

Тема урока: «Решение логарифмических уравнений – поиск ошибок».

11 класс МАОУ СОШ №2

Г. Усть – Лабинск Краснодарский край

Учитель высшей квалификационной категории
Ряшина Н.И.

Цель урока:

- повторение основных приёмов преобразования и методов решения логарифмических уравнений; акцентирование внимания учащихся на возможных ошибках в решении логарифмических уравнений, так как эта тема присутствует на ЕГЭ.

1.Разминка.

- Тестирование.

Выполните задание,
выберите один из
предложенных
вариантов ответа.

А) Найти область определения функции $y = \log_2(3x+5)$,

● 1) $(5/3; +\infty)$, 2) $(-\infty; -5/3)$, $(-5/3; +\infty)$.

● Б) Найти X: $x = \lg 0,001$, 1) 3. 2) -3. 3) нет решения.

● В) Сравнить: $\lg 2 + \lg 3$ и $\lg 5$, 1) $>$. 2) $<$. 3) $=$.

● Г) Сравнить: $3 \lg 2$ и $\lg 8$, 1) $>$. 2) $<$. 3) $=$.

● Д) Найти множество значений функции:

● $Y = \log_2(3x+5)$, 1) $(-5/3; +\infty)$. 2) $(-\infty; +\infty)$. 3) $(-\infty; -5/3)$,

● Е) Сравнить $\log_{0,3} 5$ и $\log_{0,3} 6$, 1) $>$. 2) $<$. 3) $=$ Ё)

Сравнить: $7^{\log_7 5}$ и $\log_3 243$, 1) $>$. 2) $<$. 3) $=$

● Ж) Найти X: $x = \log_{1/3} 27$. 1) 3. 2) -3. 3) нет решения

Найди ошибку в доказательстве:

- $(1/2)^2 > (1/2)^3$. Большому числу соответствует больший логарифм, значит, $\lg (1/2)^2 > \lg(1/2)^3$, отсюда $2\lg (1/2) > 3\lg(1/2)$. Сократим на $\lg(1/2)$, ПОЛУЧИМ:
 $2 > 3$.

2. Исторические сведения о логарифмах.

- Слово логарифм происходит от греческого слова и переводится как отношение чисел. Выбор изобретателем (1594г) логарифмов Дж. Непером такого названия объясняется тем, что логарифмы возникли при сопоставлении двух чисел, одно из которых является членом арифметической прогрессии, а другое - геометрической. Логарифмы с основанием e ввёл Спейдел (1619г), составивший первые таблицы для функции $\ln x$
- В течение 16 века резко возрос объём работы, связанной с проведением приближённых вычислений в ходе решения разных задач, и в первую очередь задач астрономии, имеющей практическое применение. Наибольшие проблемы возникли при выполнении операций умножения и деления. Поэтому открытие логарифмов, сводящее умножение и деление чисел к сложению и вычитанию их логарифмов, удлинило, по выражению Лапласа, жизнь вычислителей. Уже в 1623г были созданы таблицы логарифмов и изобретена первая логарифмическая линейка, ставшая рабочим инструментом для многих поколений (вплоть до появления электронной вычислительной техники). Эти изобретения резко повысили производительность труда вычислителей.

- 2. Труды этого математика были почти единственным руководством по одному из разделов математики в школе. Он самоотверженно любил науку и никогда не допускал неискренности. Однажды царь обратился к нему с вопросом, нет ли более короткого пути для познания этой математической науки, чем изучение его трудов. На это он гордо ответил....
- Кто этот математик и что он ответил царю, нам и предстоит сейчас разгадать.

- Работаем по карточкам. Каждый ученик выбирает для себя 2 уравнения и решает их. Решив их, находят букву, соответствующую его корням.
Расположив буквы на доске в порядке номеров уравнений, вы узнаете, что сказал царю этот великий человек.
- Решите уравнения, по корням уравнения найдите соответствующую букву.

- Решите уравнения, по корням уравнения найдите соответствующую букву.
- $\log_3 x = \log_3 6 + \log_3 2$. 2) $\log_5 x = \log_5 1,5 + \log_5 8$.
- $\text{Lg } x = 2\text{lg} 3 - \text{lg} 125$. 4) $\log_2 x = 2 \log_2 5 - \log_2 0,5$.
- 5) $\log_{1/2} (2x - 4) = -3$. 6) $\text{lg} (3x - 8) = \text{lg} (x - 2)$.
- 7) $\log_{0,1} (6x - 11) = \log_{0,1} (x - 2)$. 8) $\log_{0,5} x = 2 \log_{0,5} 10 - \log_{0,5} 2$.
- 9) $\log_2 (3 - x) = 0$. 10) $\log_3 (5 + 2x) = 1$. 11) $\text{lg} x = \text{lg} 1,5 + 2\text{lg} 2$.
- 12) $\text{lg}^2 x + 2\text{lg} x = 8$. 13) $\log_3 (2x - 5) = \log_4 (x + 1)$.
- 14) $\log_6 (3x - 76) = \log_6 (x^4 + 24)$.
- 15) $\text{lg}(x^2 - 2x - 4) = \text{lg} 11$. 16) $\log_7 x = 2 \log_7 3 + \log_7 0,2$. 17) $5^{-1 + \log_5 5}$.
- 18) $\log^2 x - \log x = 2$. 19) $\text{lg} (3x + 8) = \text{lg} (x + 6)$.
- 20) $\log_2^5 (4x - 5) = \log_2 (x - 14)$.
- 21) $(1/2)^{1 + \log_4 4}$. 22) $3^{2 + \log_2 5}$. 23) $\log_5 (2x + 3) = \log_5 (x + 1)$.
- 24) $0,2^{1 + \log_{0,5} 5}$, 25) $\text{lg}(5x + 7) = \text{lg}(3x - 5)$. 26) $\log_2 (x - 14) = 4$.
- 27) $\log_x (x^2 - 2x + 2) = 1$. 28) $3^{1 + \log_2 2}$. 29) $\log_x (x^2 - 12x + 12) = 1$.
- 30) $\log_7 (46 - 3x) = 2$. 31) $\log_8 (x^3 + 2x + 3) = \log_8 6$.
- 32) $\log_3 (5x - 6) = \log_3 (3x - 2)$. 33) $\log_a x = 2 \log_a 3 + \log_a 5$

Таблица соответствия ответов и букв

А	1,8	И	2	О	Нет корней
Б	12	К	-1	Р	1
В	30	Л	-3;1	С	0,2;25
Г	45	М	3	Т	50
Д	6	Н	$10^{-4}; 10^2$	Ц	-3;5

В математике нет царской дороги. Евклид.

- Ответы: 1)12, 2)3. 3)1,8. 4)50. 5)6. 7)1,8. 8)50.
9)2. 10) -1. 11)6.
- 12) $10^{-4}, 10^2$. 13) 6. 14) 50. 15) -3; 5. 16) 1,8. 17)1.
18) 0,2; 25. 19)-1.
- 20) нет корней. 21) 2. 22) 45. 23) нет корней.
24) 1. 25) Нет корней
- 26) 30. 27) 2. 28) 6. 29) 12. 30)-1. 31)-3;1. 32)2.
33) 45.

3. Найди ошибки:

- 1) Вам предлагаются уравнения с решениями, содержащими ошибки. Необходимо найти эти ошибки, объяснить их и выполнить решение предложенных уравнений правильно (допускается решение уравнения иным способом).

Найди ошибку 😊

- А) Решить уравнение: $\log^2_{0,5} x + 5\log_2 x = 6$.
- Решение: $\log^2_{0,5} x + 5\log_2 x = 6$,
- $\log^2_2^{-1} x + 5\log_2 x - 6 = 0$, $-\log^2_2 x + 5\log_2 x - 6 = 0$, $\log^2_2 x - 5\log_2 x + 6 = 0$,
- Пусть $\log_2 x = t$, отсюда $t^2 - 5t + 6 = 0$, $D = 25 - 24 = 1$, $t = 2$ или $t = 3$.
- $\log_2 x = 2$ или $\log_2 x = 3$,
 $x = 4$ $x = 8$. Ответ: 4; 8.

Найди ошибки:

● Б) $\log_3 (x^2 + 8x + 16) = 2$.

● Решение: $\log_3 (x+4)^2 = 2$,
 $2\log_3 (x+4) = 2$, $\log_3 (x+4) = 1$,
 $x+4=3$, $x=-1$.

●
Ответ: -1.

Найди ошибки:

- В) $\log_3(2x+1)/x = \log_3(x+1) + \log_{1/3} x$.
- Решение: $\log_3(2x+1)/x = \log_3(x+1) - \log_3 x$,
 - $\log_3(2x+1) - \log_3 x = \log_3(x+1) - \log_3 x$,
 $\log_3(2x+1) = \log_3(x+1)$,
- $2x+1 = x+1$, $x=0$, где $2x+1 > 0$, и $x+1 > 0$,
 - отсюда $x > -0,5$.
- Ответ: 0.

Найди ошибку:

- Г) $\log_x^3(x^2-2)=1/3$,
 $1/3 \log_{|x/}(x^2-2)=1/3$, $\log_{|x/}(x^2-2)=1$,
 $x^2-2=|x|$,
- $x^2-|x|-2=0$, $|x|^2-|x|-2=0$, отсюда
 $|x|=2$, или $|x|=-1$ – посторонний
корень, $|x|=2$, $x=\pm 2$.
- Ответ: ± 2 .

Найди ошибки:

- Д) $\log_5(3x+2) + \log_5(x+2) = \log_5(2x+4)$,
- Решение: $(3x+2) + (x+2) = (2x+4)$, где $3x+2 > 0$, $x+2 > 0$, $2x+4 > 0$.
- $3x+2+x+2=2x+4$, $x > -\frac{2}{3}$,
- $x=0$.

Ответ: 0.

● Объяснение ошибок.

● А) Неверно преобразовано выражение $\log^2_{0,5} x$.

● $\log^2_{0,5} x = (\log_{0,5} x)^2 = (-\log_2 x)^2 = \log^2_2 x$,
отсюда

● $\log^2_2 x + 5\log_2 x - 6 = 0, \quad x > 0,$

● $\log_2 x = -6$ или $\log_2 x = 1,$

● $x = 2^{-6}, \quad x = 2,$

● $x = 1/64.$

Ответ: $1/64, 2.$

- Б) При преобразовании выражения $\log_3 (x+4)^2$ пропущен знак модуля.
- Решение: $\log_3 (x^2+8x+16)=2,$
- $\log_3 (x+4)^2=2, \quad 2\log_3 /x+4/$
 $=2, \quad \log_3 /x+4/=1,$
- $/x+4/=3, \quad x+4=3$ или $x+4=-3, \quad x=-1,$ или
 $x=-7$
- Ответ: -1, -7.

● в) Не выполнена проверка, не указана ОДЗ.

● Решение:

● $\log_3 ((2x+1)/x) = \log_3 (x+1) + \log_{1/3} x,$

● $\log_3 (2x+1)/x = \log_3 (x+1) - \log_3 x,$

$\log_3 (2x+1)/x = \log_3 (x+1)/x,$

● $(2x+1)/x = (x+1)/x,$ где $x > 0,$

● $2x+1 = x+1, \quad x=0.$

нет корней.

Ответ:

● Г) При преобразовании основания логарифма был поставлен

● знак модуля (хотя показатель степени нечётный).

● Решение: $\log_x^3(x^2-2)=1/3$

● $1/3 \log_x(x^2-2)=1/3,$

● $\log_x(x^2-2)=1,$

● $x^2-2=x, \text{ где } x>0, x\neq 1, \quad x^2-x-2=0, \quad x_1=-1,$

$x_2=2,$

● Ответ: 2.

- Д) В применении свойства логарифма произведения.
- Решение: $\log_5(3x+2)+\log_5(x+2)=\log_5(2x+4)$,
- $\log_5(3x^2+8x+4)=\log_5(2x+4)$, где $3x+2>0$, $x+2>0$.
- $3x^2+8x+4=2x+4$, $x>-2/3$,
- $3x^2+6x=0$, $x=0$ или $x=-2$
- Ответ: 0.

Станция «Рефлексия».

- 1. Больше всего мне понравилось....**
- 2. Я научился (научилась)...**
- 3. Наибольшие затруднения у меня вызвало....**
- 4. На уроке я узнал (а)...**
- 5. Меня удивило...**

● Домашнее задание: Решить уравнения

● 1) $\log^2_{\sqrt{2}} x + \log_{0,5} x = 3.$

● 2) $\log_2 x^2 + \log(2-x) = \log_2(4-4x).$

● 3) $\log_2(x^2 + 10x + 25) = 2.$

● 4) $\log_x^2 3 = 0,5.$

● 5) $\log_3(x+1) + \log_3(x-2) = \log_3(x+6)$