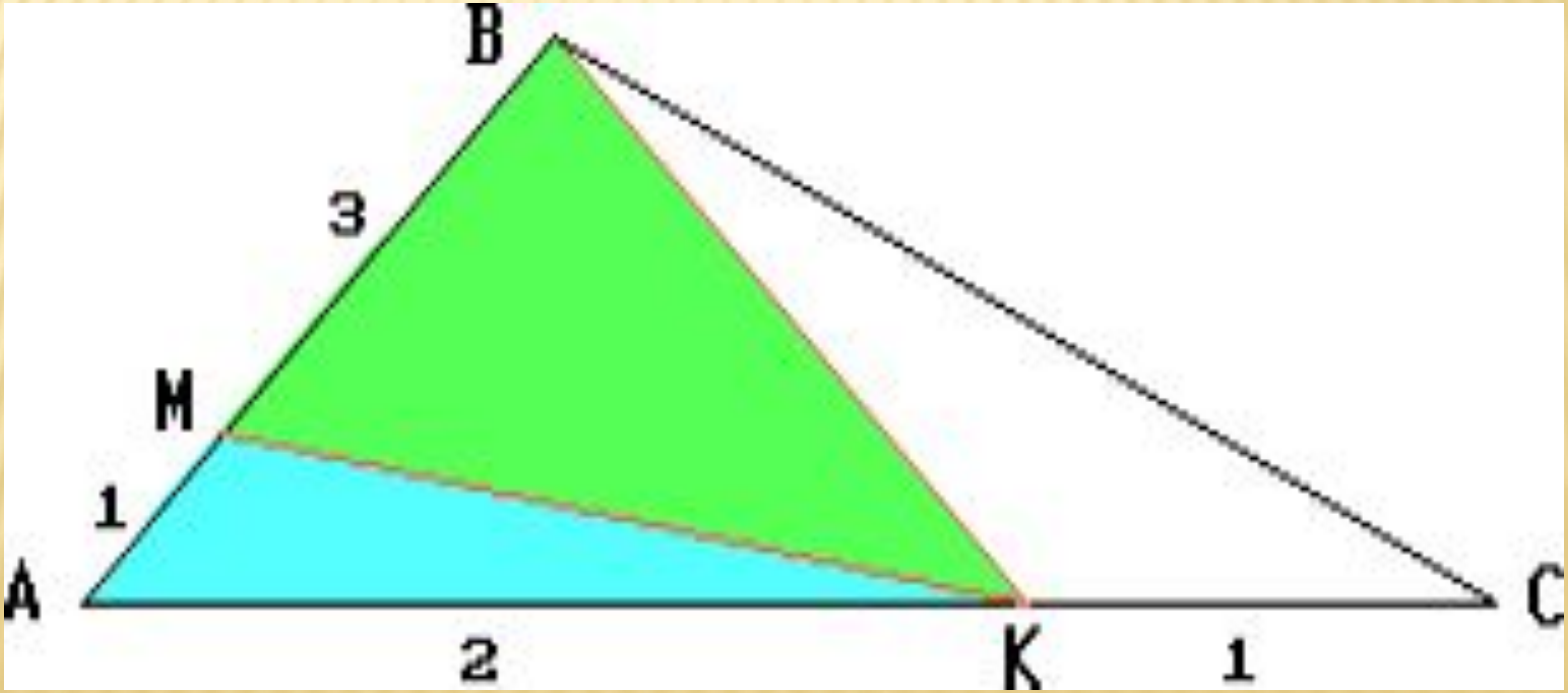
Тест

Применение основных свойств к решению задач.

Задача №1.

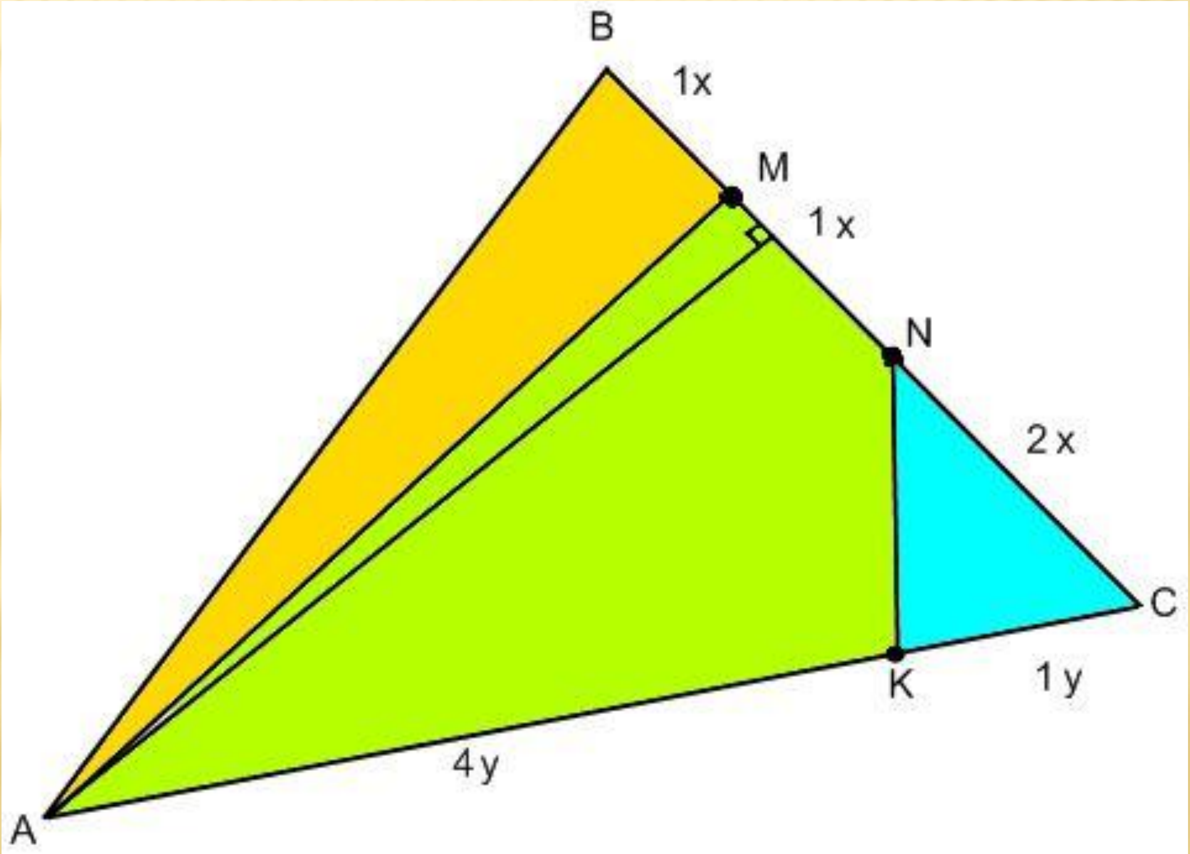
На сторонах *AB* и *AC* треугольника *ABC*, площадь которого равна 36 см^2, взяты соответственно точки *M* и *K* так, что *AM*/*MB* = 1/3, а *AK*/*KC* = 2/1. Найдите площадь треугольника *AMK*.

Проведите *BK*.



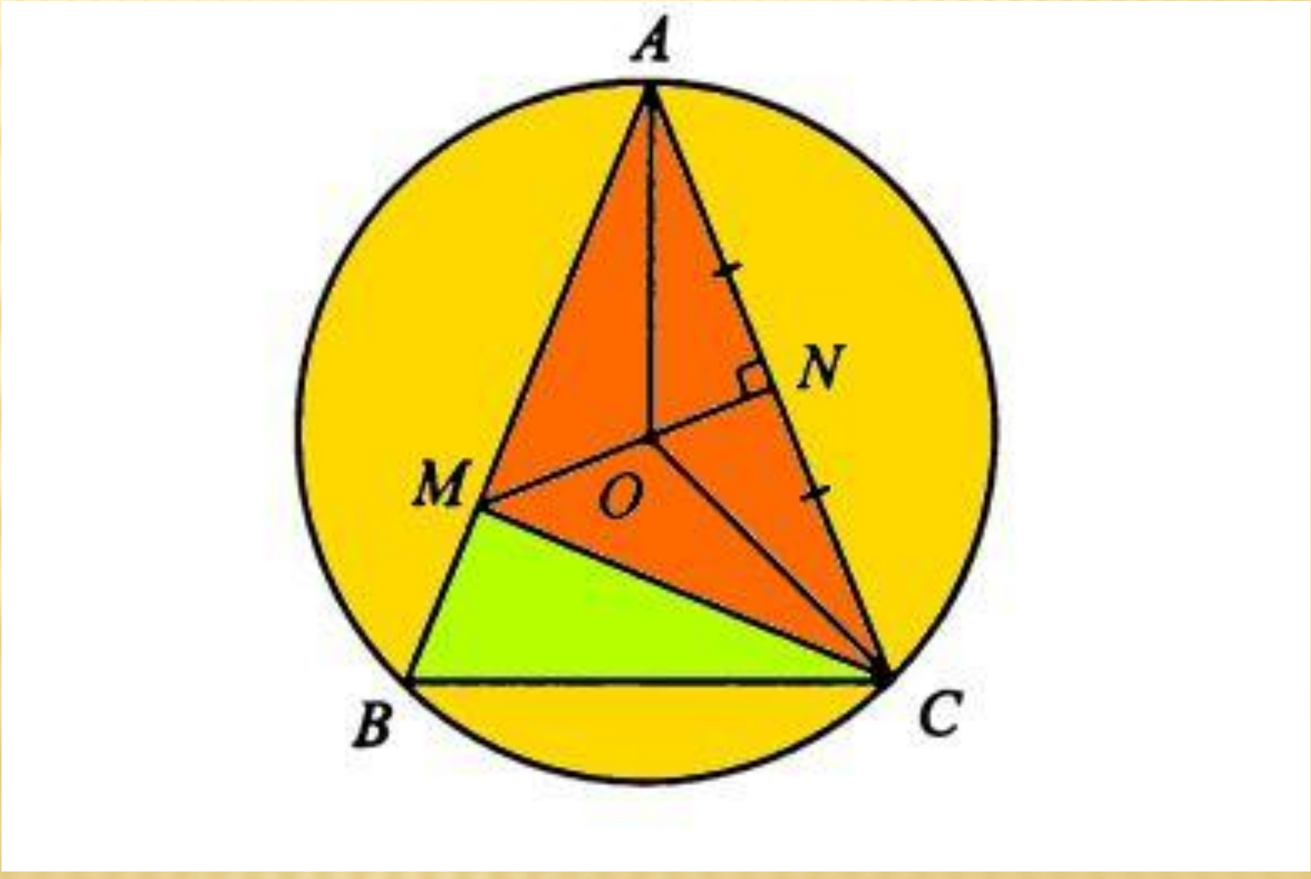
Задача №2.

Точки *M* и *N* расположены на стороне *BC* треугольника *ABC*, а точка *K* – на стороне *AC*, причём *BM* : *MN* : *NC* = 1 : 1 : 2 и *CK* : *AK*= 1 : 4. Известно, что площадь треугольника *ABC* равна 1. Найдите площадь четырёхугольника *AMNK*.



Задача №3.

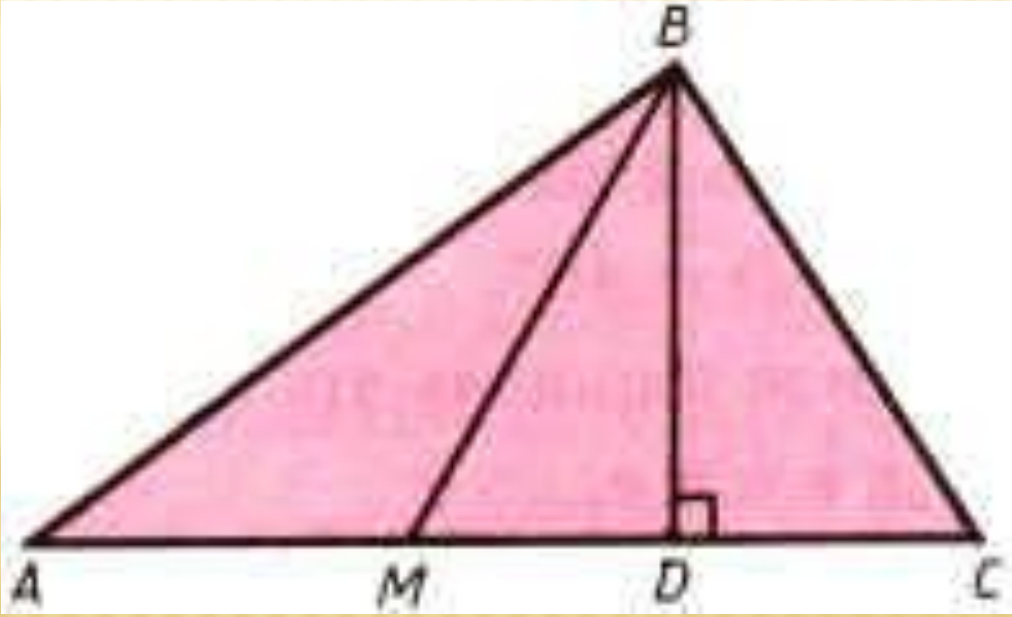
Равнобедренный треугольник ABC с основанием BC вписан в окружность с центром O. Площадь треугольника ABC равна $9\sqrt{2}$, угол A=45°. Прямая, проходящая через точку O и середину AC, пересекает сторону BA в точке M. Найдите площадь треугольника BCM.



Индивидуальные задания.

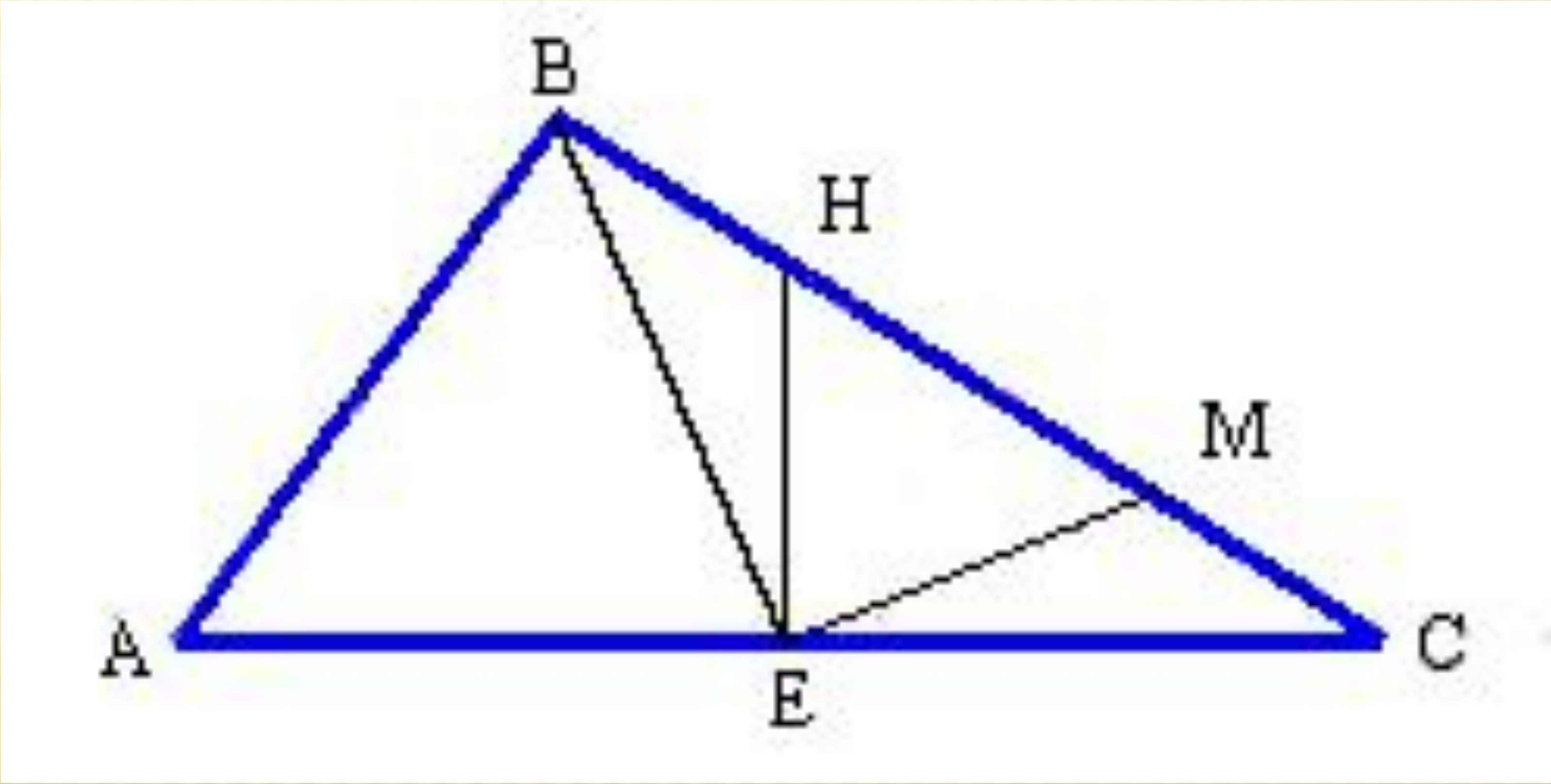
Задача №1.

На рисунке точка *M* делит сторону *AC* треугольника *ABC* в отношении *AM* : *MC* = 2:3. Площадь треугольника*ABC* равна 180 см^2. Найдите площадь треугольника ABM.



Задачи №5.

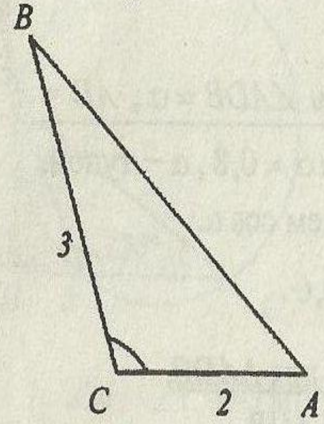
Точка E – середина стороны AB треугольника ABC, а точки M и H делят сторону BC на три равные части, BH = MH = MC. Найти площадь треугольника EMH, если площадь треугольника ABC равна **S**.



Задачи с разбором решения.

№1

В треугольнике ABC длина стороны AC равна 2, длина стороны BC равна 3; угол, заключенный между этими сторонами, тупой. Найти длину стороны AB, зная, что площадь треугольника равна $\frac{3\sqrt{15}}{4}$.



Решение

1. $S = \frac{1}{2} AC \cdot BC \cdot \sin C$,

$S = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 3 \cdot \sin C = \frac{3\sqrt{15}}{4}$,

$\sin C = \frac{\sqrt{15}}{4}$.

2. Из условия следует, что $90° < \angle C < 180°$.

$\cos C = -\sqrt{1-\sin^2 C} = -\sqrt{1-\frac{15}{16}} = -\frac{1}{4}$.

3. Найдем AB по теореме косинусов для ΔABC.

$AB^2 = AC^2 + BC^2 - 2 \cdot AC \cdot BC \cdot \cos C$,

$AB^2 = 4 + 9 - 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \left(-\frac{1}{4}\right) = 13 + 3 = 16$,

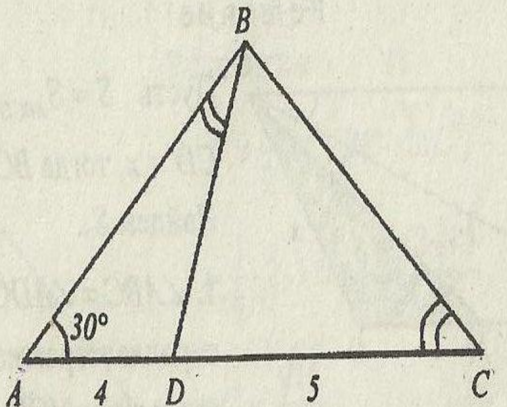
$AB = 4$.

Ответ: 4.

№2

В треугольнике ABC точка D делит сторону AC на отрезки $AD = 4$ и $DC = 5$; $\angle BAC = 30°$; $\angle ABD = \angle ACB$. Найти площадь треугольника ABD.

Решение



1. Треугольники BAD и CAB имеют общий угол A, углы B и C равны по условию, следовательно, треугольники подобны.

$$\frac{AB}{AC} = \frac{AD}{AB},\ AB^2 = AC \cdot AD = 9 \cdot 4 = 36,\ AB = 6.$$

2. $S_{\Delta ABD} = \frac{1}{2} AB \cdot AD \cdot \sin A$,

$$S_{\Delta ABD} = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 4 \cdot \sin 30° = 12 \cdot \frac{1}{2} = 6.$$

Ответ: 6.

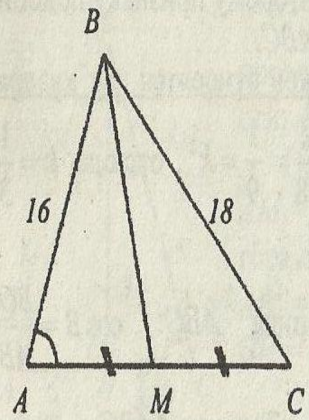
№3

Стороны треугольника равны 16, 18, 26. Найти медиану, проведенную к большей стороне.

Решение

Пусть в ΔABC $AB = 16$, $BC = 18$, $AC = 26$, BM − медиана, проведенная к большей стороне AC, $(16 < 18 < 26)$.

$$AM = \frac{1}{2} AC = 13.$$



1. Найдем $\cos A$ по теореме косинусов для ΔABC.

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2 \cdot AB \cdot AC \cdot \cos A,$$

$$18^2 = 16^2 + 26^2 - 2 \cdot 16 \cdot 26 \cdot \cos A,$$

$$2 \cdot 16 \cdot 26 \cdot \cos A = 256 + 676 - 324,$$

$$\cos A = \frac{608}{2 \cdot 16 \cdot 26} = \frac{2 \cdot 16 \cdot 19}{2 \cdot 16 \cdot 26} = \frac{19}{26}.$$

2. Найдем BM по теореме косинусов для ΔABM.

$$BM^2 = AB^2 + AM^2 - 2 \cdot AB \cdot AM \cdot \cos A,$$

$$BM^2 = 16^2 + 13^2 - 2 \cdot 16 \cdot 13 \cdot \frac{19}{26} = 256 + 169 - 304 = 121,$$

$$BM = 11.$$

Ответ: 11.

Вывод: Решение задач на вычисление площадей нельзя ограничить только задачами на применение «основных свойств площадей». При изучении темы вычисления площадей необходимо использовать широкий круг знаний свойств геометрических фигур.

Задача №1

Вершина A в параллелограмме ABCD соединена с точкой P на стороне BC. Отрезок AP пересекает диагональ BD в точке M. Площадь треугольника ABM равна 20, а площадь треугольника BMP равна 16. Найдите площадь параллелограмма ABCD.

Задача №2.

Вершина C параллелограмма ABCD соединена с точкой N на стороне AB. Отрезок CN пересекает диагональ BD в точке P. Площадь треугольника BNP равна 8, а площадь треугольника BCP равна 12. Найдите площадь параллелограмма ABCD.

Д/З: Тест 25 №21,23.