

Алгебра 8

Квадратные уравнения

ГБОУ СОШ № 564

Акимова Ольга Борисовна,

учитель математики

Содержание:

- 1. Коэффициенты квадратного уравнения* теория
задачи
- 2. Полные и неполные квадратные уравнения* теория
задачи
- 3. Формула корней квадратного уравнения* теория
- 4. Исследование количества корней уравнения* теория
задачи
- 5. Квадратные уравнения: решаем устно* теория
- 6. Приведенные квадратные уравнения* теория
задачи
- 7. Формулы Виета* теория
- 8. Применение формул Виета* часть 1
часть 2



Квадратное уравнение:

$$ax^2 + bx + c = 0, a \neq 0$$

***a** – первый (старший) коэффициент*

***b** – второй коэффициент*

***c** – свободный член уравнения*



Квадратное уравнение:

$$ax^2 + bx + c = 0, a \neq 0$$

$b = 0$ и (или) $c = 0$?

Нет ↙

полное

например:

$$-5x^2 + 6x - 3 = 0$$

да ↘

неполное

например:

$$-x^2 + 6x = 0,$$

$$x^2 - 6 = 0, \quad -5x^2 = 0$$



Квадратное уравнение:

$$ax^2 + bx + c = 0, a \neq 0$$

Формула корней квадратного уравнения:

Шаг 1. Дискриминант

$$D = b^2 - 4ac$$

*Шаг 2. Квадратный
корень из дискриминанта*

$$\sqrt{D}$$

Шаг 3. Корни уравнения

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$$

Исследование существования корней квадратного уравнения:

$$ax^2 + bx + c = 0, a \neq 0$$

- Если a и c имеют **разные** знаки, то уравнение имеет **2** корня
- Если a и c **одного** знака, то исследуем дискриминант:
 - $D > 0$ – **2** корня (различных)
 - $D = 0$ – **1** корень (2 совпадающих)
 - $D < 0$ – корней нет

Квадратные уравнения: решаем устно

$$ax^2 + bx + c = 0, a \neq 0$$

• Если $a + b + c = 0$, то

уравнение имеет 2 корня: $x = 1$ и $x = \frac{c}{a}$

• Если $a - b + c = 0$, (или $a + c = b$) то

уравнение имеет 2 корня: $x = -1$ и $x = -\frac{c}{a}$

Квадратное уравнение:

$$ax^2 + bx + c = 0, a \neq 0$$

$a = 1?$

Нет

*уравнение
общего вида*

например:

$$-5x^2 + 6x - 3 = 0$$

Да

*приведенное
уравнение*

например:

$$x^2 + 6x - \frac{2}{7} = 0$$

$x^2 + px + q = 0$ – приведенное квадратное уравнение

Теорема Виета

прямая

Если x_1 и x_2 –

корни уравнения

$x^2 + px + q = 0$, то

справедливы формулы

$$x_1 + x_2 = -p,$$

$$x_1 \cdot x_2 = q.$$

обратная

*Если числа p, q, x_1, x_2
таковы, что*

$$x_1 + x_2 = -p,$$

$$x_1 \cdot x_2 = q,$$

*то x_1 и x_2 – корни
уравнения*

$$x^2 + px + q = 0.$$



Формулы Виета

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = -p, \\ x_1 \cdot x_2 = q, \end{cases}$$

второй коэффициент с противоположным знаком

свободный член уравнения

где

p и q – коэффициенты приведенного квадратного уравнения $x^2 + px + q = 0$,

x_1 и x_2 – корни этого уравнения.



Назовите коэффициенты
квадратных уравнений:

$ax^2 + bx + c = 0$, $a = \dots$; $b = \dots$; $c = \dots$?

- | | |
|--------------------------------|---------------------------------------|
| 1) $7x^2 + 3x + 5 = 0$; | 6) $2x - 8,1x^2 + 15 = 0$; |
| 2) $x^2 - 2x + 3,2 = 0$; | 7) $-3x - x^2 = 0$; |
| 3) $-x^2 + 6x = 0$; | 8) $22 - 3x + x^2 = 0$; |
| 4) $9x^2 + x - \sqrt{2} = 0$; | 9) $5 - 2\sqrt{3}x^2 = 0$; |
| 5) $-2x^2 - \frac{1}{5} = 0$; | 10) $7,2x - \frac{3}{11} + x^2 = 0$. |



Какие из данных квадратных уравнений являются неполными?

$$\underline{ax^2 + bx + c = 0},$$

$a \neq 0, b = 0$ и (или) $c = 0$ - неполное квадратное уравнение

1) $7x^2 + 3x + 5 = 0;$

6) $2x - 8,1x^2 + 15 = 0;$

2) $x^2 - 2x + 3,2 = 0;$

7) $-3x - x^2 = 0;$

3) $-x^2 + 6x = 0;$

8) $22 - 3x + x^2 = 0;$

4) $9x^2 + x - \sqrt{2} = 0;$

9) $5 - 2\sqrt{3}x^2 = 0;$

5) $-2x^2 - \frac{1}{5} = 0;$

10) $7,2x - \frac{3}{11} + x^2 = 0.$



Выясните, имеет ли заданное уравнение корни. В случае утвердительного ответа, укажите их количество.

№	Уравнение	Исследование дискриминанта $D = \underline{b^2 - 4ac}$	Количество корней
1	$x^2 - 5x + 9 = 0$	$D = (-5)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 9 = 25 - 36, D < 0$	корней нет
2	$x^2 - 7x + 9 = 0$	$D = (-7)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 9 = 49 - 36, D > 0$	2 корня
3	$-3x^2 + x + 3 = 0$	$D = 1^2 - 4 \cdot (-3) \cdot 3 = 1 + 36, D > 0$	2 корня
4	$x^2 - 8x + 16 = 0$	$D = (-8)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 16 = 64 - 64, D = 0$	1 корень
5	$14x^2 + 13x - 15 = 0$	$D = 13^2 - 4 \cdot 14 \cdot (-15), D > 0$	2 корня
6	$x^2 - 8x - 16 = 0$	$D = (-8)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-16) = 64 + 64, D > 0$	2 корня
7	$-11x^2 + x - 9 = 0$	$D = 1^2 - 4 \cdot (-11) \cdot (-9) = 1 - 396, D < 0$	1 корень

Какие из данных квадратных уравнений являются приведенными?

$$\underline{ax^2 + bx + c = 0},$$

a = 1 - приведенное квадратное уравнение

1) $7x^2 + 3x + 5 = 0;$ 6) $2x - 8,1x^2 + 15 = 0;$

2) $x^2 - 2x + 3,2 = 0;$ 7) $-3x - x^2 = 0;$

3) $-x^2 + 6x = 0;$ 8) $22 - 3x + x^2 = 0;$

4) $9x^2 + x - \sqrt{2} = 0;$ 9) $5 - 2\sqrt{3}x^2 = 0;$

5) $-2x^2 - \frac{1}{5} = 0;$ 10) $7,2x - \frac{3}{11} + x^2 = 0.$



Выясните, имеют ли данные уравнения корни. В случае утвердительного ответа найдите их, используя формулы Виета.

№	Уравнения	Исследование существования корней	$x_1 \cdot x_2$	$x_1 + x_2$	Корни уравнения	
1	$x^2 - x - 6 = 0$	$a > 0, c < 0 - 2$ корня	-6	1	-2	3
2	$x^2 + x - 6 = 0$	$a > 0, c < 0 - 2$ корня	-6	-1	-3	2
3	$x^2 + x + 6 = 0$	$D < 0 -$ корней нет				
4	$x^2 + 5x - 6 = 0$	$a > 0, c < 0 - 2$ корня	-6	-5	-6	1
5	$x^2 + 5x + 6 = 0$	$D > 0 - 2$ корня	6	-5	-3	-2
6	$x^2 - 6x + 8 = 0$	$D > 0 - 2$ корня	8	6	2	4
7	$x^2 - 2x + 3 = 0$	$D < 0 -$ корней нет				
8	$x^2 + 2005x - 2006 = 0$	$a > 0, c < 0 - 2$ корня	-2006	-2005	-2006	1
9	$x^2 - (1 - \sqrt{2})x - \sqrt{2} = 0$	$a > 0, c < 0 - 2$ корня	$-\sqrt{2}$	$1 - \sqrt{2}$	$-\sqrt{2}$	1
10	$-x^2 + 8x - 12 = 0$ <u>$x^2 - 8x + 12 = 0$</u>	$D > 0 - 2$ корня	12	8	2	6

Спасибо за работу



Желаю успеха!