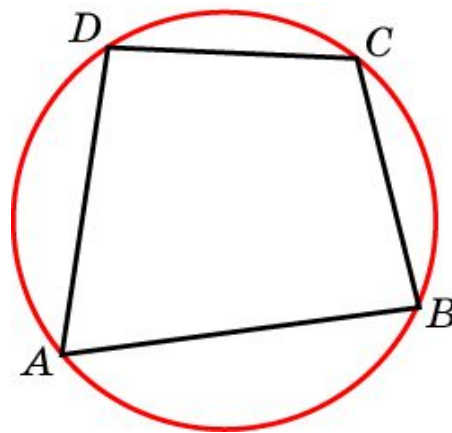
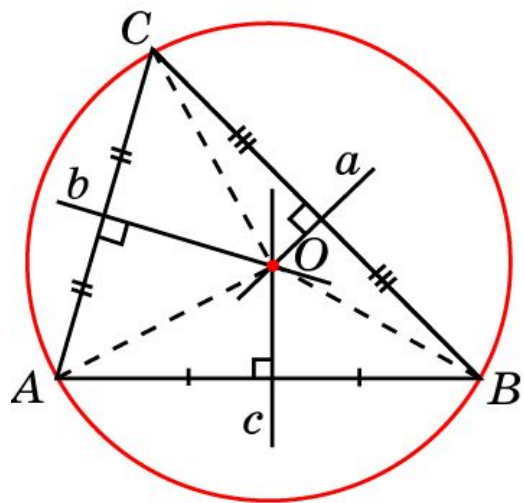


Вписанные многоугольники

Многоугольник называется вписанным в окружность, если все его вершины принадлежат окружности. Окружность при этом называется описанной около многоугольника.

Теорема 1. Около всякого треугольника можно описать окружность. Ее центр является точкой пересечения серединных перпендикуляров к сторонам треугольника.

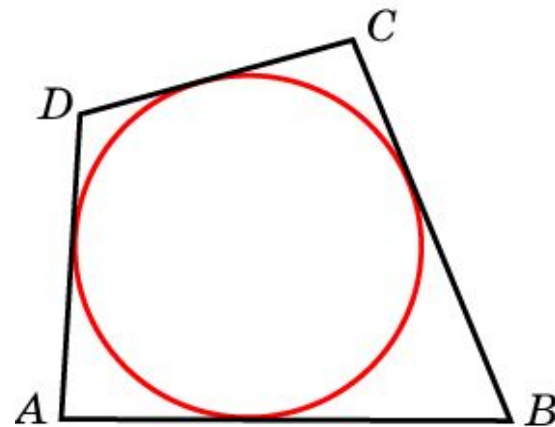
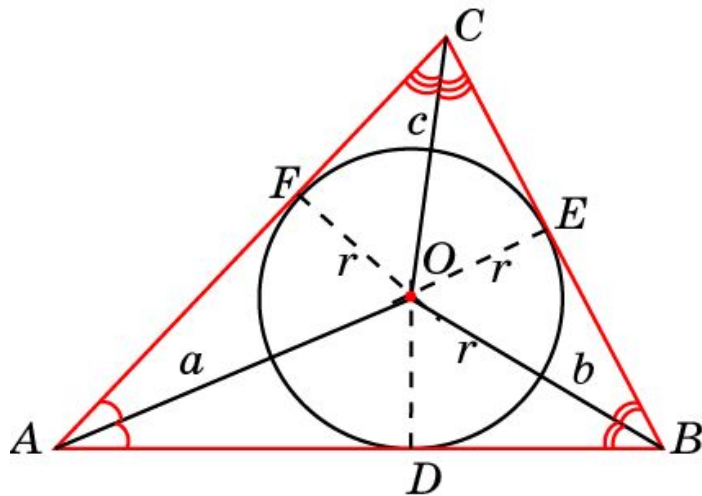


Теорема 2. Суммы противоположных углов четырехугольника, вписанного в окружность, равны 180° .

Описанные многоугольники

Многоугольник называется описанным около окружности, если все его стороны касаются этой окружности. Сама окружность при этом называется вписанной в многоугольник.

Теорема 3. В любой треугольник можно вписать окружность. Ее центром будет точка пересечения биссектрис этого треугольника.



Теорема 4. Суммы противоположных сторон четырехугольника, описанного около окружности, равны.

Вписанные и описанные треугольники

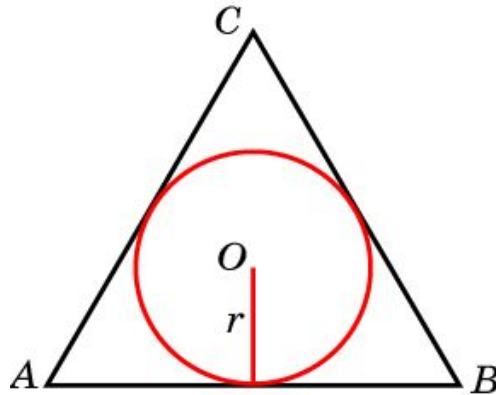
Теорема 5. Отношение стороны треугольника к синусу противолежащего угла равно диаметру описанной окружности.

Теорема 6. Радиус R окружности, описанной около правильного треугольника, выражается формулой $R = \frac{2S}{a+b+c}$, где a, b, c – стороны треугольника S – его площадь.

Теорема 7. Радиус r окружности, вписанной в треугольник, выражается формулой $r = \frac{a \cdot b \cdot c}{4S}$, где a, b, c – стороны треугольника S – его площадь.

Упражнение 1

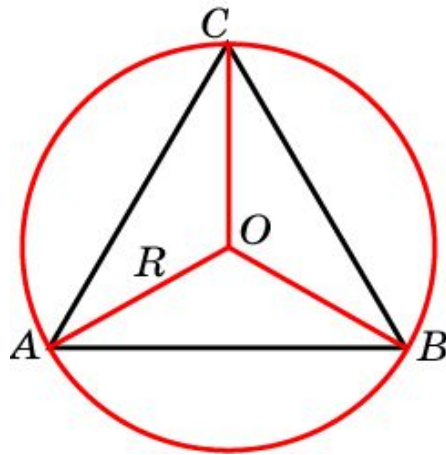
Сторона равностороннего треугольника равна $2\sqrt{3}$. Найдите радиус окружности, вписанной в этот треугольник.



Ответ: 1.

Упражнение 2

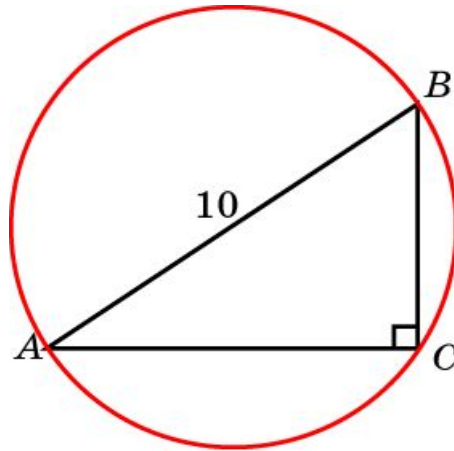
Сторона равностороннего треугольника равна $2\sqrt{3}$. Найдите радиус окружности, описанной около этого треугольника.



Ответ: 2.

Упражнение 3

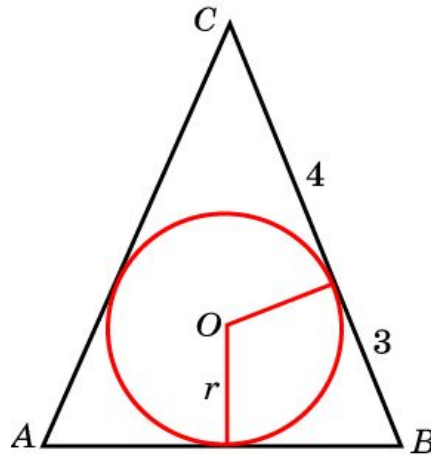
Гипотенуза прямоугольного треугольника равна 10 см. Найдите радиус описанной окружности.



Ответ: 5.

Упражнение 4

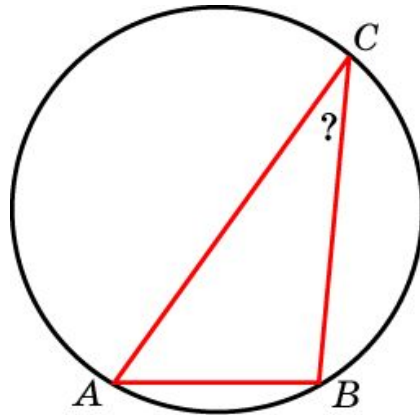
Окружность, вписанная в равнобедренный треугольник, делит в точке касания одну из боковых сторон на два отрезка, длины которых равны 4 и 3, считая от вершины. Найдите периметр треугольника.



Ответ: 20.

Упражнение 5

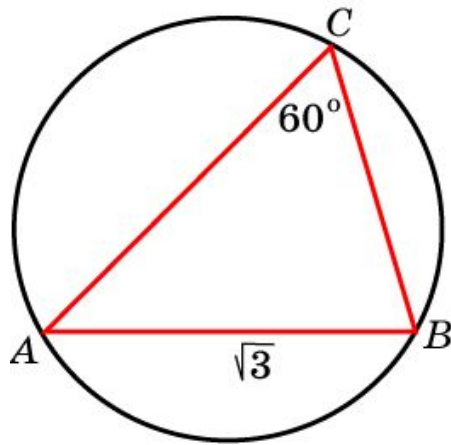
Одна сторона треугольника равна радиусу описанной окружности. Найдите угол треугольника, противолежащий этой стороне.



Ответ: 30° .

Упражнение 6

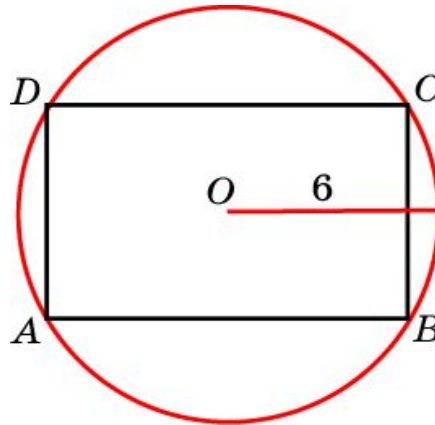
Сторона AB треугольника ABC равна $\sqrt{3}$, угол C равен 60° . Найдите радиус окружности, описанной около этого треугольника.



Ответ: 1.

Упражнение 7

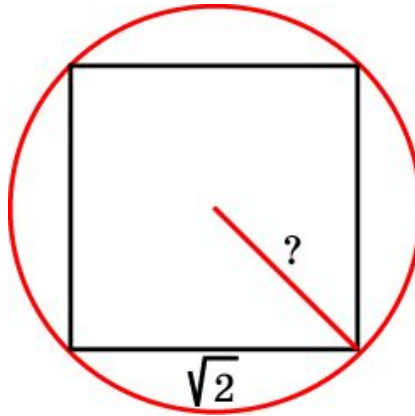
Найдите диагональ прямоугольника, вписанного в окружность радиуса 6.



Ответ: 12.

Упражнение 8

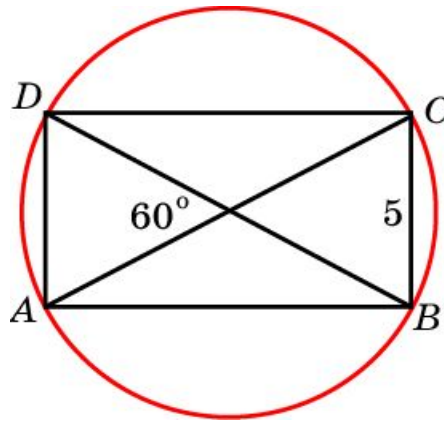
Найдите радиус окружности, описанной около квадрата со стороной, равной $\sqrt{2}$.



Ответ: 1.

Упражнение 9

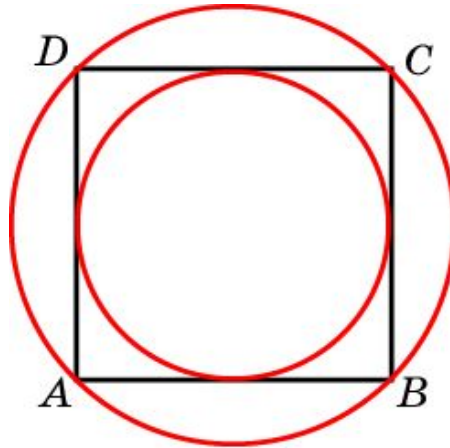
Меньшая сторона прямоугольника равна 5 см. Угол между диагоналями равен 60° . Найдите радиус описанной окружности.



Ответ: 5.

Упражнение 10

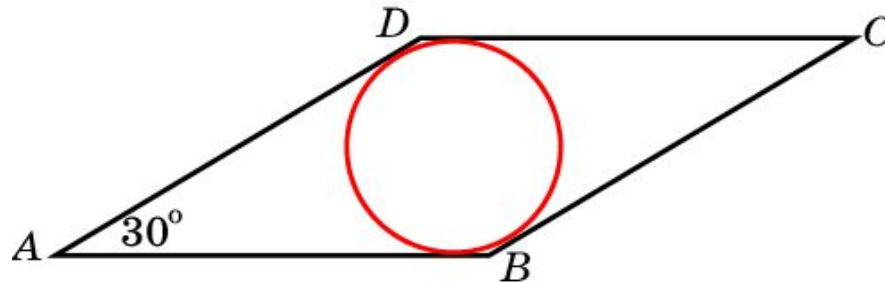
Около окружности радиуса, равного $\sqrt{5}$ описан квадрат. Найдите радиус окружности, описанного около этого квадрата.



Ответ: 2.

Упражнение 11

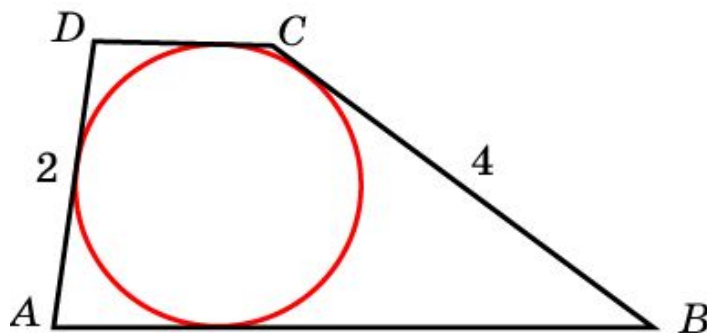
Сторона ромба равна 4, острый угол – 30° .
Найдите радиус вписанной окружности.



Ответ: 1.

Упражнение 12

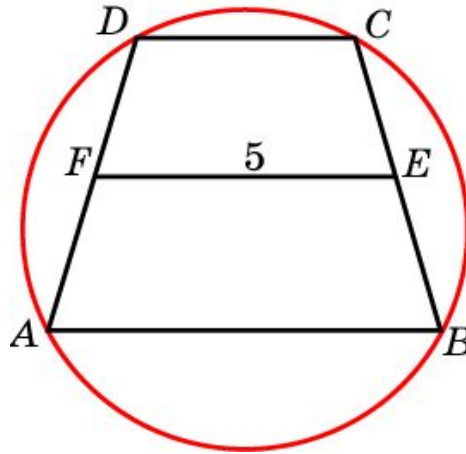
Боковые стороны трапеции, описанной около окружности, равны 2 и 4. Найдите среднюю линию трапеции.



Ответ: 3.

Упражнение 13

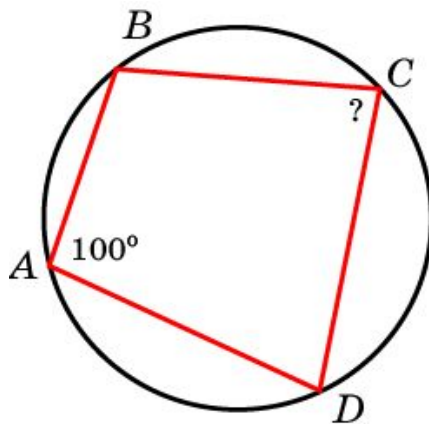
Около трапеции описана окружность. Периметр трапеции равен 20, средняя линия 5 см. Найдите боковую сторону трапеции.



Ответ: 5.

Упражнение 14

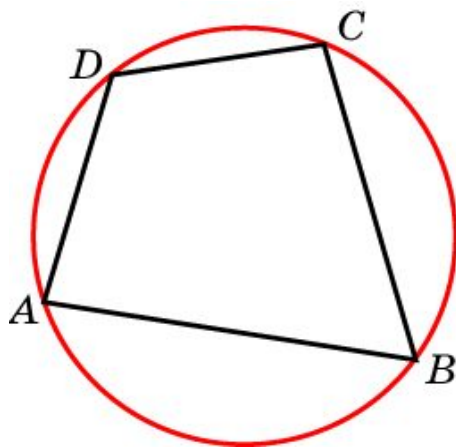
Угол A четырехугольника $ABCD$, вписанного в окружность, равен 100° . Найдите угол C .



Ответ: 80° .

Упражнение 15

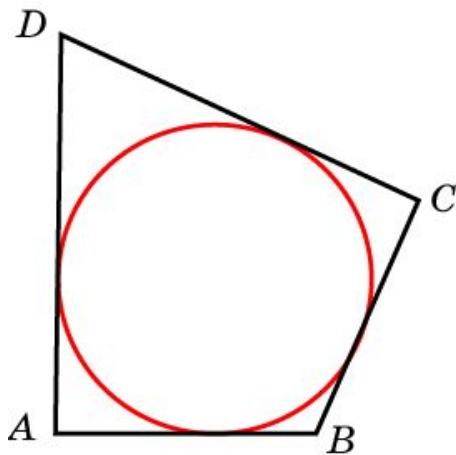
Два угла вписанного в окружность четырехугольника равны 80° и 60° . Найдите больший из оставшихся углов.



Ответ: 120° .

Упражнение 16

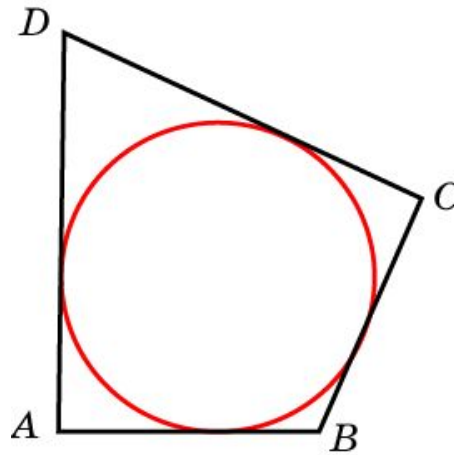
В четырехугольник $ABCD$ вписана окружность, $AB = 11$, $CD = 17$. Найдите периметр четырехугольника.



Ответ: 56.

Упражнение 17

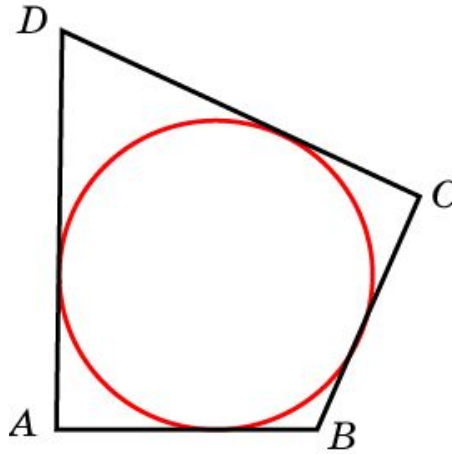
Периметр четырехугольника, описанного около окружности, равен 20, две его стороны равны 4 и 5. Найдите большую из оставшихся сторон.



Ответ: 6.

Упражнение 18

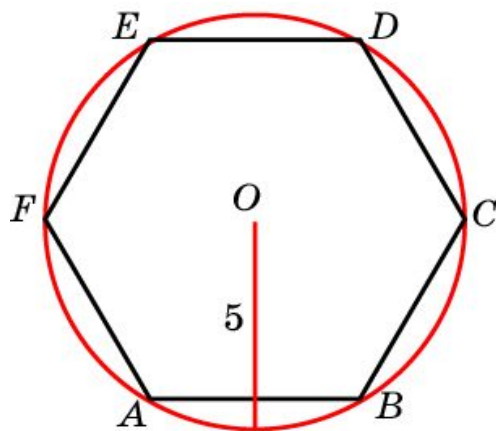
В четырехугольник $ABCD$ вписана окружность, $AB = 11$, $BC = 10$ и $CD = 15$. Найдите четвертую сторону четырехугольника.



Ответ: 16.

Упражнение 19

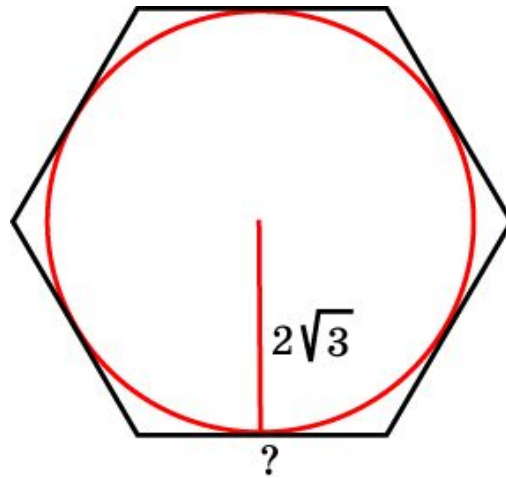
Чему равна сторона правильного шестиугольника, вписанного в окружность радиуса 5?



Ответ: 5.

Упражнение 20

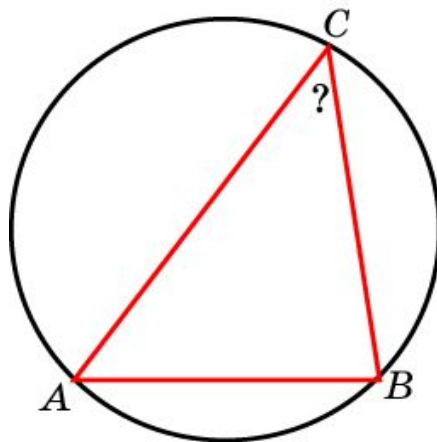
Найдите сторону правильного шестиугольника, описанного около окружности, радиус которой равен $2\sqrt{3}$.



Ответ: 3.

Упражнение 21

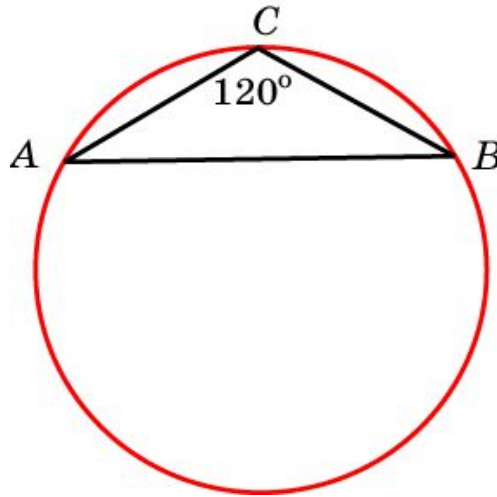
Сторона AB треугольника ABC равна $\sqrt{2}$, радиус описанной окружности равен 1. Найдите угол C .



Ответ: 45° .

Упражнение 22

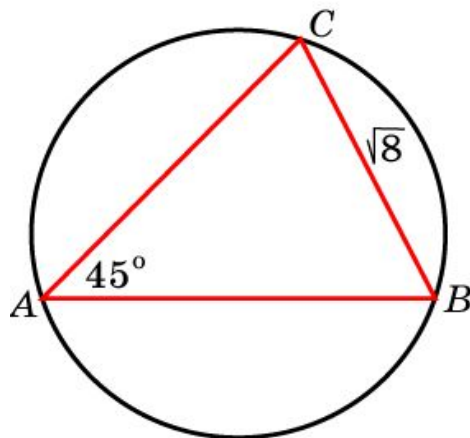
Боковая сторона равнобедренного треугольника равна 2, угол при вершине равен 120° . Найдите диаметр описанной окружности.



Ответ: 4.

Упражнение 23

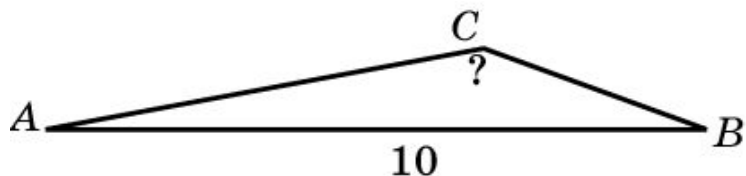
Сторона BC треугольника ABC равна $\sqrt{8}$, угол A равен 45° . Найдите радиус окружности, описанной около этого треугольника.



Ответ: 2.

Упражнение 24

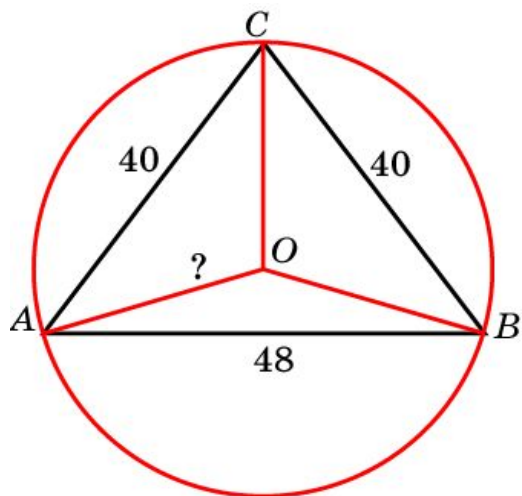
Сторона AB треугольника ABC равна 10, радиус описанной окружности равен 10. Найдите угол C .



Ответ: 150° .

Упражнение 25

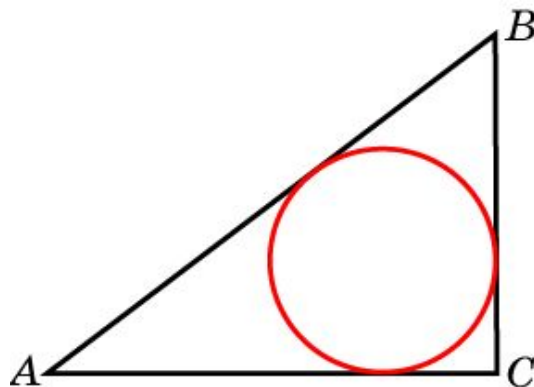
Боковые стороны равнобедренного треугольника равны 40, основание равно 48. Найдите радиус описанной окружности.



Ответ: 25.

Упражнение 26

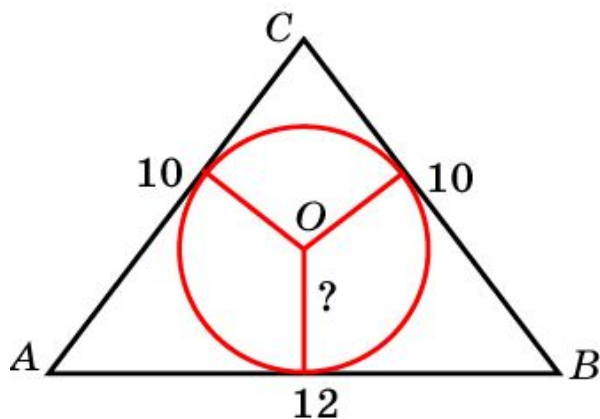
В треугольнике ABC $AC = 8$, $BC = 6$, угол C равен 90° . Найдите радиус вписанной окружности.



Ответ: 2.

Упражнение 27

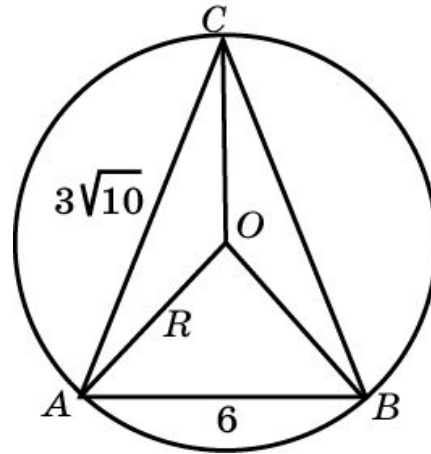
Боковые стороны равнобедренного треугольника равны 10, основание равно 12. Найдите радиус вписанной окружности.



Ответ: 3.

Упражнение 28

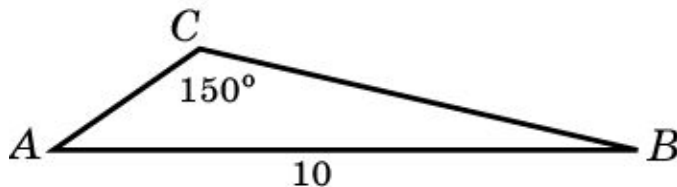
Боковые стороны равнобедренного треугольника равны $3\sqrt{10}$, основание равно 6. Найдите радиус описанной окружности.



Ответ: 5.

Упражнение 29

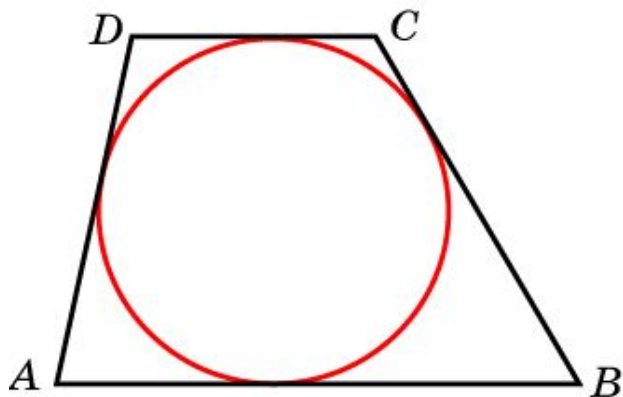
Сторона AB треугольника ABC равна 10. Найдите радиус описанной около этого треугольника окружности, если противолежащий этой стороне угол C равен 150° .



Ответ: 10.

Упражнение 30

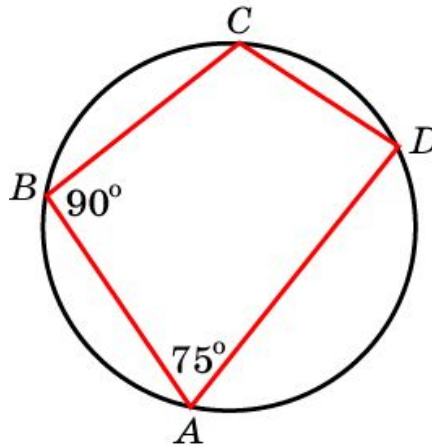
Около окружности описана трапеция, периметр которой равен 36. Найдите ее среднюю линию.



Ответ: 9.

Упражнение 31

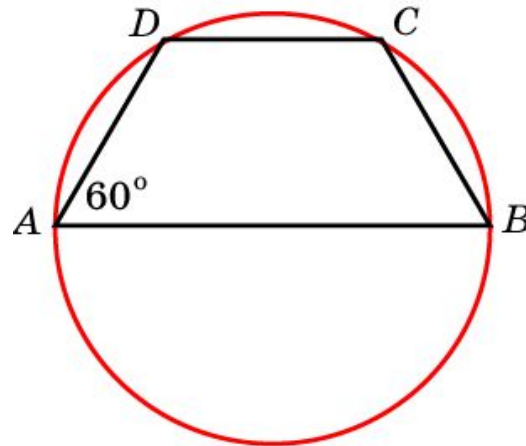
В четырехугольнике $ABCD$, вписанном в окружность, угол A равен 75° , угол B равен 90° .
Найдите разность двух других углов.



Ответ: 15° .

Упражнение 32

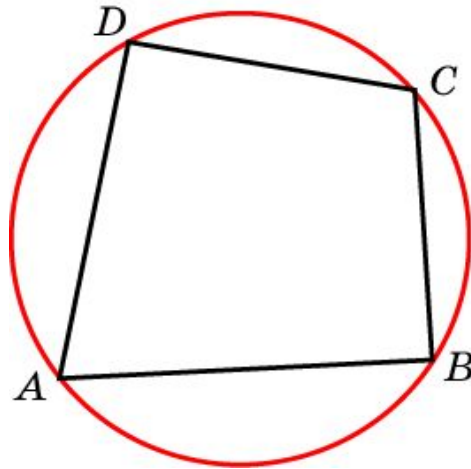
Боковая сторона равнобедренной трапеции равна ее меньшему основанию, угол при основании равен 60° , большее основание равно 10. Найдите радиус описанной окружности.



Ответ: 5.

Упражнение 33

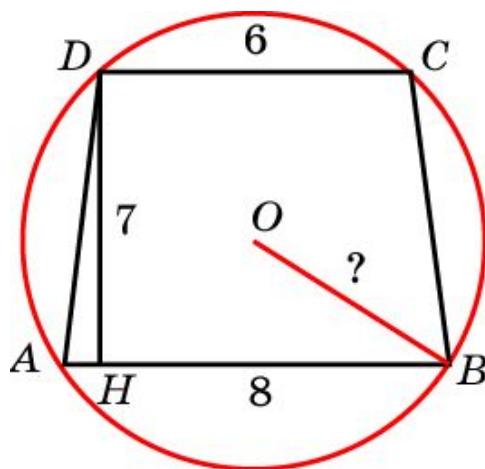
Углы A , B и C четырехугольника $ABCD$ относятся как $2:3:4$. Найдите угол D , если около данного четырехугольника можно описать окружность.



Ответ: 90° .

Упражнение 34

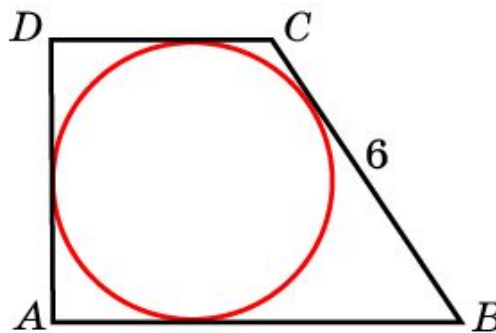
Основания равнобедренной трапеции равны 8 и 6, высота равна 7. Найдите радиус описанной окружности.



Ответ: 5.

Упражнение 35

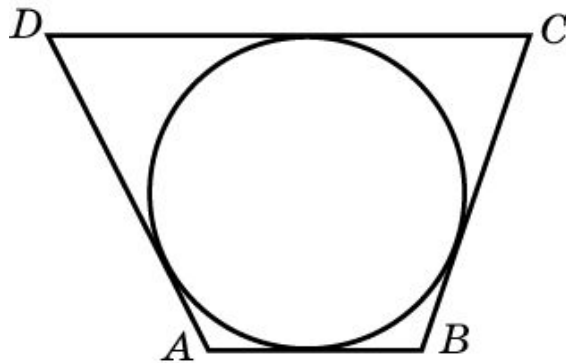
Периметр прямоугольной трапеции, описанной около окружности, равен 20, ее большая боковая сторона равна 6. Найдите радиус окружности.



Ответ: 2.

Упражнение 36

Три стороны описанного около окружности четырехугольника относятся (в последовательном порядке) как 1:2:3. Найдите большую сторону этого четырехугольника, если известно, что его периметр равен 24.



Ответ: 9.

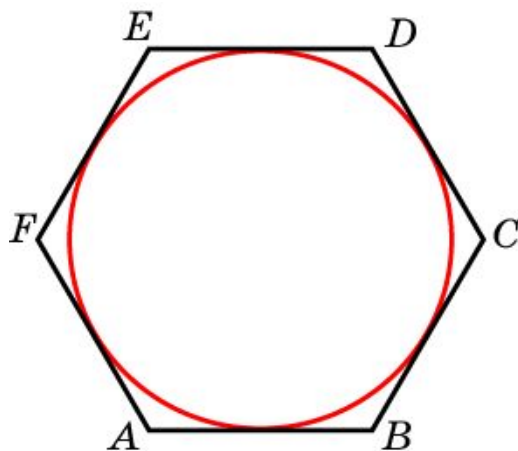
Упражнение 37

Угол между стороной правильного n -угольника, вписанного в окружность, и радиусом этой окружности, проведенным в одну из вершин стороны, равен 72 . Найдите n .

Ответ: 10.

Упражнение 38

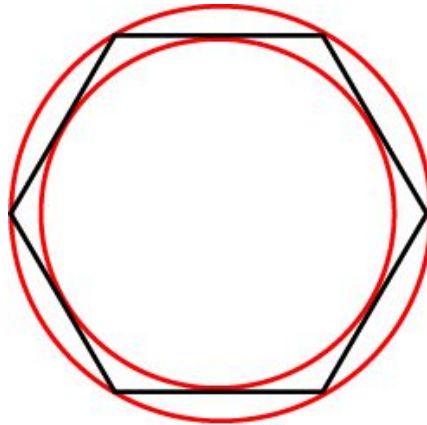
Найдите диаметр окружности, вписанной в правильный шестиугольник со стороной $\sqrt{3}$.



Ответ: 3.

Упражнение 39

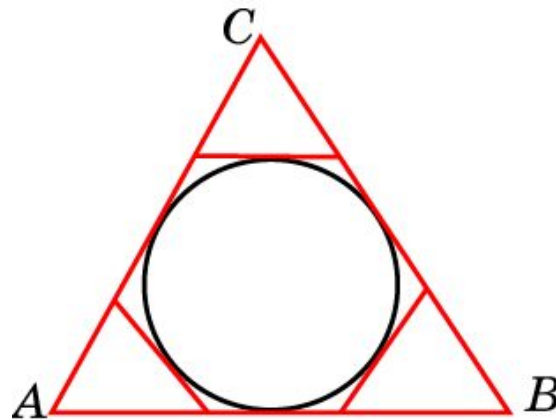
Около окружности радиуса, равного $\sqrt{3}$ вписан правильный шестиугольник. Найдите радиус окружности, описанного около этого шестиугольника.



Ответ: 2.

Упражнение 40

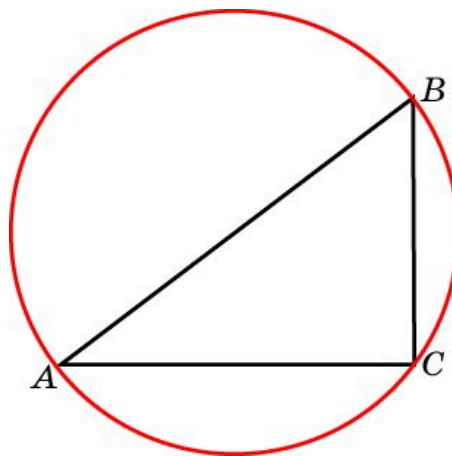
К окружности, вписанной в треугольник ABC , проведены три касательные. Периметры отсеченных треугольников равны 3, 4, 5. Найдите периметр данного треугольника.



Ответ: 12.

Упражнение 41

В треугольнике ABC $AC = 8$, $BC = 6$, угол C равен 90° . Найдите радиус описанной окружности.

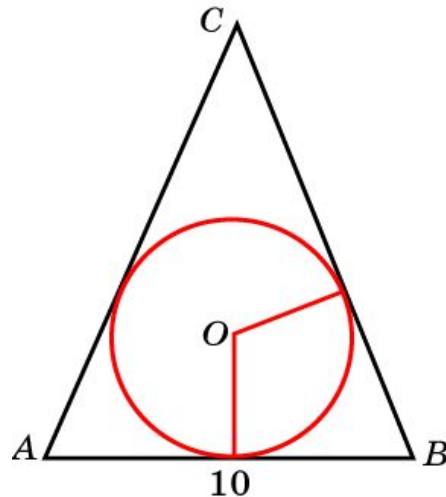


Ответ: 5.

Упражнение 42

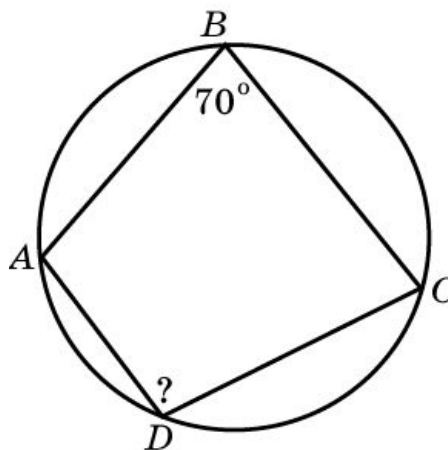
В равнобедренном треугольнике боковые стороны делятся точками касания вписанной в треугольник окружности в отношении $7:5$, считая от вершины, противоположной основанию. Найдите периметр треугольника, если его основание равно 10 .

Ответ: 34 .



Упражнение 43

Угол B четырехугольника $ABCD$, вписанного в окружность, равен 70° . Найдите угол D .



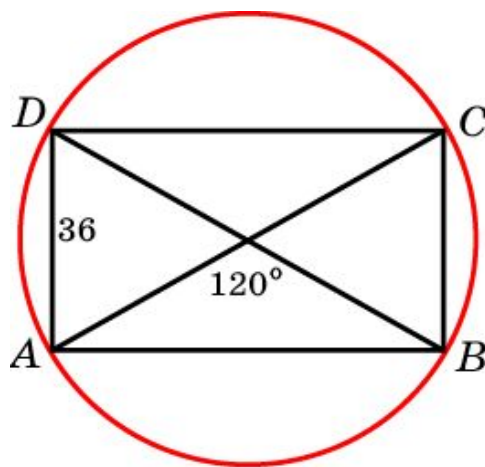
Ответ: 110° .

Упражнение 44

Меньшая сторона прямоугольника равна 36.

Один из углов, образованных диагоналями 120° .

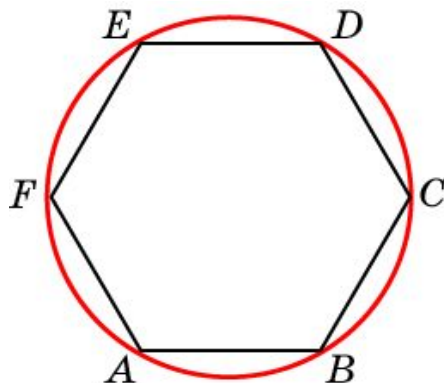
Найдите диаметр описанной окружности.



Ответ: 72.

Упражнение 45

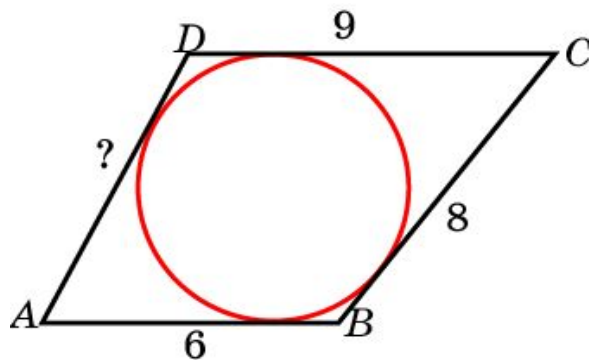
Периметр правильного шестиугольника равен 36.
Найдите диаметр описанной окружности.



Ответ: 12.

Упражнение 46

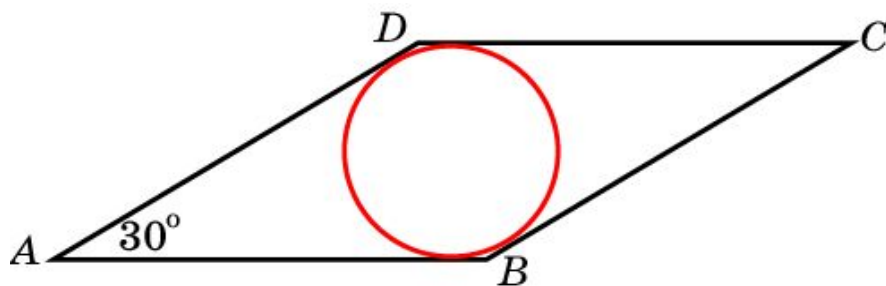
Три последовательные стороны четырехугольника, в который можно вписать окружность, равны 6 см, 8 см и 9 см. Найдите четвертую сторону.



Ответ: 7.

Упражнение 47

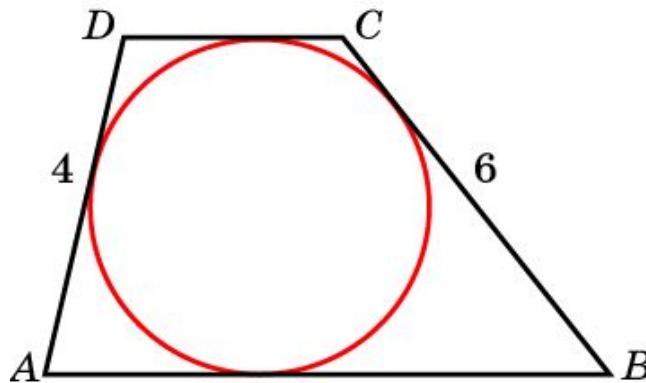
Сторона ромба равна 8 см, острый угол – 30° .
Найдите радиус вписанной окружности.



Ответ: 2.

Упражнение 48

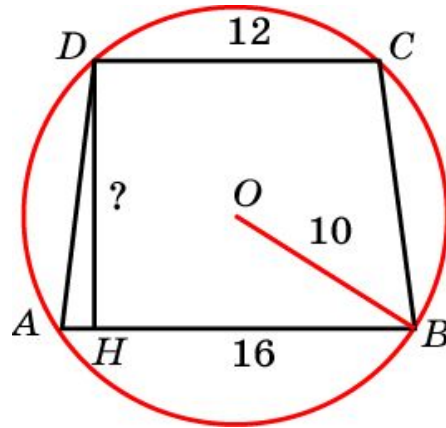
Боковые стороны трапеции, описанной около окружности, равны 4 и 6. Найдите среднюю линию трапеции.



Ответ: 5.

Упражнение 49

Основания равнобедренной трапеции равны 16 и 12, радиус описанной окружности равен 10. Найдите высоту трапеции.



Ответ: 14.

Упражнение 50

Угол между стороной правильного n -угольника, вписанного в окружность, и радиусом этой окружности, проведенным в одну из вершин стороны, равен 70 . Найдите n .

Ответ: 9.