Обобщающий урок по теме: «Показательные неравенства»

выполнила
учитель математики
МБОУ СОШ №76 п. Гигант
Коваль Н.М.

Показательные неравенства

[Определение]

[Простейшие неравенства]

[Решение неравенств]

Определение

Показательные неравенства –

это неравенства, в которых неизвестное содержится в показателе степени.

Примеры: $3^x \le 9;$ $2^x + 5 \cdot 2^{x+1} > 11$

Виды неравенств

- Линейное нер-во
- $2x+7>0$
- $-8x+4<0$

- Квадратное нер-во
- $x^2-4x+3>0$

Простейшие показательные неравенства – это неравенства вида:

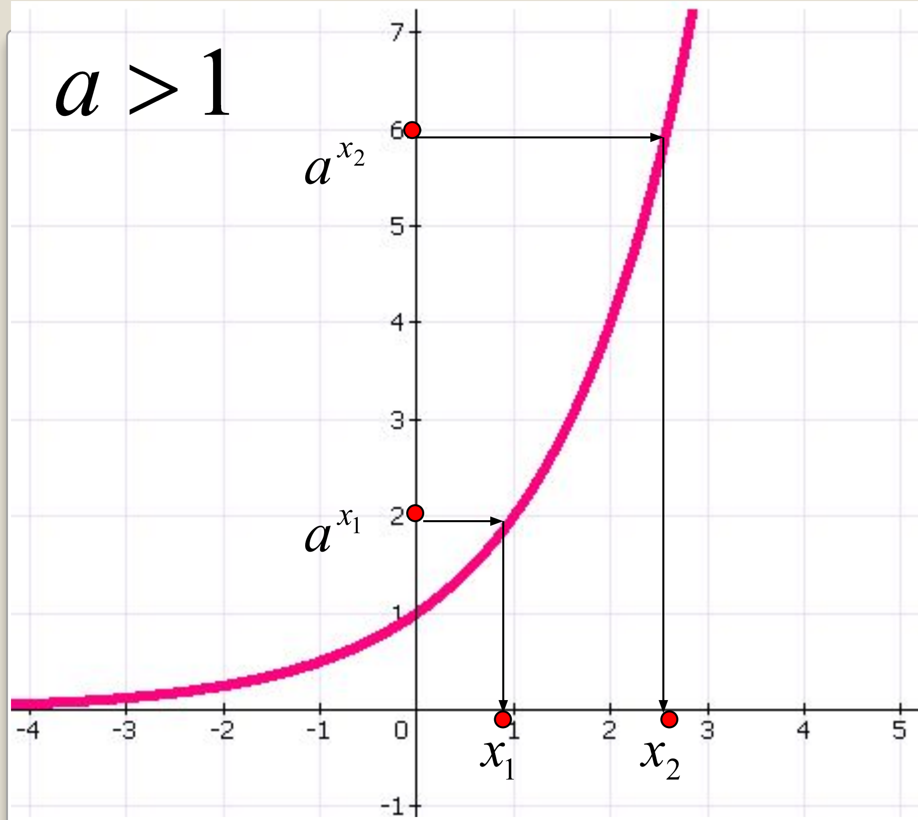
$$a^x > a^b \qquad a^x \geq a^b$$

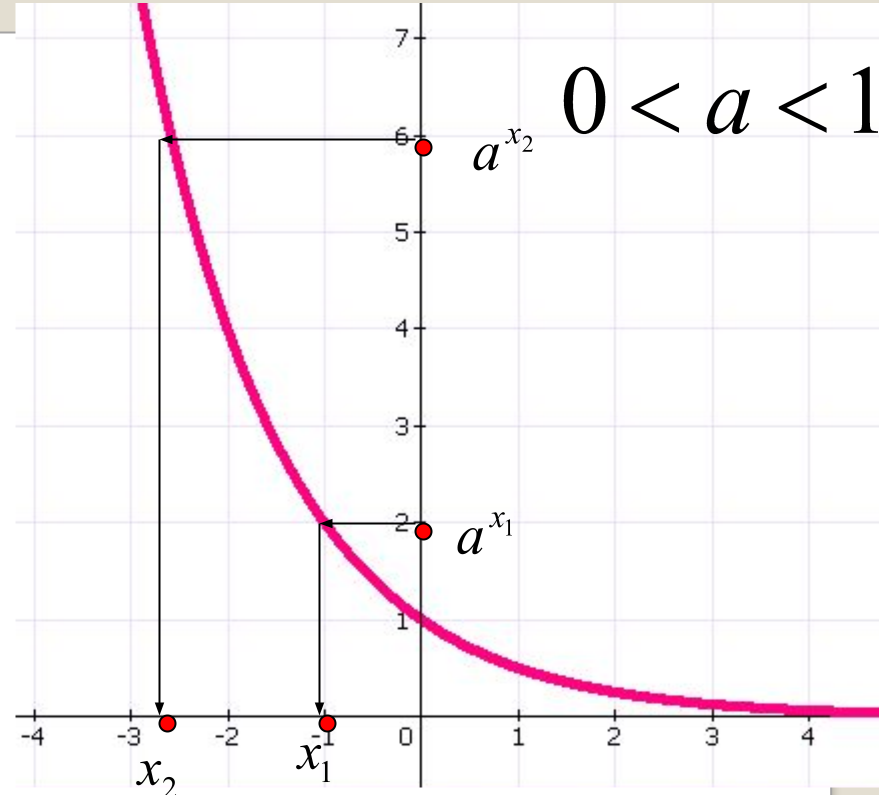
$$a^x < a^b \qquad a^x \leq a^b$$

где $a > 0$, $a \neq 1$, b – *любое число*.

При решении **простейших** неравенств используют свойства возрастания или убывания показательной функции.

$$\left.\begin{array}{l} a^x > a^b \\ a > 1 \end{array}\right\} \Leftrightarrow x > b \qquad \left.\begin{array}{l} a^x > a^b \\ 0 < a < 1 \end{array}\right\} \Leftrightarrow x < b$$





$$a^{x_1} < a^{x_2}$$

$$x_1 < x_2$$

$$a^{x_1} < a^{x_2}$$

$$x_1 > x_2$$

$$y = a^x$$

Какие из перечисленных функций являются возрастающими, а какие убывающими?

$1)\ y = 5^x$ $\quad$ *возрастающая, т.к.* $5 > 1$

$2)\ y = 0{,}5^x$ $\quad$ *убывающая, т.к.* $0 < 0{,}5 < 1$

$3)\ y = 10^x$ $\quad$ *возрастающая, т.к.* $10 > 1$

$4)\ y = \pi^x$ $\quad$ *возрастающая, т.к.* $\pi > 1$

Какие из функций являются возрастающими, а какие убывающими?

$$5)\, y=\left(\frac{2}{3}\right)^{x} \qquad \textit{убывающая, т.к.}\, 0<\frac{2}{3}<1$$

$$6)\, y=49^{-x} \qquad \textit{убывающая, т.к.}\, 49^{-1}=\frac{1}{49}\ \textit{и}\ 0<\frac{1}{49}<1$$

При a>1 функция возрастает

$$a^{x} < a^{x_0} \qquad a^{x} > a^{x_0}$$

$$x < x_0 \qquad x > x_0$$

При 0<a<1 функция убывает

$$a^{x} < a^{x_0} \qquad a^{x} > a^{x_0}$$

$$x > x_0 \qquad x < x_0$$

Решения показательных неравенств:

1. Способ Уравнивание оснований правой и левой части

Решите неравенство:

$$3^x > 81$$

$$3^x > 3^4$$

$$т.к. 3 > 1, то\ функция\ y = 3^x\ возрастающая$$

$$x > 4$$

$$x \in (4; +\infty)$$

Решите неравенство:

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{x} \geq \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{3}{2}}$$

$$т.к.\, 0 < \frac{1}{2} < 1,\ то\ функция\ y = \left(\frac{1}{2}\right)^{\mathrm{X}}\ убывающая$$

$$x \leq \frac{3}{2} \qquad x \in \left(-\infty; \frac{3}{2}\right]$$

Решите неравенство:

$$2^{3x} \geq \frac{1}{2};$$

$$2^{3x} \geq 2^{-1};$$

$$т.к.\, основание\ 2 > 1, то\ функция\ \ возрастающая$$

$$3x \geq -1;$$

$$x \geq -\frac{1}{3};$$

$$x \in \left[-\frac{1}{3};+\infty\right)$$

Показательные неравенства

- Простейшие показательные неравенства
- Неравенства, решаемые вынесением за скобки степени с меньшим показателем
- Неравенства, решаемые введение новой переменной

Простейшие показательные неравенства

1). $3^x > 9 \Leftrightarrow 3^x > 3^2 \Leftrightarrow x > 2$

$\text{Ответ}: x > 2.$

2). $\left(\frac{1}{2}\right)^x > \frac{1}{4} \Leftrightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^x > \left(\frac{1}{2}\right)^2 \Leftrightarrow x < 2$

$\text{Ответ}: x < 2.$

Решение показательных неравенств

Способ 2: Вынесение за скобки степени с меньшим показателем

$$3^{x-3}+\frac{1}{3}\cdot 3^{x}>10$$

$$3^{x-3}\left(1+\frac{1}{3}\cdot 3^{3}\right)>10$$

$$3^{x-3}(1+9)>10$$

$$3^{x-3}\cdot 10>10 \quad \Big| : 10$$

$$3^{x-3}>1$$

$$3^{x-3}>3^{0}$$

3 > 1, то $x-3>0$

$$x>3.$$

Ответ: *x* >3

Решение показательных неравенств

Способ 3: введение новой переменной

$$9^x - 10 \cdot 3^x < -9$$

$$3^{2x} - 10 \cdot 3^x + 9 < 0$$

$$3^x = t \quad (t > 0)$$

$$t^2 - 10t + 9 < 0$$

$$D = 10^2 - 4 \cdot 9 = 100 - 36 = 64 = 8^2$$

$$t_1 = \frac{10+8}{2} = \frac{18}{2} = 9$$

$$t_2 = \frac{10-8}{2} = \frac{2}{2} = 1$$

$$(t-9)\left(t-1\right) < 0$$

$$1 < t < 9$$

$$1 < 3^x < 9$$

$$3^x < 3^2; \quad 3^x > 3^0;$$

$$x < 2 \quad x > 0.$$

3>1, то

Ответ: $x < 2$. x>0

Решить самостоятельно

- Работа по вариантам, на индивидуальных карточках .