

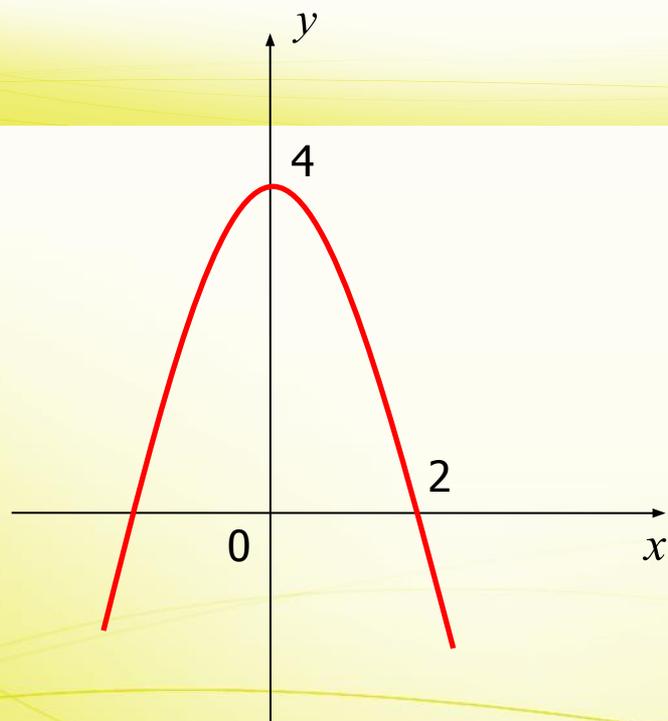
Функции и их графики для подготовки к ОГЭ

Автор Дорошенко Н.И.
учитель математики
ГБОУ СОШ №225

Цели урока:

- * Обобщить и систематизировать знания, умения, навыки по теме урока
- * Продолжить работу по подготовке к ОГЭ
- * Развивать логическое мышление, речь, память, внимание
- * Воспитывать аккуратность, самостоятельность

1. График какой функции изображён на рисунке:

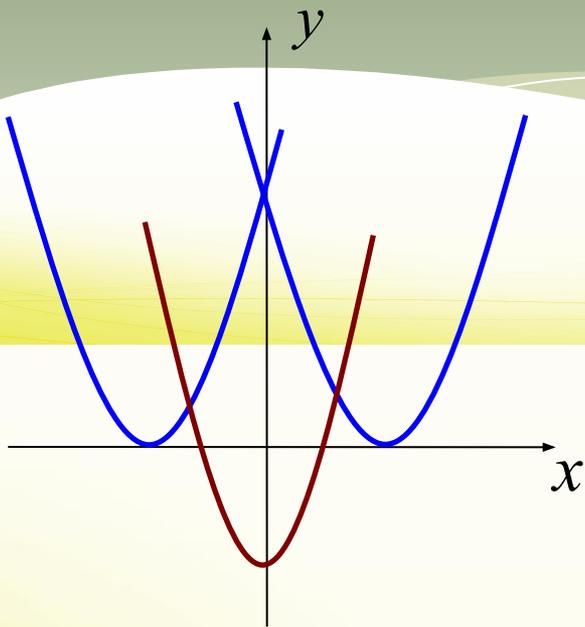


a) $y=2x+4$

b) $y=-2x+4$

c) $y=x^2-4$

d) $y=-x^2+4$



2. Какая из следующих парабол отсутствует на рисунке?

a) $y=(x-2)^2$

b) $y=(x+2)^2$

c) $y=x^2+2$

d) $y=x^2-2$



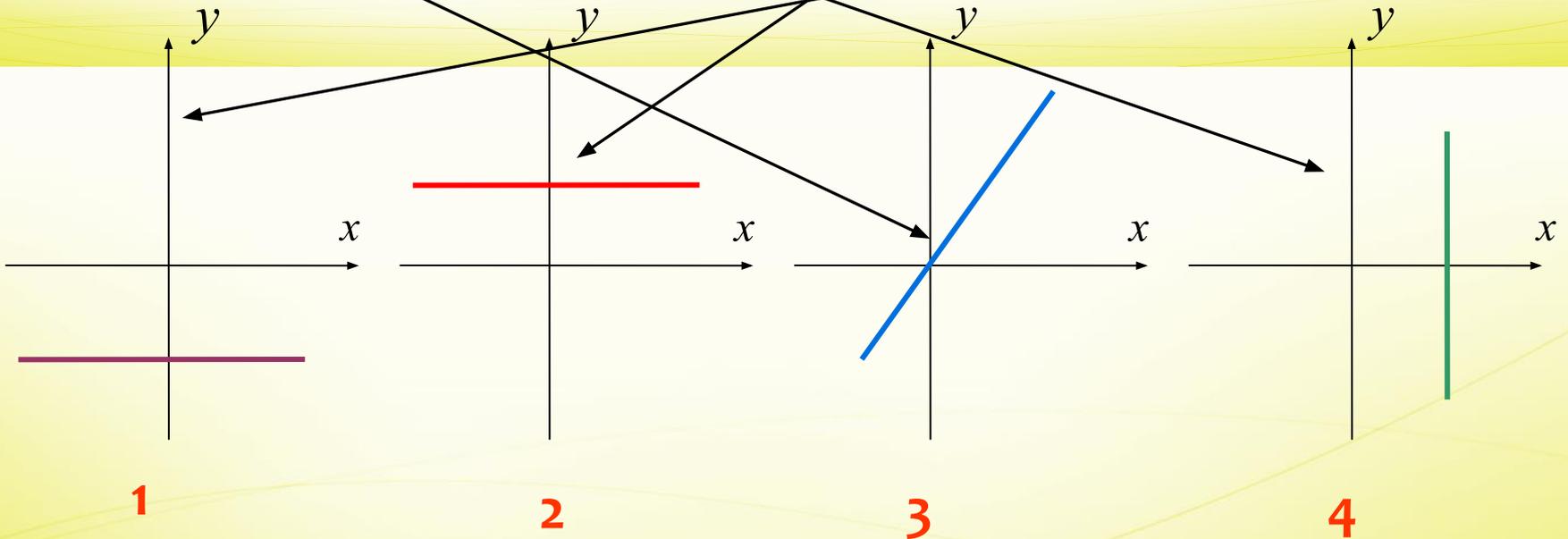
3. Каждую прямую соотнесите с её формулой:

А) $y = x$

Б) $x = 2$

В) $y = 2$

Г) $y = -2$



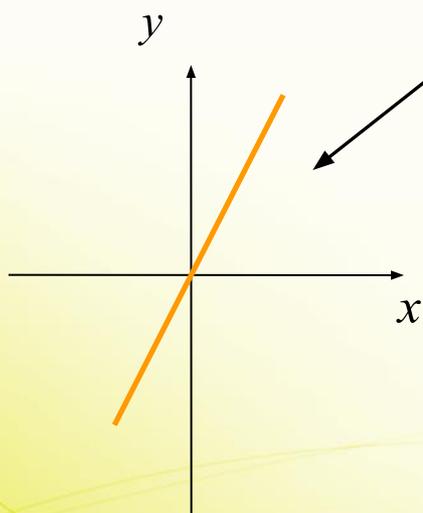
4. Каждый график соотнесите с соответствующей ему формулой:

А) $y = \frac{2}{x}$

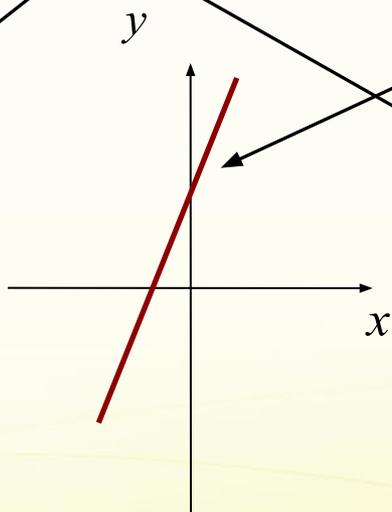
Б) $y = 2x$

В) $y = 2 - x^2$

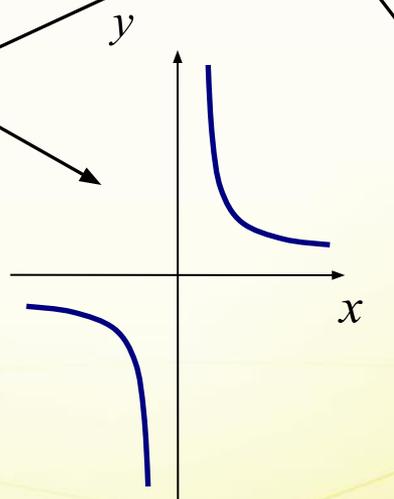
Г) $y = 2x + 2$



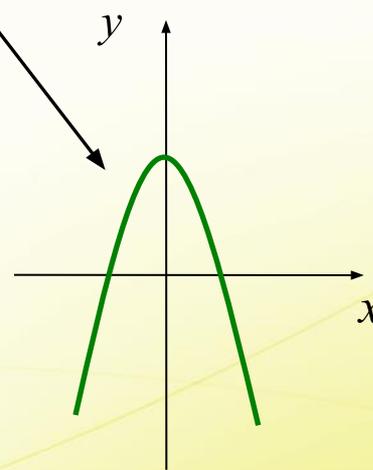
1



2

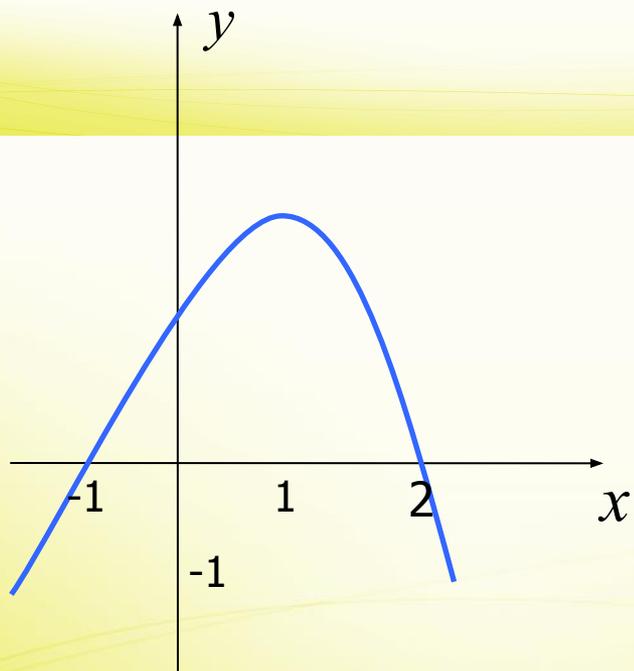


3



4

5. Используя график функции $y=f(x)$, определите, какое утверждение верно:



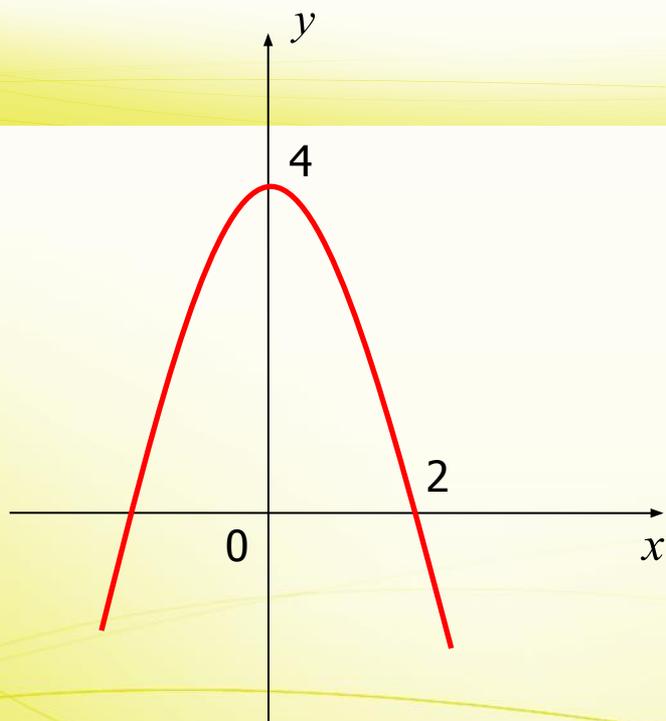
a) $f(-1) < f(2)$

b) Функция $y=f(x)$ возрастает на промежутке $[1; +\infty)$

c) $f(0) = -1$

d) Функция $y=f(x)$ принимает наибольшее значение при $x=1$

6. График какой функции изображён на рисунке:



a) $y=2x+4$

b) $y=-2x+4$

c) $y=x^2-4$

d) $y=-x^2+4$



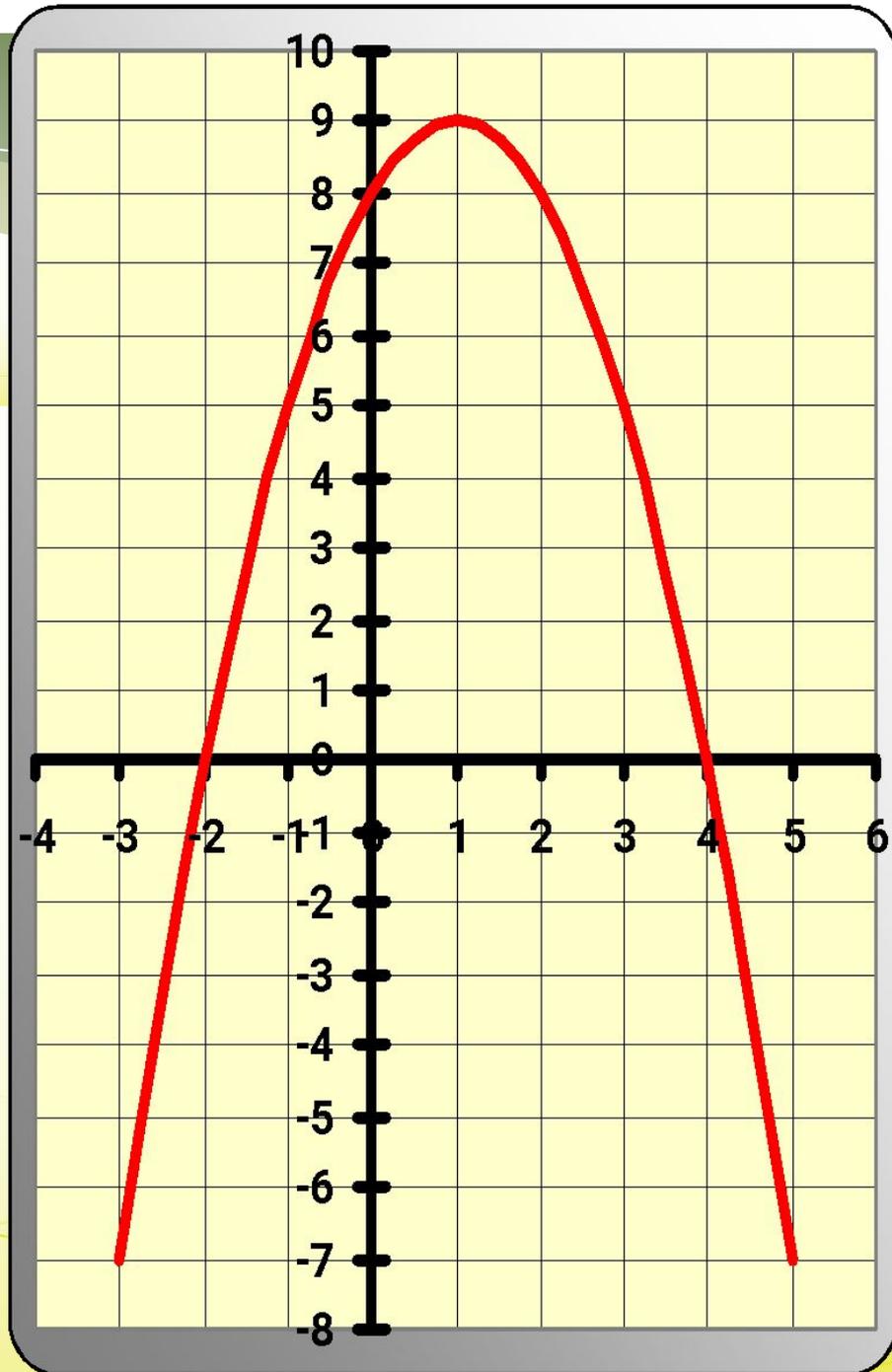
Заполнить таблицу

| парабола | Координаты вершины параболы | Направление ветвей параболы | Наибольшее, наименьшее значение функции | Соответствующее значение x |
|-------------------|-----------------------------|-----------------------------|---|------------------------------|
| $y=(x-3)^2+7$ | | | | |
| $y=-2(x+5)^2 - 2$ | | | | |
| $y=2(x-4)^2$ | | | | |
| $y=-3x^2 - 1$ | | | | |
| $y=(x+5)^2+2$ | | | | |
| | | | | |



Алгоритм построения параболы

- Определить координаты вершины параболы.
- Уравнение оси симметрии параболы.
- Нули функции.
- Промежутки, в которых функция возрастает, убывает.
- Промежутки, в которых функция принимает положительные значения, отрицательные значения.
- Наибольшее или наименьшее значение функции



Вершина параболы:

$$x_0 = \frac{-b}{2a}; y_0 = y(x_0)$$

Уравнение оси симметрии: $x=x_0$

Задание.

Найти координаты вершины параболы:

1) $y = x^2 - 4x - 5$

Ответ: (2; -9)

2) $y = -5x^2 + 3$

Ответ: (0; 3)

Координаты точек пересечения параболы с осями координат.

* С Oх: $y=0$ $ax^2+bx+c=0$

* С Oу: $x=0$ $y=c$

Задание.

Найти координаты точек пересечения параболы с осями координат:

1) $y=x^2-x;$

2) $y=x^2+3;$

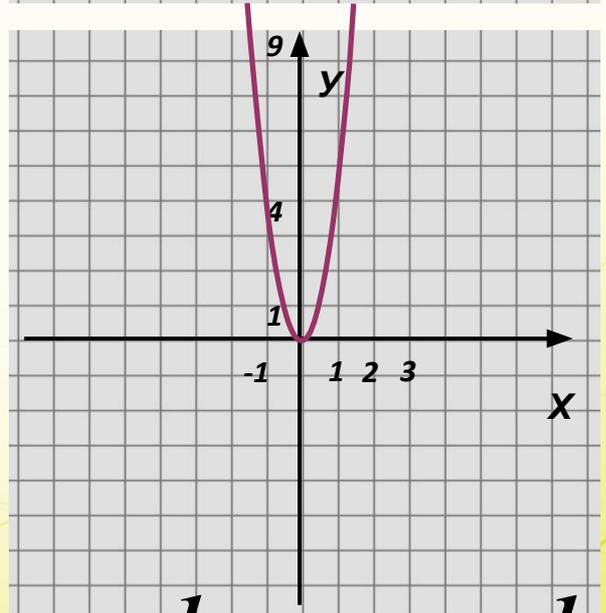
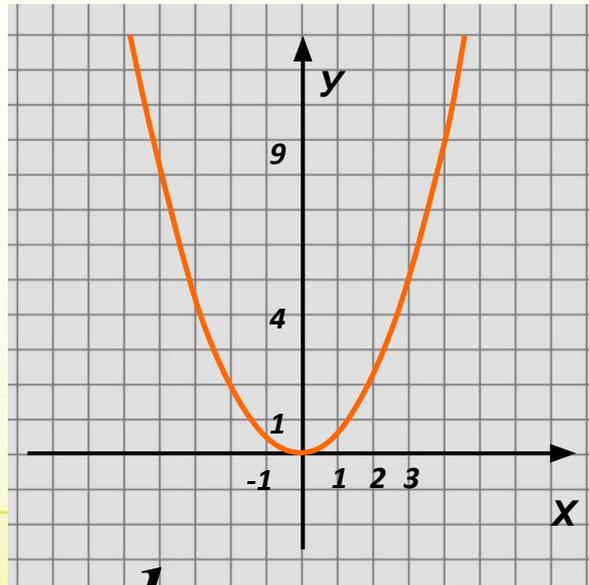
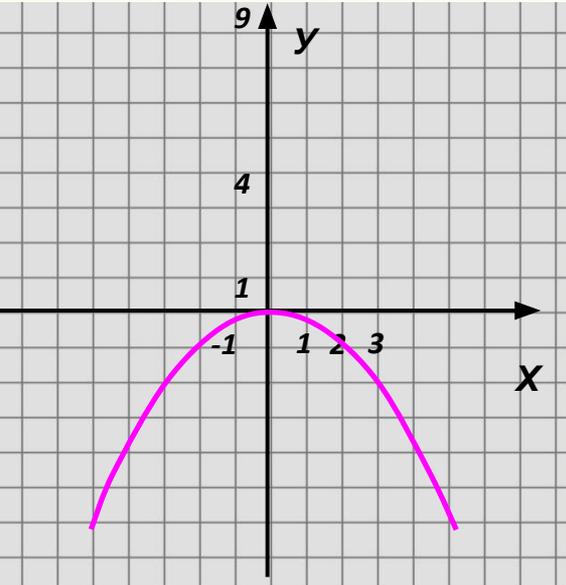
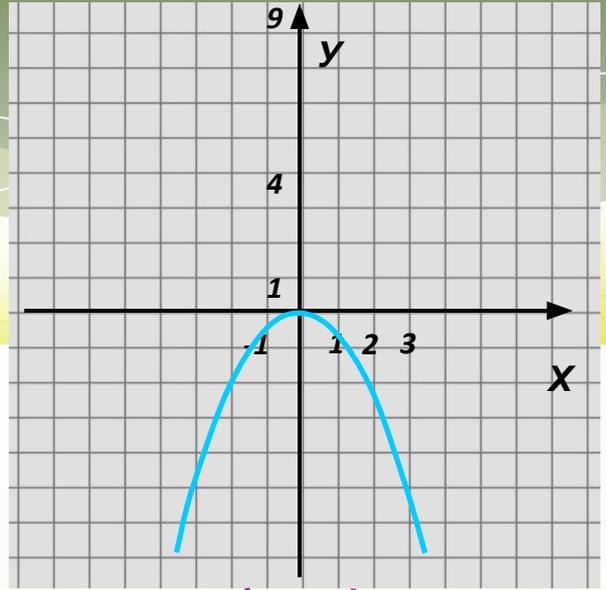
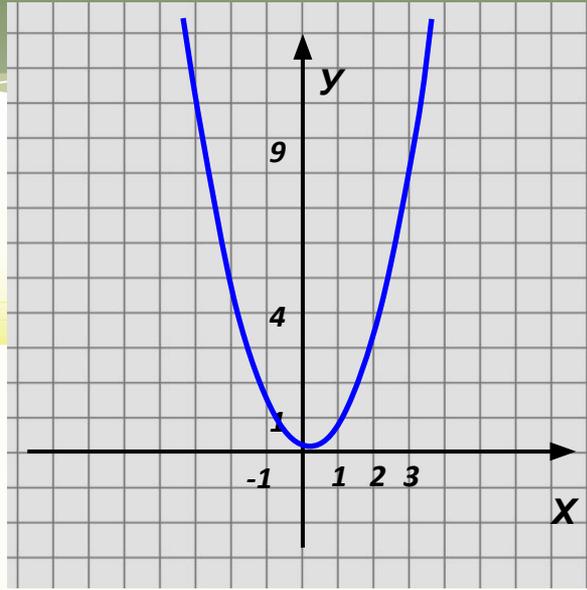
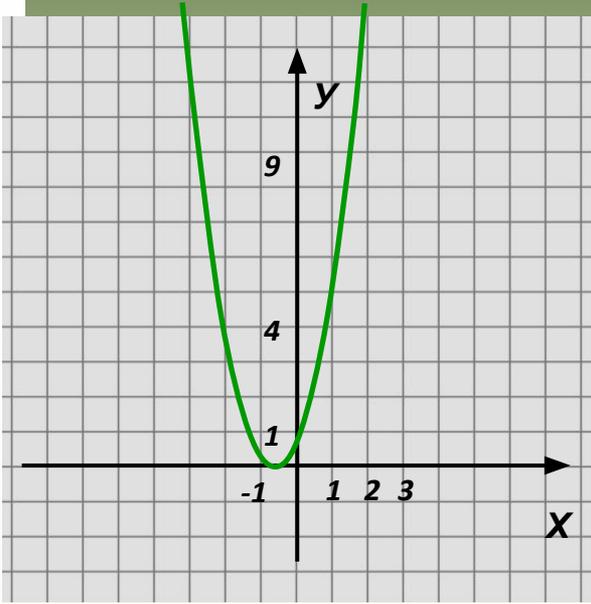
3) $y=5x^2-3x-2$

$(0;0);(1;0)$

$(0;3)$

$(1;0);(-0,4;0);(0;2)$

Установите соответствие:



$$y = x^2$$

$$y = 2x^2$$

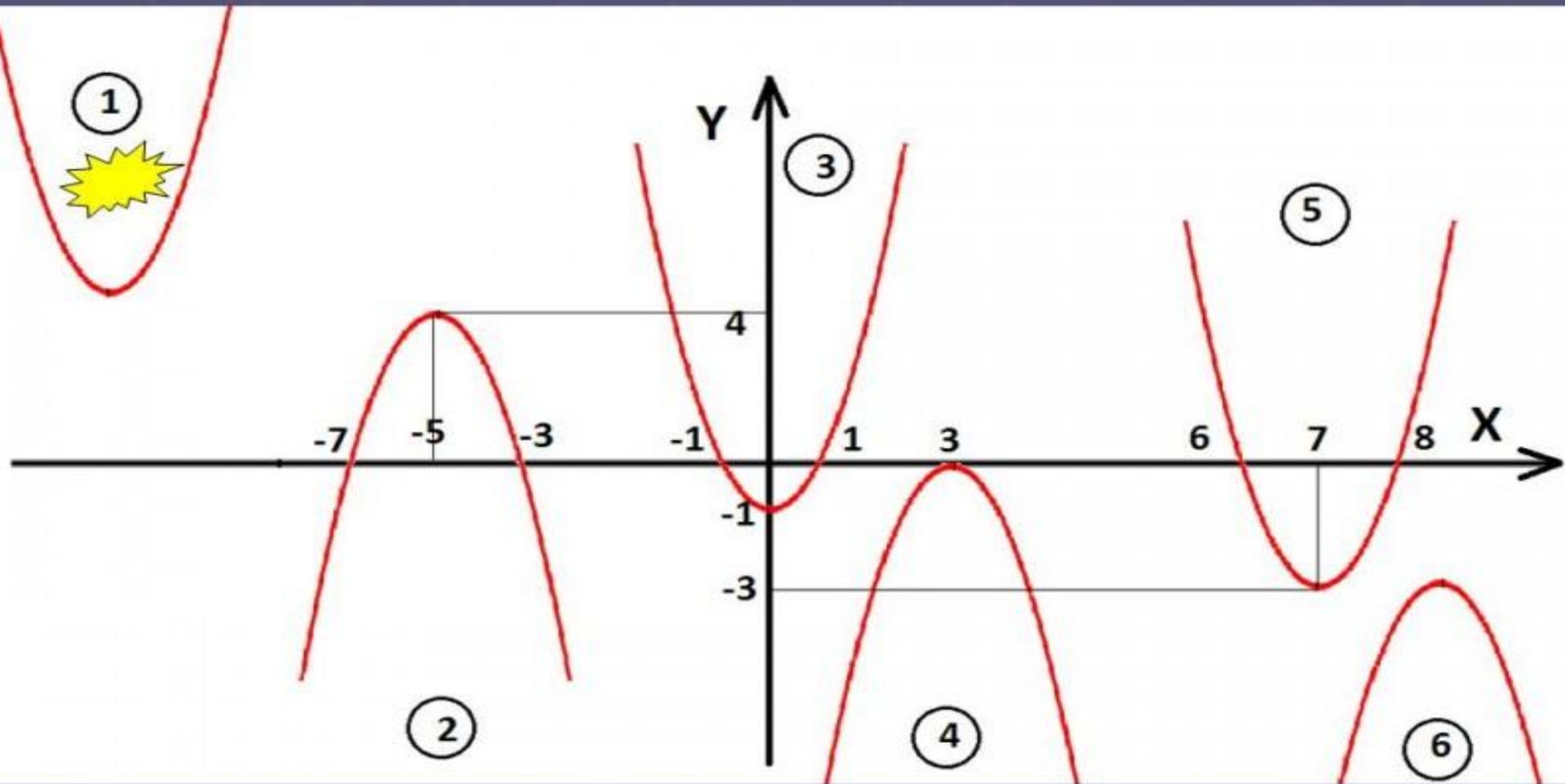
$$y = -\frac{1}{4}x^2$$

$$y = 4x^2$$

$$y = \frac{1}{2}x^2$$

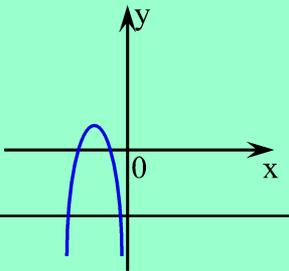
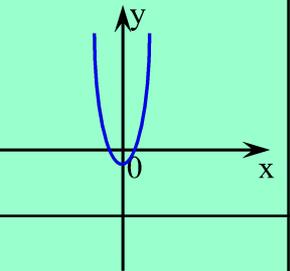
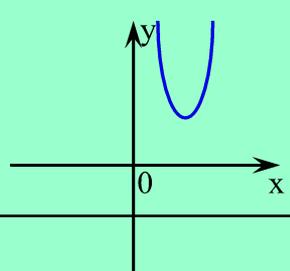
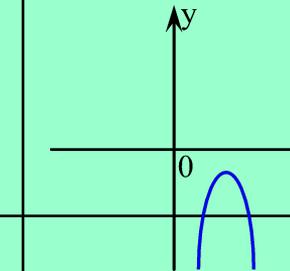
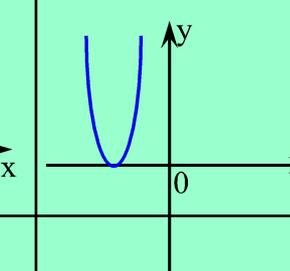
$$y = -\frac{1}{2}x^2$$

Найти знаки a и D

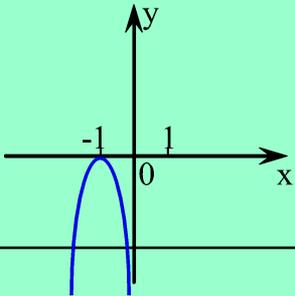
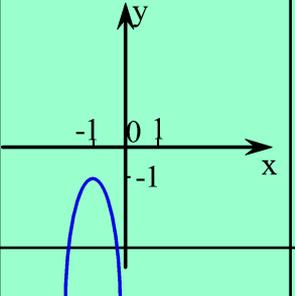
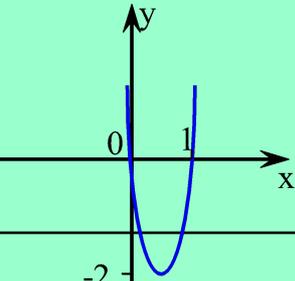
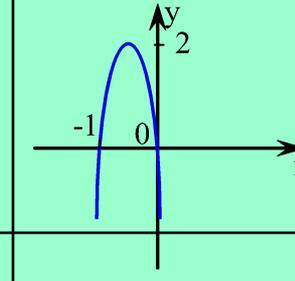
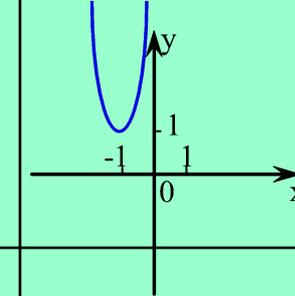


Тест

Для каждой из функций, графики которых изображены, выберите соответствующее условие и отметьте знаком «+».

| | | | | | |
|----------------|---|---|---|---|---|
| |  |  |  |  |  |
| $D > 0; a > 0$ | | | | | |
| $D > 0; a < 0$ | |  | | | |
| $D < 0; a > 0$ |  | | | | |
| $D < 0; a < 0$ | | |  | | |
| $D = 0; a > 0$ | | | |  | |
| $D = 0; a < 0$ | | | | |  |

Тест.

| | $y < 0$ | $y < 0$ | $y > 0$ | $y > 0$ | $y < 0$ |
|---------------------|---|---|---|---|---|
| |  |  |  |  |  |
| $(-1; 1)$ | | | | | |
| $(-\infty; 0)$ | | | | | |
| $(1; \infty)$ | | | | | |
| $(-\infty; \infty)$ | | |  | | |
| $(-1; 0)$ | |  | | | |
| $x \neq -1$ |  | | |  | |
| Нет значений x | | | | |  |

Построить график функции и по графику выяснить ее свойства.

$$y = -x^2 - 6x - 8$$

Свойства функции:

$y > 0$ на промежутке

$(-4; -2)$

$y < 0$ на промежутке

$(-\infty; -4) \cup (-2; \infty)$

Функция возрастает на промежутке

$(-\infty; -3]$

Функция убывает на промежутке

$[-3; \infty)$

Наибольшее значение функции равно

1, при $x = -3$

Функция

$$y = 2x^2 + 4x - 5$$

План построения

1) Построить вершину параболы

$$x_0 = \frac{-b}{2a} = \frac{-4}{2 \cdot 2} = -1$$

$$y_0 = y(x_0) = -7$$

2) Построить ось симметрии $x = -1$

3) Найти нули функции

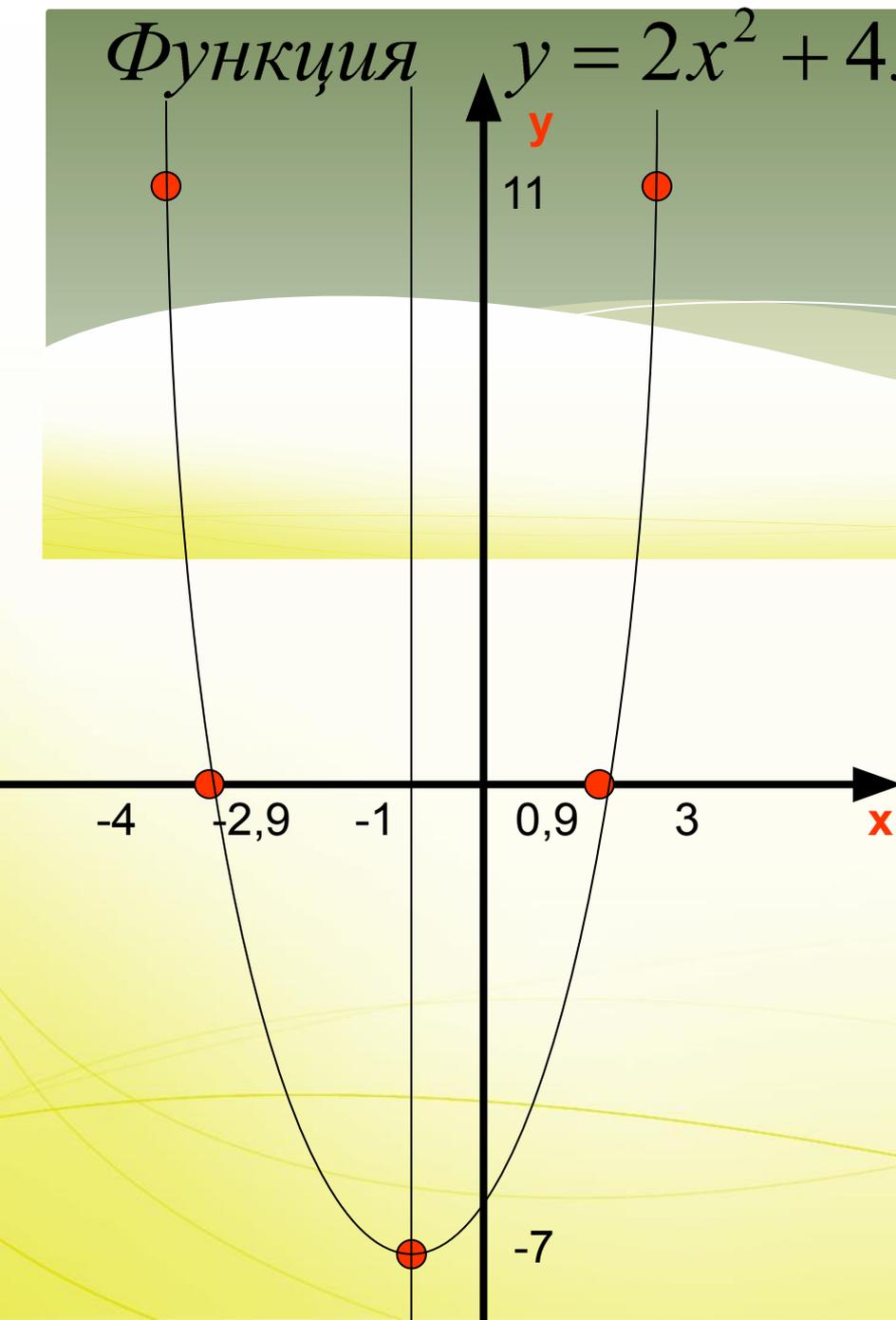
$$(x_1; 0), (x_2; 0)$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad x_1 = -2,9; \quad x_2 = 0,9$$

4) Дополнительные точки

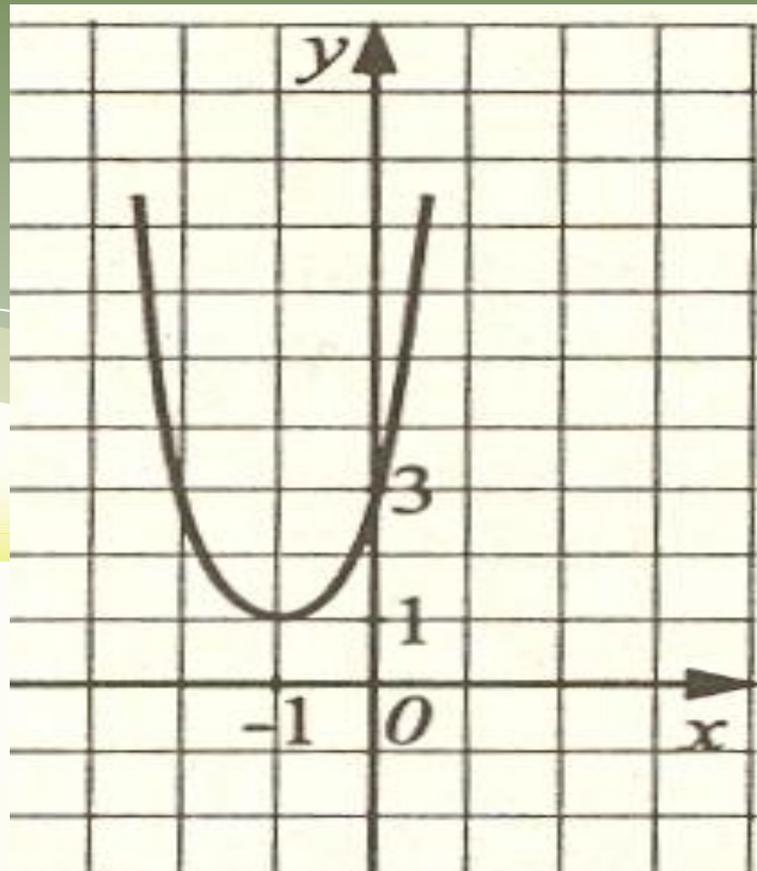
$$(-4; 11); (3; 11)$$

5) Построить параболу по точкам



Задание 1

На рисунке изображен график квадратичной функции. Какая из перечисленных формул задает эту функцию?



1) $y = -2x^2 + 4x - 3$

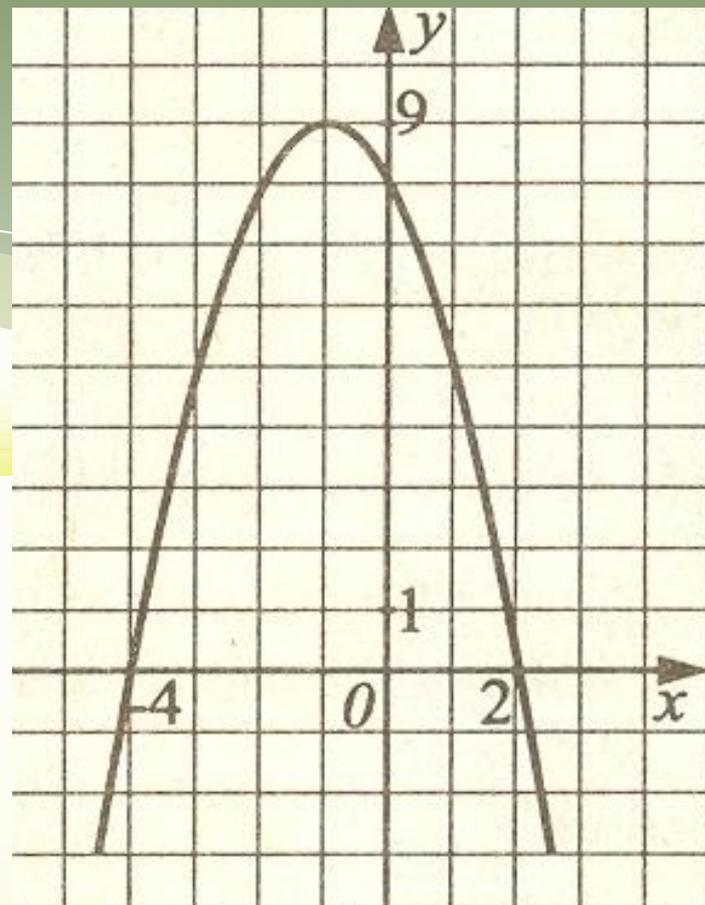
2) $y = -5x^2 + 10x + 3$

3) $y = x^2 + 2x + 3$

4) $y = 2x^2 + 4x + 3$

Задание 2

На рисунке изображен график квадратичной функции. Какая из перечисленных формул задает эту функцию?



1) $y = x^2 + 5x + 6$

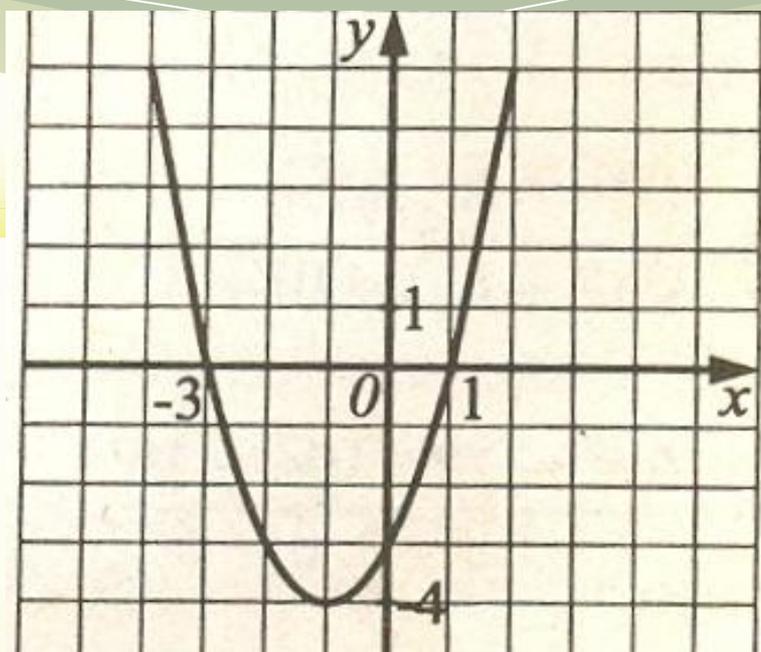
2) $y = -x^2 + 2x + 8$

3) $y = x^2 + 2x - 8$

4) $y = -x^2 - 2x + 8$

Задание 3

На рисунке изображен график квадратичной функции. Какая из перечисленных формул задает эту функцию?



1) $y = x^2 - 2x - 3$

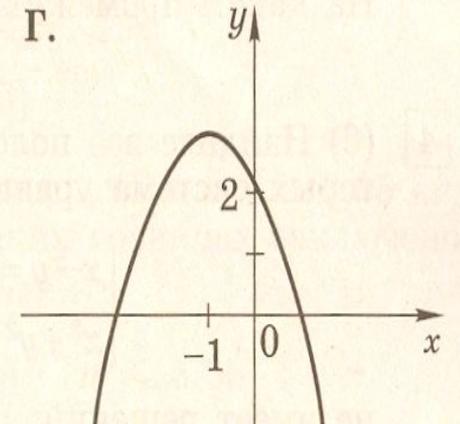
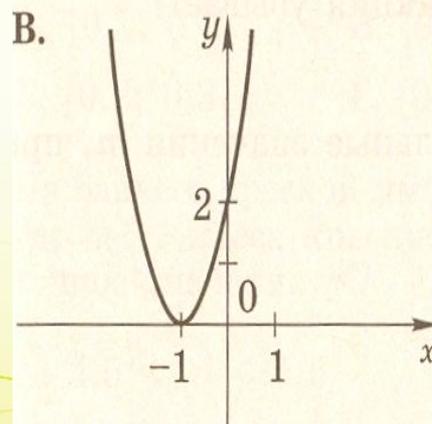
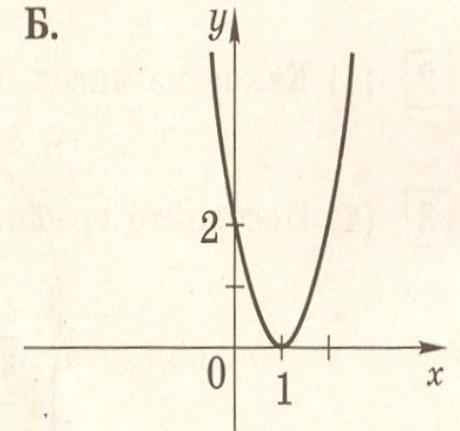
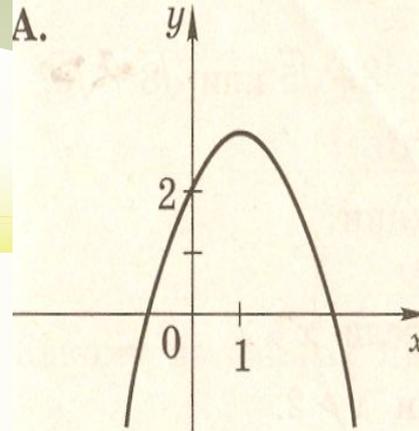
2) $y = 2x^2 + 4x + 6$

3) $y = x^2 + 2x - 3$

4) $y = 2x^2 - 4x + 6$

Задание 4

На каком рисунке изображён график функции $y=f(x)$, обладающий свойствами: $f(0)=2$ и функция убывает на промежутке $(-\infty; \infty]$?



Параболу, построенную в координатной плоскости, соотнесите с ее уравнением

1 $y = -x^2$

2 $y = 2x^2$

3 $y = x^2$

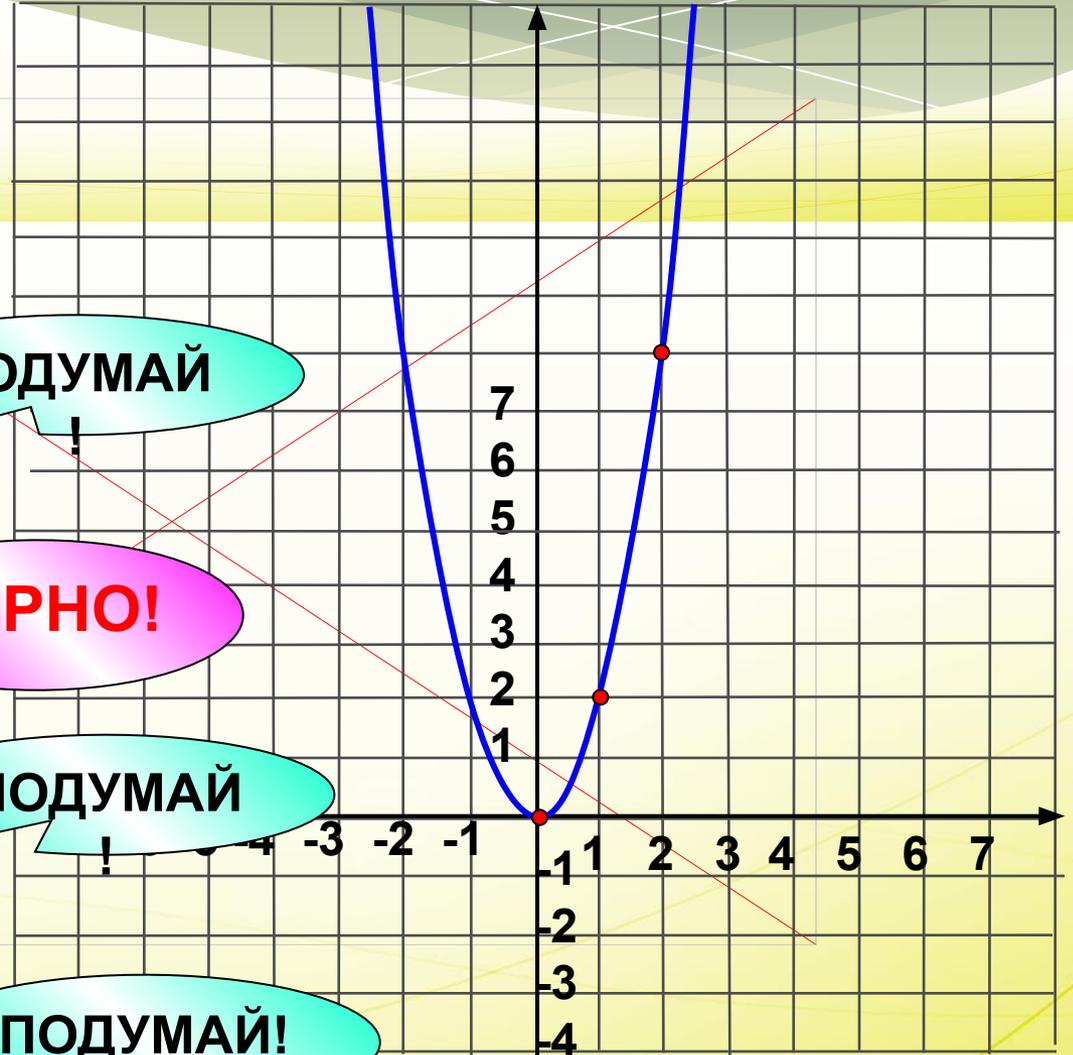
4 $y = x^2 - 1$

ПОДУМАЙ!

ВЕРНО!

ПОДУМАЙ!

ПОДУМАЙ!



Напишите уравнение параболы, изображенной на рисунке.

ВЕРНО!

1 $y = -(x-1)^2 + 2$

2 $y = (x+1)^2 + 2$

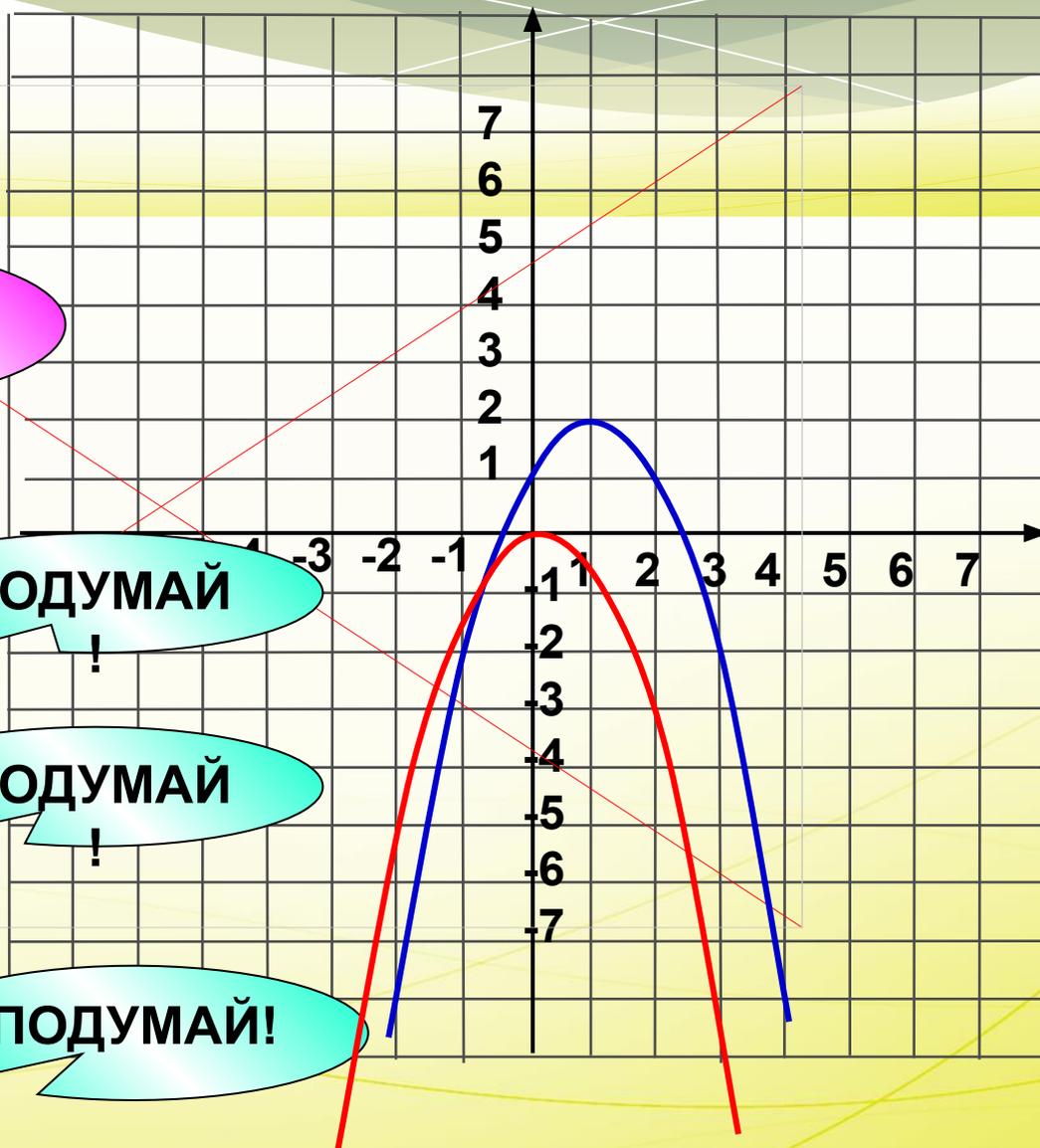
3 $y = (x-1)^2 + 2$

4 $y = -(x-1)^2 - 2$

ПОДУМАЙ!

ПОДУМАЙ!

ПОДУМАЙ!



По графику функции найдите наименьшее значение функции.

$E(y): y \in [-1; +\infty)$

1 0

2 1

3 -1

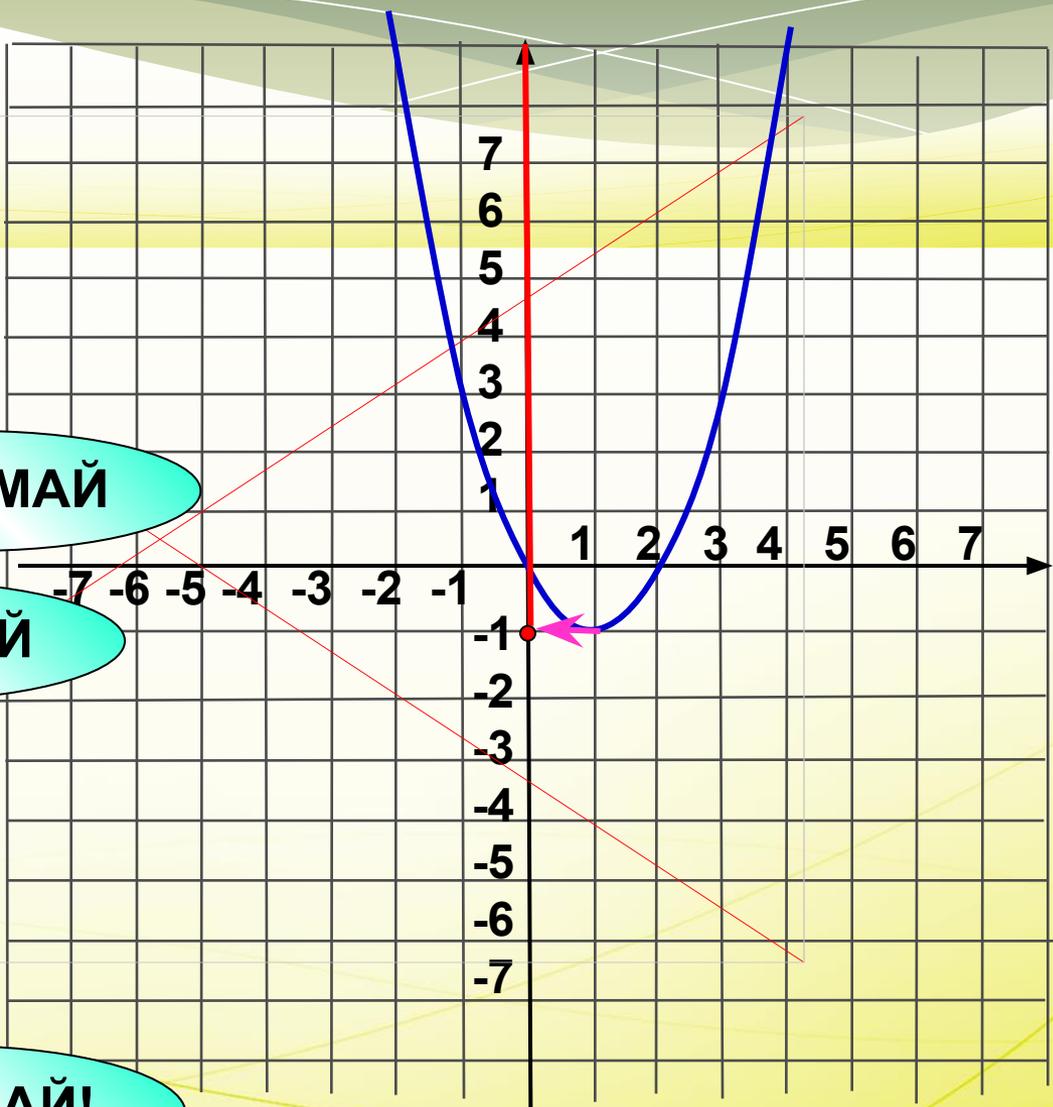
4 3

ПОДУМАЙ!

ПОДУМАЙ!

ВЕРНО!

ПОДУМАЙ!



Какая из функций является ограниченной сверху?

1 $y = (-x - 2)^2 + 1$

ПОДУМАЙ

!

2 $y = 3x^2 + 4x + 1$

ПОДУМАЙ

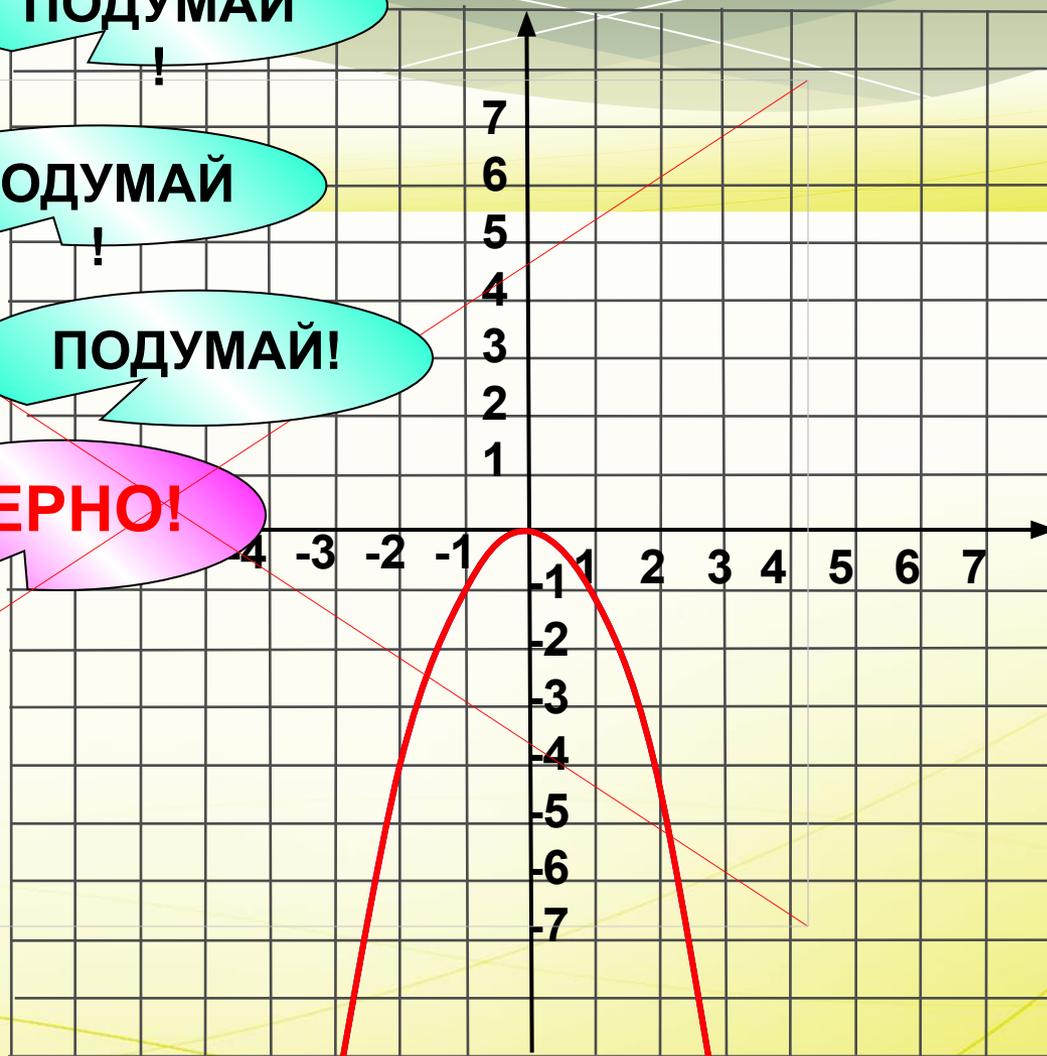
!

3 $y = (x + 2)^2 - 1$

ПОДУМАЙ!

4 $y = -(x + 2)^2 - 1$

ВЕРНО!



Какая из функций является ограниченной снизу?

ВЕРНО!

1 $y = (-x-1)^2 + 2$

ПОДУМАЙ

!

2 $y = -(x-1)^2 + 2$

ПОДУМАЙ!

3 $y = -2x^2 + 1$

4 $y = -2(x-1)^2 - 2$

ПОДУМАЙ

!

$$y = (-x-1)^2 + 2 = \left(- (x+1)\right)^2 + 2 = (x+1)^2 + 2$$

$$a > 0$$

Найдите координаты точки пересечения графика функции

$$y = x^2 - 7x + 12 \quad \text{с осью } Oy.$$

$$x=0$$

ПОДУМАЙ

$$0 - 7x \cdot 0 + 12$$

!

1 (4; 0)

ВЕРНО!

2 (0; 12)

3 (4; 3)

ПОДУМАЙ

!

4 (3,5; 12)

ПОДУМАЙ!

Найдите координаты точки пересечения графика функции

$$y = x^2 - 7x + 12 \quad \text{с осью } Oy.$$

$$x=0$$

ПОДУМАЙ

$$0 - 7x \cdot 0 + 12$$

!

1 (4; 0)

ВЕРНО!

2 (0; 12)

3 (4; 3)

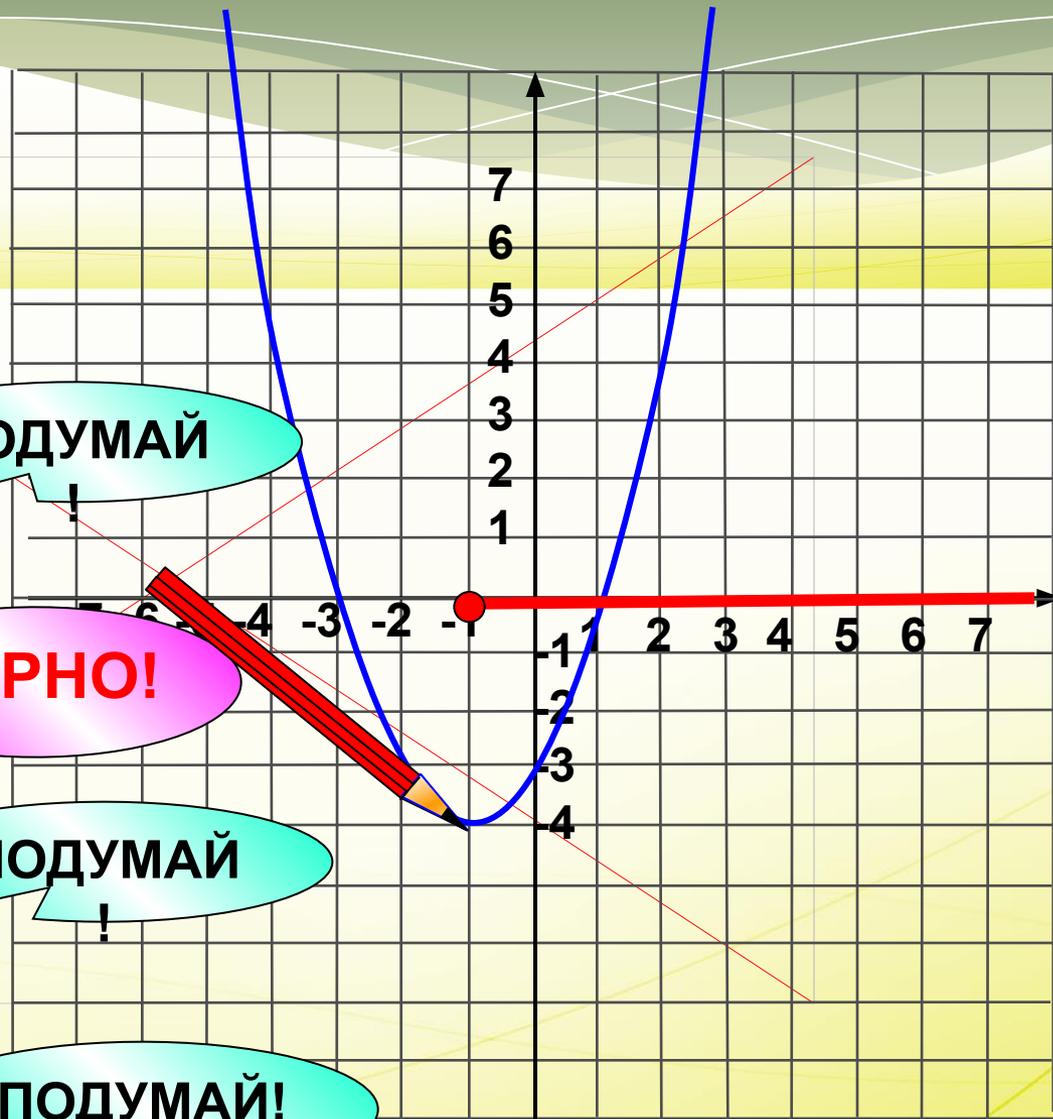
ПОДУМАЙ

!

4 (3,5; 12)

ПОДУМАЙ!

По графику функции найдите промежутки ее возрастания.



ПОДУМАЙ!

1 $[-4; +\infty)$

ВЕРНО!

2 $[-1; +\infty)$

ПОДУМАЙ!

3 $(-\infty; -1]$

ПОДУМАЙ!

4 $[-3; 1]$

Выберите график,
соответствующий
функции

$$y = (x - 1)^2 - 1$$

ПОДУМАЙ!

Верно!

ПОДУМАЙ!

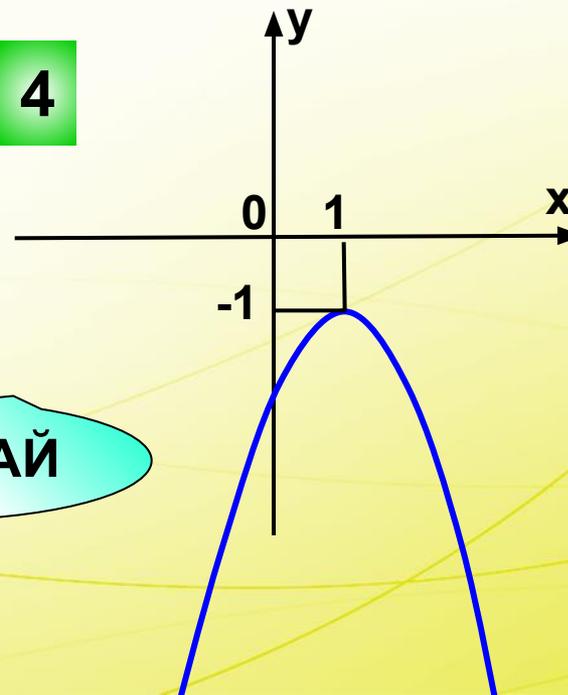
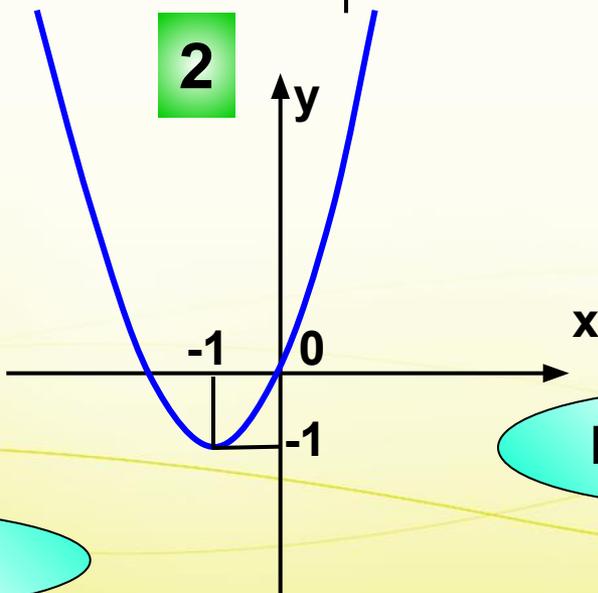
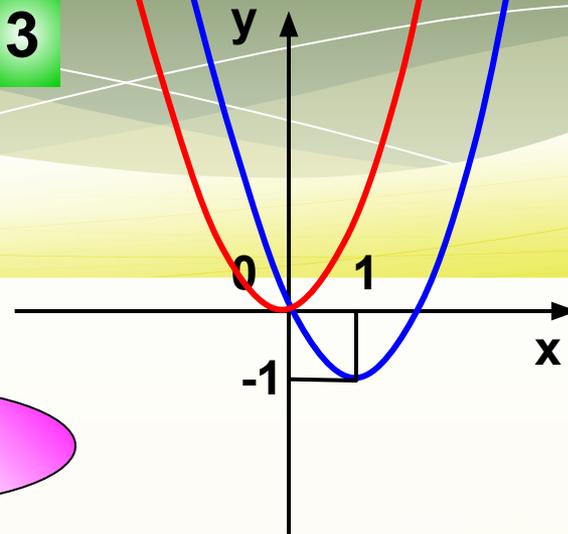
ПОДУМАЙ!

1

3

2

4



Какую из функций можно назвать обратной пропорциональностью?

$$y = \frac{k}{x}$$

1

$$y = -\frac{x}{7}$$

ПОДУМАЙ!
!

2

$$y = -\frac{7}{x}$$

ВЕРНО!

3

$$y = \frac{1}{3}x$$

ПОДУМАЙ!
!

4

$$y = \frac{1}{2}x + 1$$

ПОДУМАЙ!

Какая линия является графиком функции $y(x) = -\frac{3}{x}$

ПОДУМАЙ

1 прямая, проходящая через начало координат

2 прямая, проходящая через II и IV координатные четверти

ПОДУМАЙ

3 гипербола

ВЕРНО!

4 парабола

ПОДУМАЙ!

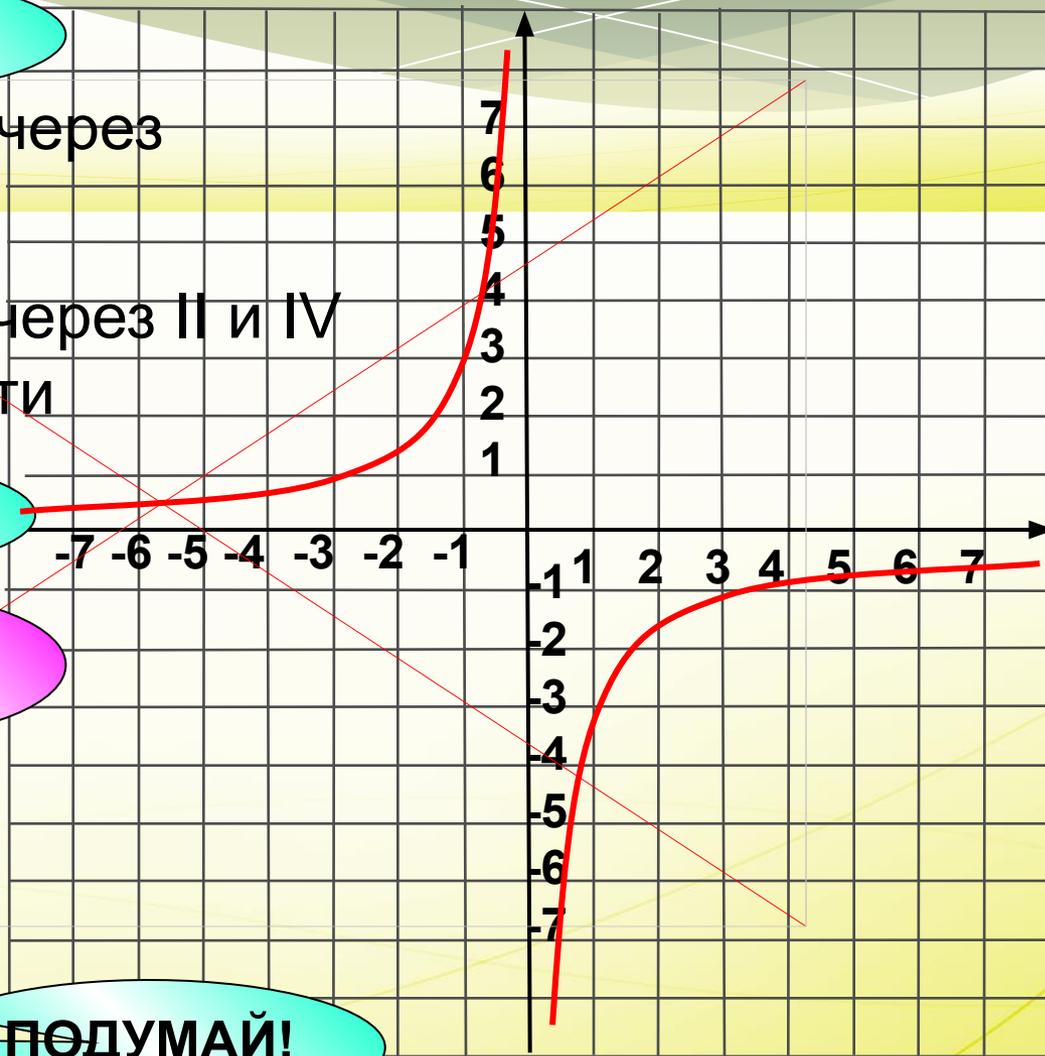
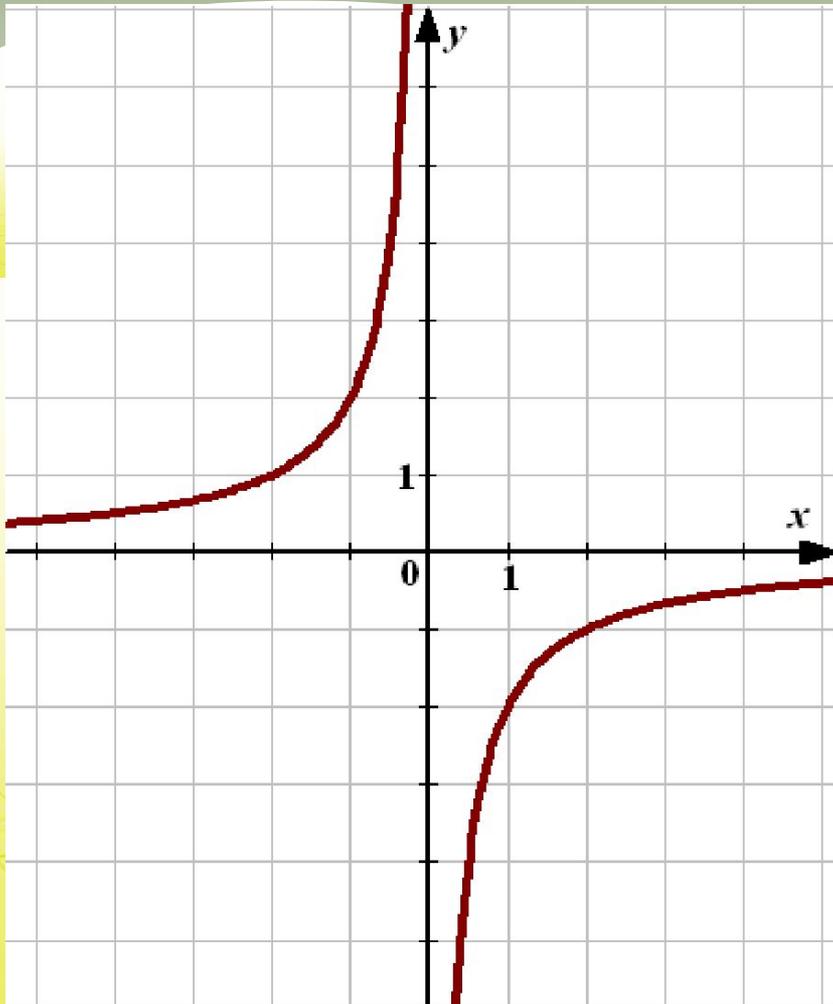


График какой из приведенных ниже функций изображен на рисунке?



$$y = -\frac{2}{x}$$



$$y = -\frac{x}{2}$$



$$y = \frac{2}{x}$$

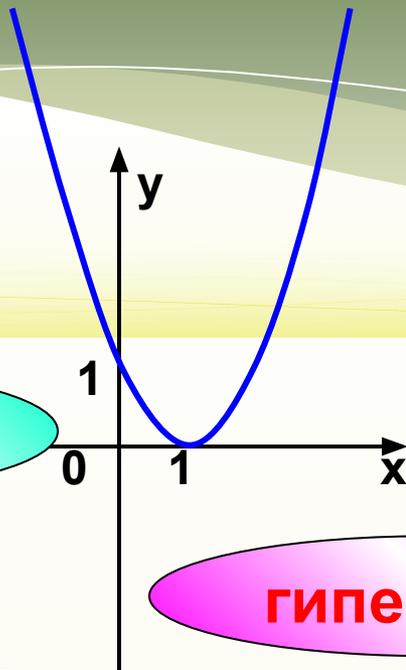


$$y = -\frac{1}{2x}$$

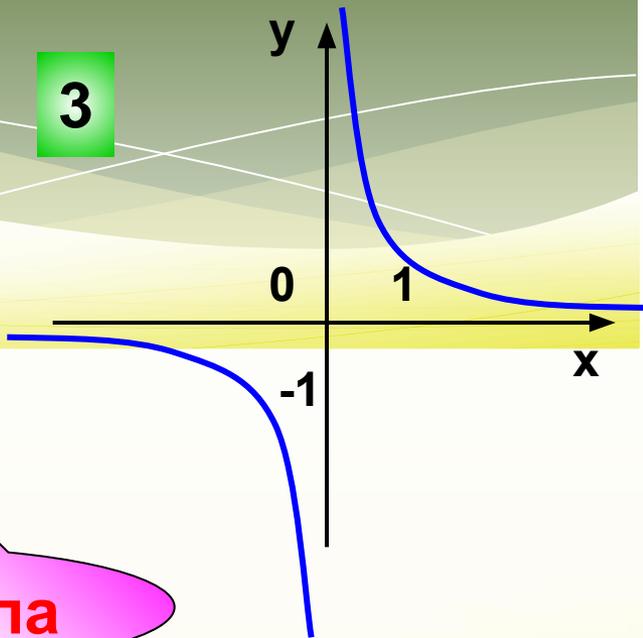


Какой из графиков функций, представленных на рисунке является гиперболой?

1



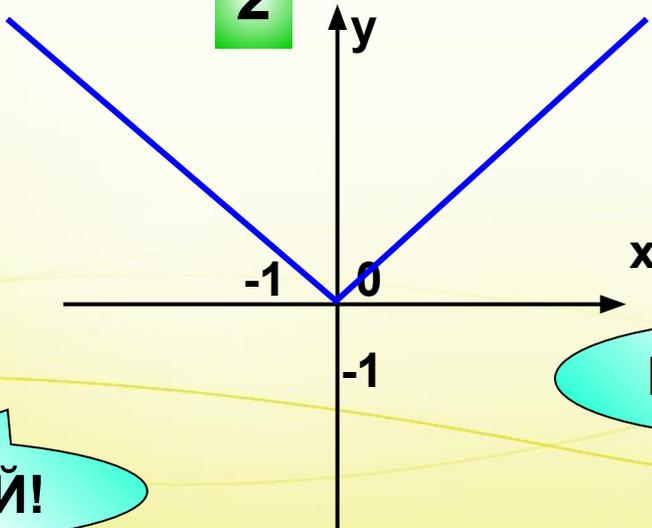
3



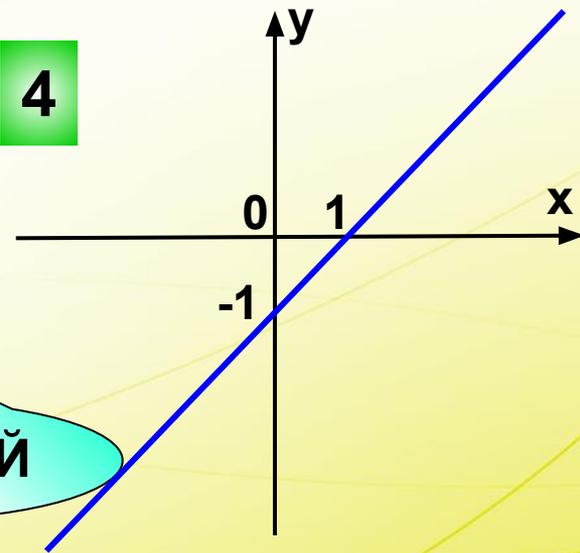
ПОДУМАЙ!

гипербола

2



4

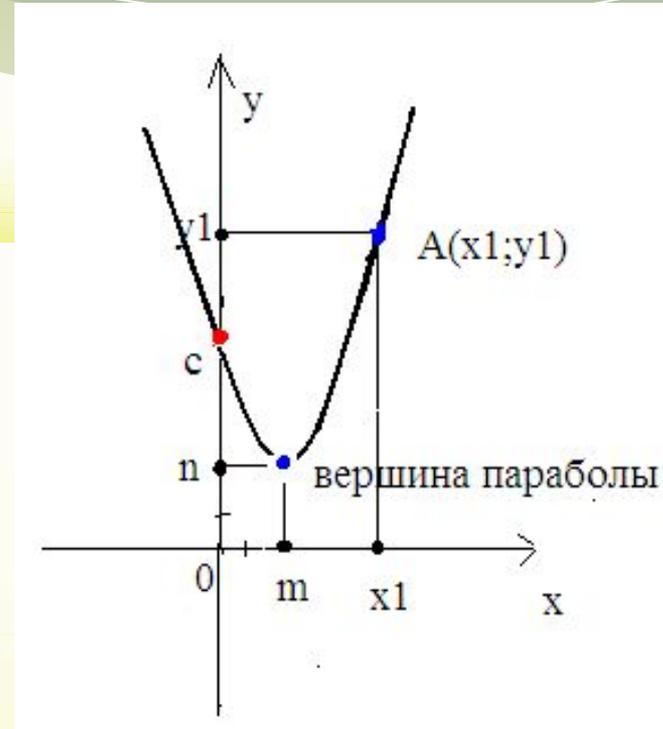


ПОДУМАЙ!

ПОДУМАЙ!

Нахождение значения коэффициента a по графику квадратичной функции

- * 1) по графику определяем координаты вершины (m, n)
- * 2) по графику определяем координаты любой точки $A(x_1, y_1)$
- * 3) подставляем эти значения в формулу квадратичной функции, заданной в виде:
$$y = a(x - m)^2 + n$$
- * 4) решаем полученное уравнение.



Найдите значение a по графику функции $y=ax^2+bx+c$, изображенному на рисунке.

Решение :

1. Координаты вершины: $(m;n)=(-1;1)$;
2. Координаты любой точки графика: $(x_1;y_1)=(1;-3)$;
3. Подставляем в формулу $Y=a(x-m)^2+n$:

$$-3=a(1-(-1))^2 +1;$$

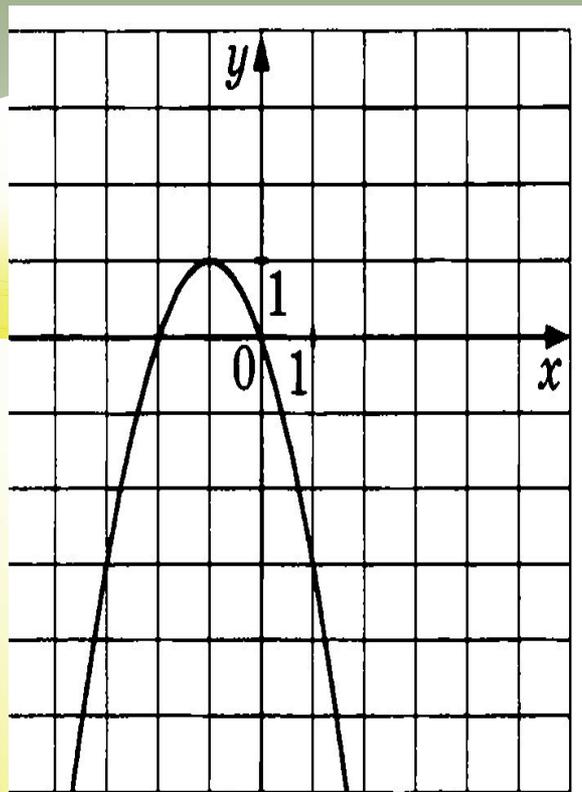
$$-3=a(1+1)^2 +1;$$

$$-3=4a+1;$$

$$4a=-4;$$

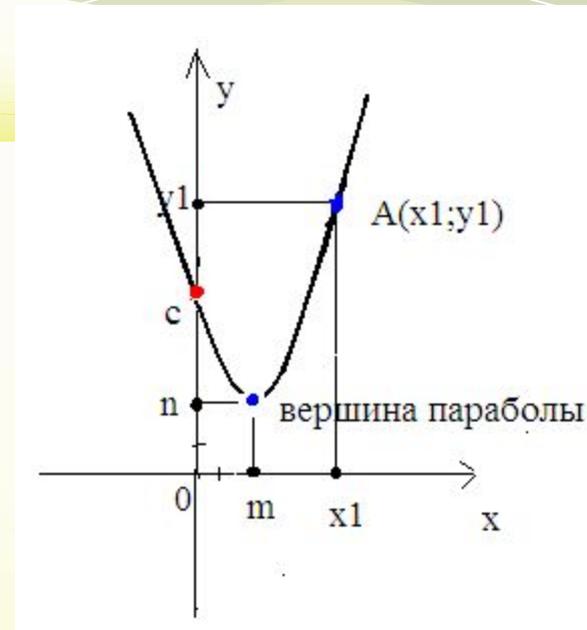
$$a=-1$$

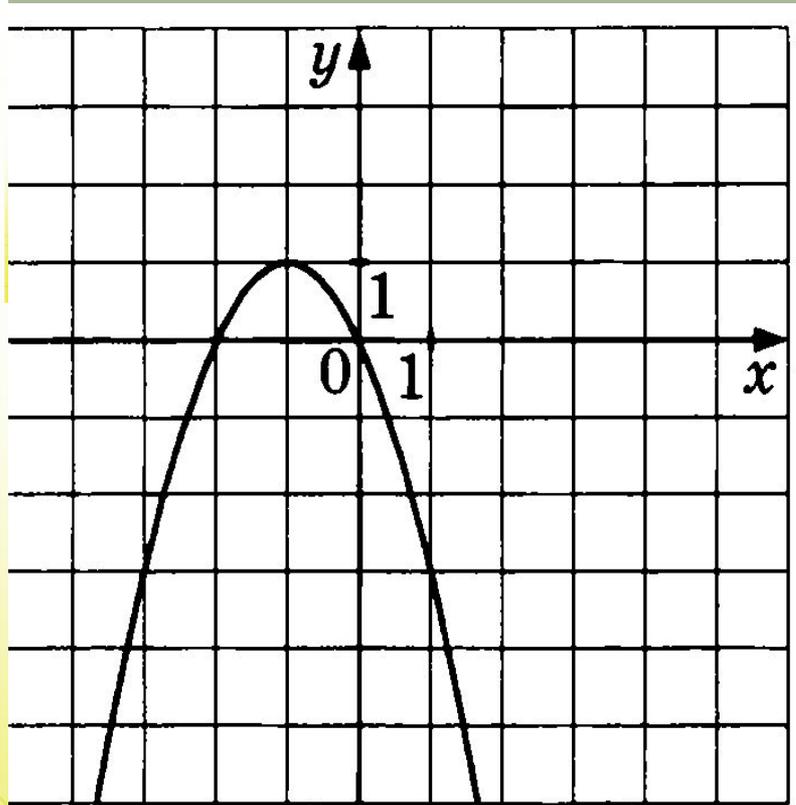
Ответ : -1



Нахождение коэффициента **b** по графику квадратичной функции

- * Находим значение коэффициента **a** (смотри выше)
- * В формулу для абсциссы вершины параболы $m = -b/2a$ подставляем значения **m** и **a**
- * Вычисляем значение коэффициента **b**.





* Найдите значение b по графику функции $y=ax^2+bx+c$, изображенному на рисунке.

* Решение:

1. Находим значение коэффициента a

Координаты вершины: $(m;n)=(-1;1)$;

Координаты любой точки графика: $(x_1;y_1)=(1;-3)$;

Подставляем в формулу $Y=a(x-m)^2+n$:

$$-3=a(1-(-1))^2+1;$$

$$-3=a(1+1)^2+1;$$

$$-3=4a+1;$$

$$4a=-4;$$

$$a=-1;$$

* 2. подставляем значения a и m в формулу

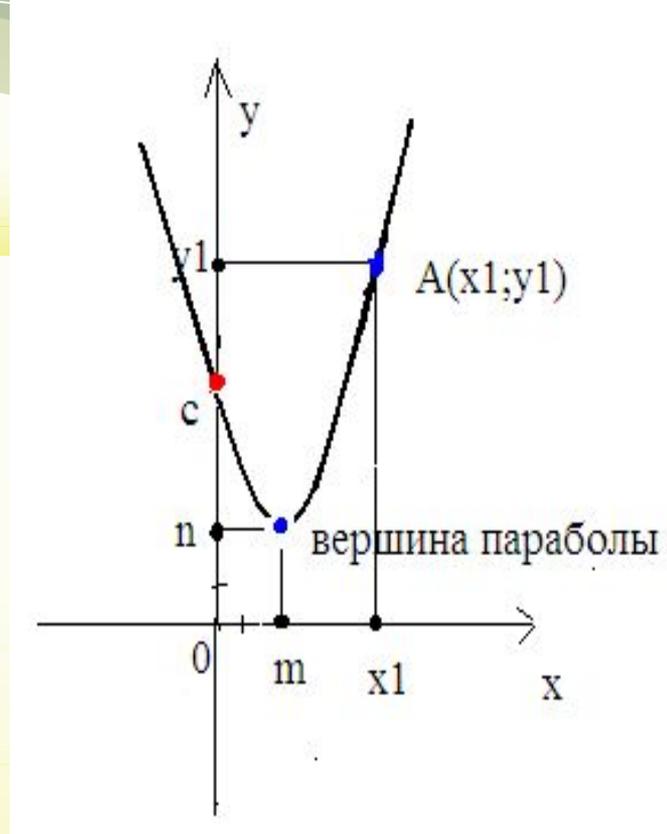
$$m=-b/2a:$$

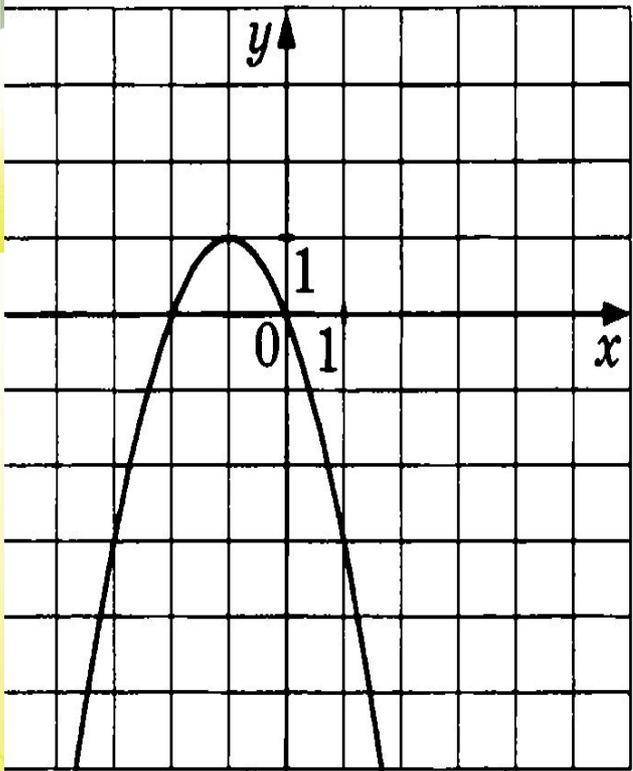
$$-1=-b/(2 \cdot (-1));$$

$$b=-2$$

Нахождение коэффициента c по графику квадратичной функции

- * Находим ординату точки пересечения графика с осью Oy , это значение равно коэффициенту c , т.е. точка $(0;c)$ -точка пересечения параболы с осью Oy .
- * Если по графику невозможно найти точку пересечения с осью Oy , то находим коэффициенты a ; b
- * Подставляем найденные значения a , b , координаты $A(x_1, y_1)$ в уравнение $y = ax^2 + bx + c$ и находим c .





Найдите значение c по графику функции $y=ax^2+bx+c$, изображенному на рисунке.

Решение :

1. Ордината точки пересечения графика с осью Oy равна 0 , следовательно, $c=0$.

Ответ : 0

* Найдите значение коэффициентов a, b, c по графику функции $y = ax^2 + bx + c$, изображенному на рисунке.

Решение :

1. Находим значение коэффициента a :

$$(m;n)=(2;-3)$$

$$(x;y)=(3;-1)$$

$$-1=a(3-2)^2 -3;$$

$$-1=a-3;$$

$$a=2;$$

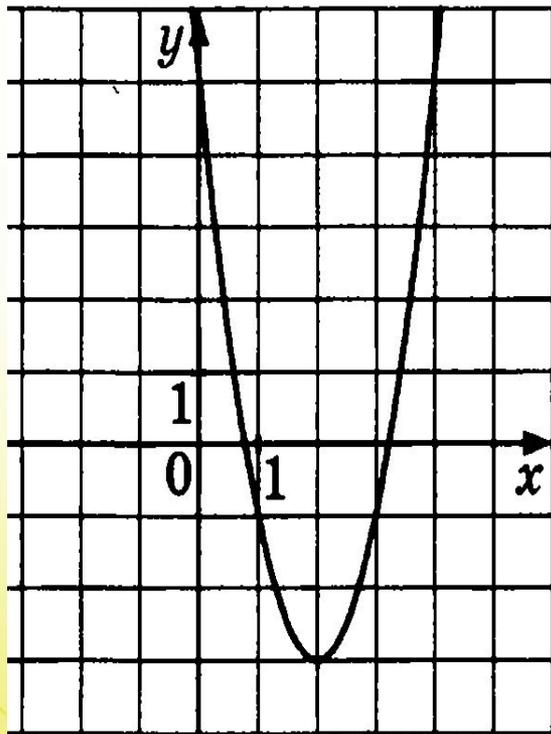
2. Находим значение коэффициента b :

$$2=-b/2 \cdot 2$$

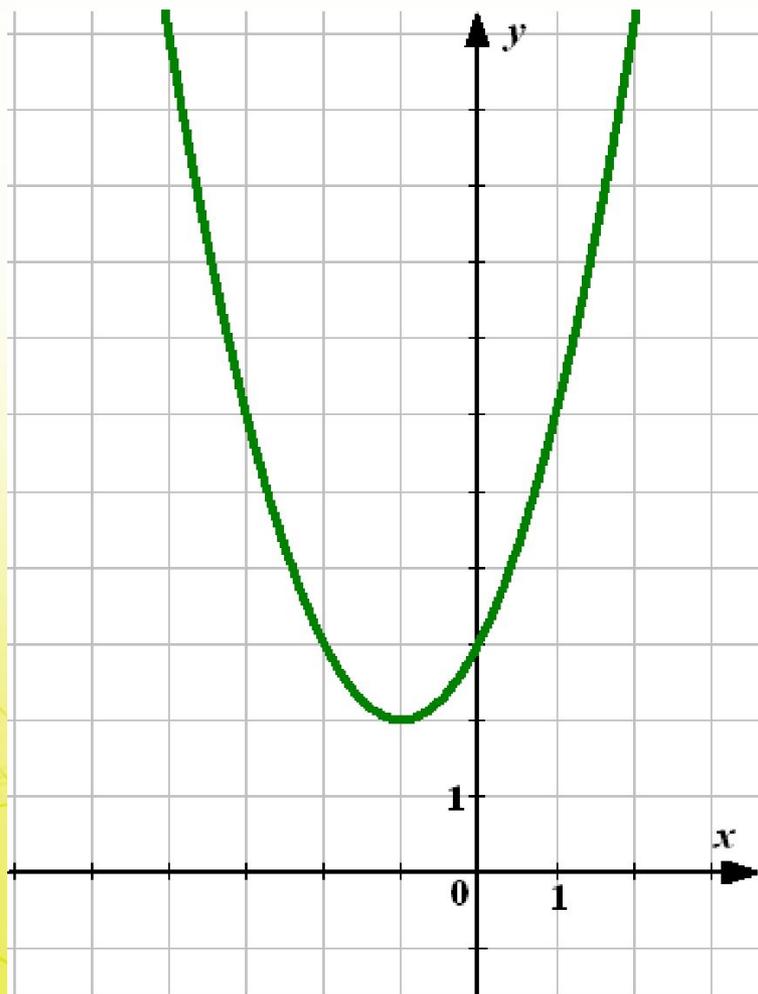
$$b=-8;$$

3. Находим значение c :

$$-3=2 \cdot 4 - 8 \cdot 2 + c \quad c=5$$



Найдите значение a по графику
функции $y = ax^2 + bx + c$,
изображенному на рисунке.



Подсказка

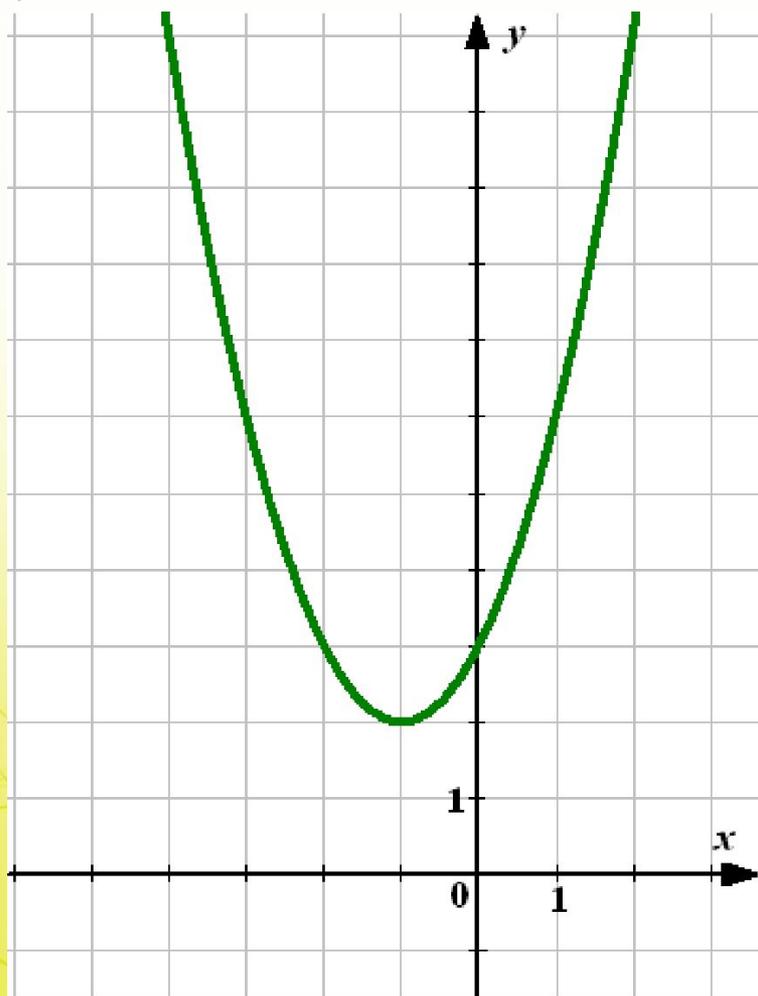
-1

1

2

3

Найдите значение b по графику
функции $y = ax^2 + bx + c$,
изображенному на рисунке.



Подсказка

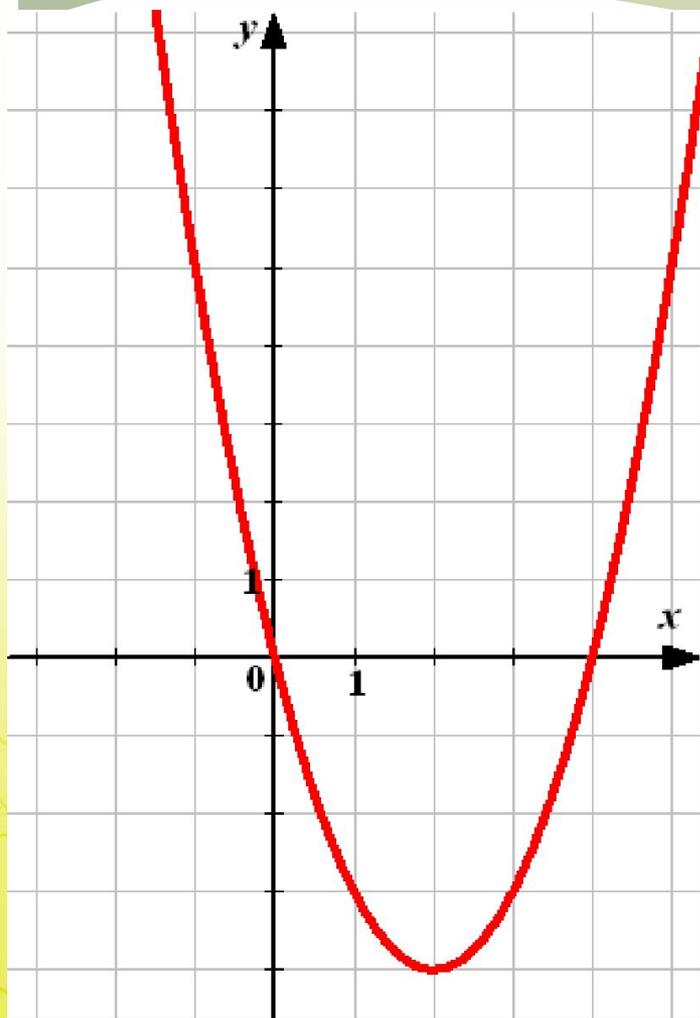
-2

1

2

3

Найдите значение c по графику
функции $y = ax^2 + bx + c$,
изображенному на рисунке.



1



0



-1



-4



Список литературы:

1. "Алгебра. Учебник для 8 кл. общеобразовательных учреждений" Ю.Н. Макарычев и др., изд-во «Просвещение», 2014.;
2. "Алгебра. Учебник для 9 кл. общеобразовательных учреждений" Ю.Н. Макарычев и др., изд-во «Просвещение», 2011.;
3. ОГЭ, Математика, 3000 задач с ответами, Часть 1, 2014.
Семенов А.Л., Ященко И.В., 2013.