**ГОУ Гимназия № 498 Невского района.**

Презентация по теме

# ***«Тригонометрические функции»***

(алгебра, 10 класс )

Учитель О.В.Плуталова

Санкт-Петербург

2011 год

# Содержание

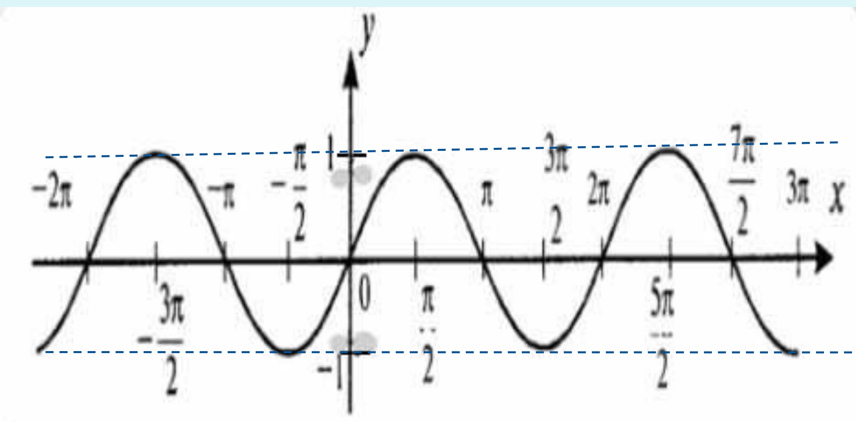
# Основные свойства функции.

- 1. *Область определения.*
- 2. *Область значений.*
- 3. *Периодичность.*
- 4. *Четность, нечетность.*
- 5. *Нули.*
- 6. *Промежутки монотонности.*
- 7. *Промежутки знакопостоянства.*
- 8. *Наибольшее и наименьшее значения.*

# Функция   y = sin x

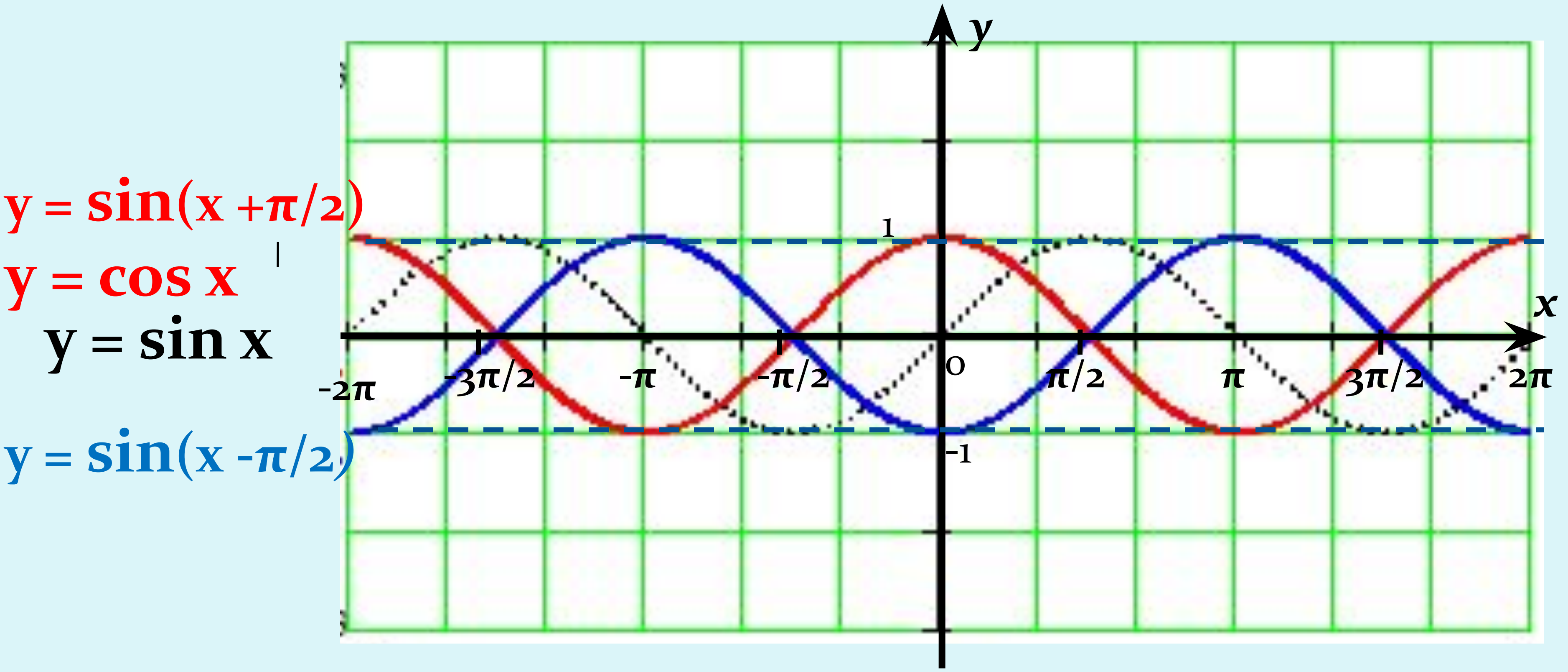
## Свойства функции:

## График функции




1. D(y) = R.
2. E(y) = [- 1 ; 1]
3. **<u>Функция периодическая; T = 2π</u>**
4. **<u>Функция нечетная</u>**
5. sin x = 0 при x = πn, n∈Z.
6. **<u>Функция возрастает</u>** на $[-{}^{\pi}/_{2} + 2\pi n; {}^{\pi}/_{2} + 2\pi n]$, n∈Z ,
   убывает на
   $[{}^{\pi}/_{2} + 2\pi n; {}^{3\pi}/_{2} + 2\pi n]$, n∈Z.
7. <u>sin x > 0</u>
   при $2\pi n < x < \pi + 2\pi n$, n∈Z;
   sin x < 0
   при $\pi + 2\pi n < x < 2\pi + 2\pi n$, n∈Z .
8. Наибольшее значение функции у = 1;
   наименьшее значение функции у = -1.

# График функции y = sin (x ±b)

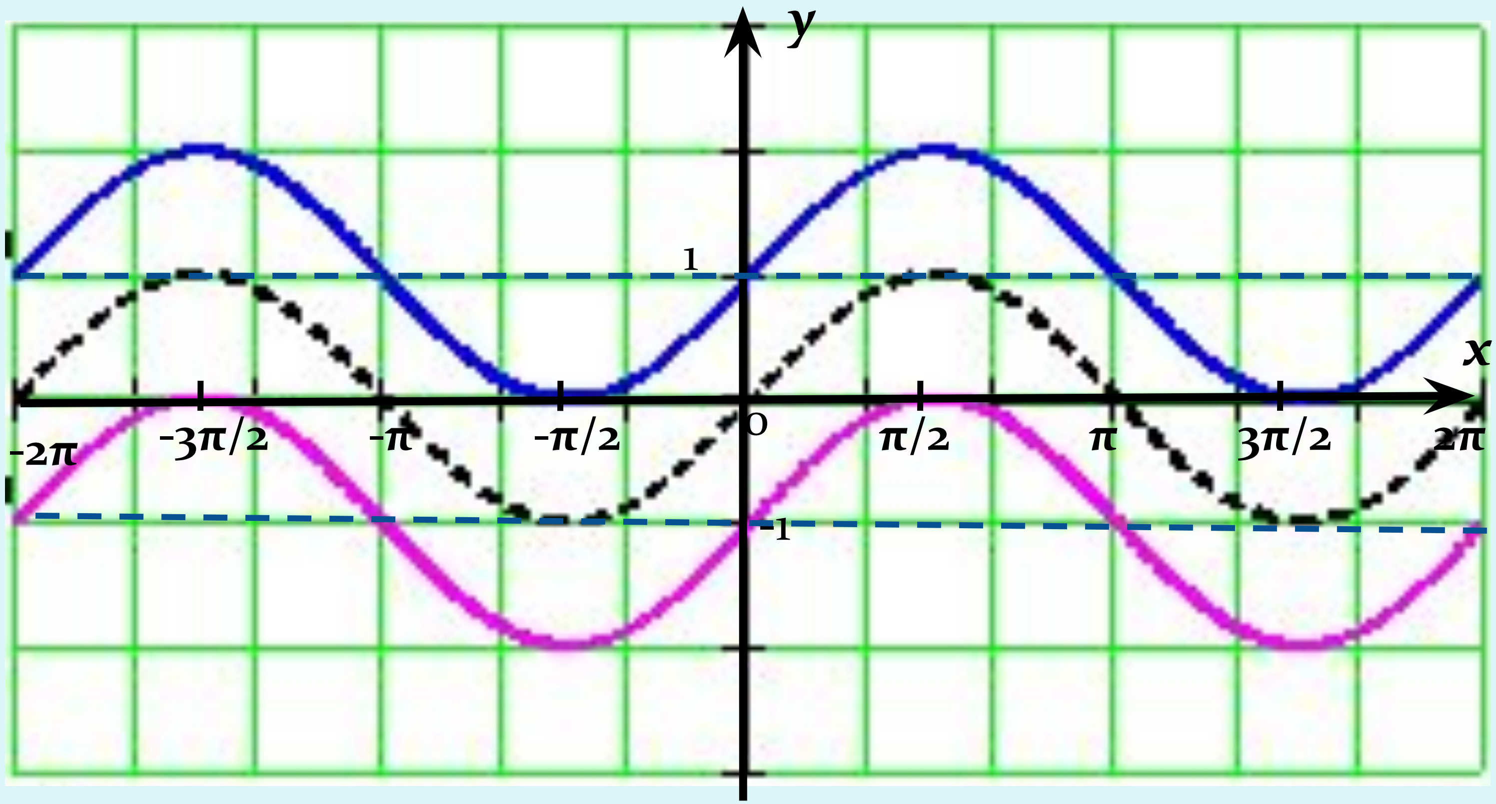


# График функции y = sin x ±b

y = sin x +1

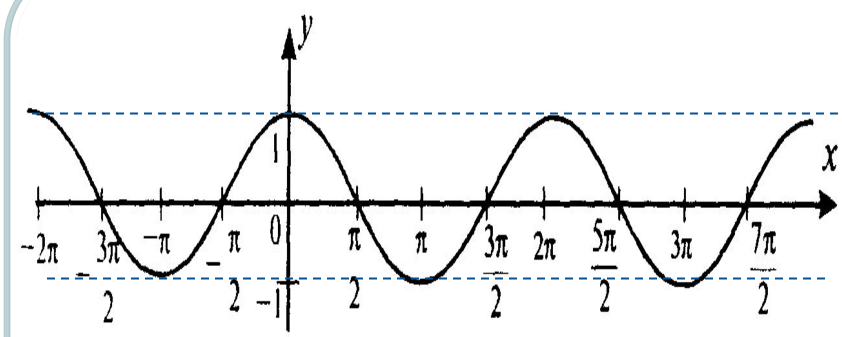
y = sin x

y = sin x -1



# Функция $y = \cos x$

## График функции




## Свойства функции:

1. $D(y) = R$.
2. $E(y) = [-1 ; 1]$
3. <u>Функция периодическая</u>; $T = 2\pi$
4. <u>Функция четная.</u>
5. $\cos x = 0$ при $x = {}^{\pi}/_{2} + \pi n$, $n \in Z$ , $n \in Z$.
6. <u>Функция возрастает на</u>
   $[\pi + 2\pi n; 2\pi + 2\pi n]$, $n \in Z$,
   убывает на
   $[2\pi n; \pi + 2\pi n]$, $n \in Z$.

7. <u>$\cos x > 0$</u>
   при $-{}^{\pi}/_{2} + 2\pi n < x < {}^{\pi}/_{2} + 2\pi n$, $n \in Z$;
   $\cos x < 0$
   при ${}^{\pi}/_{2} + 2\pi n < x < {}^{3\pi}/_{2} + 2\pi n$, $n \in Z$
8. Наибольшее значение функции $y = 1$;
   наименьшее значение функции y

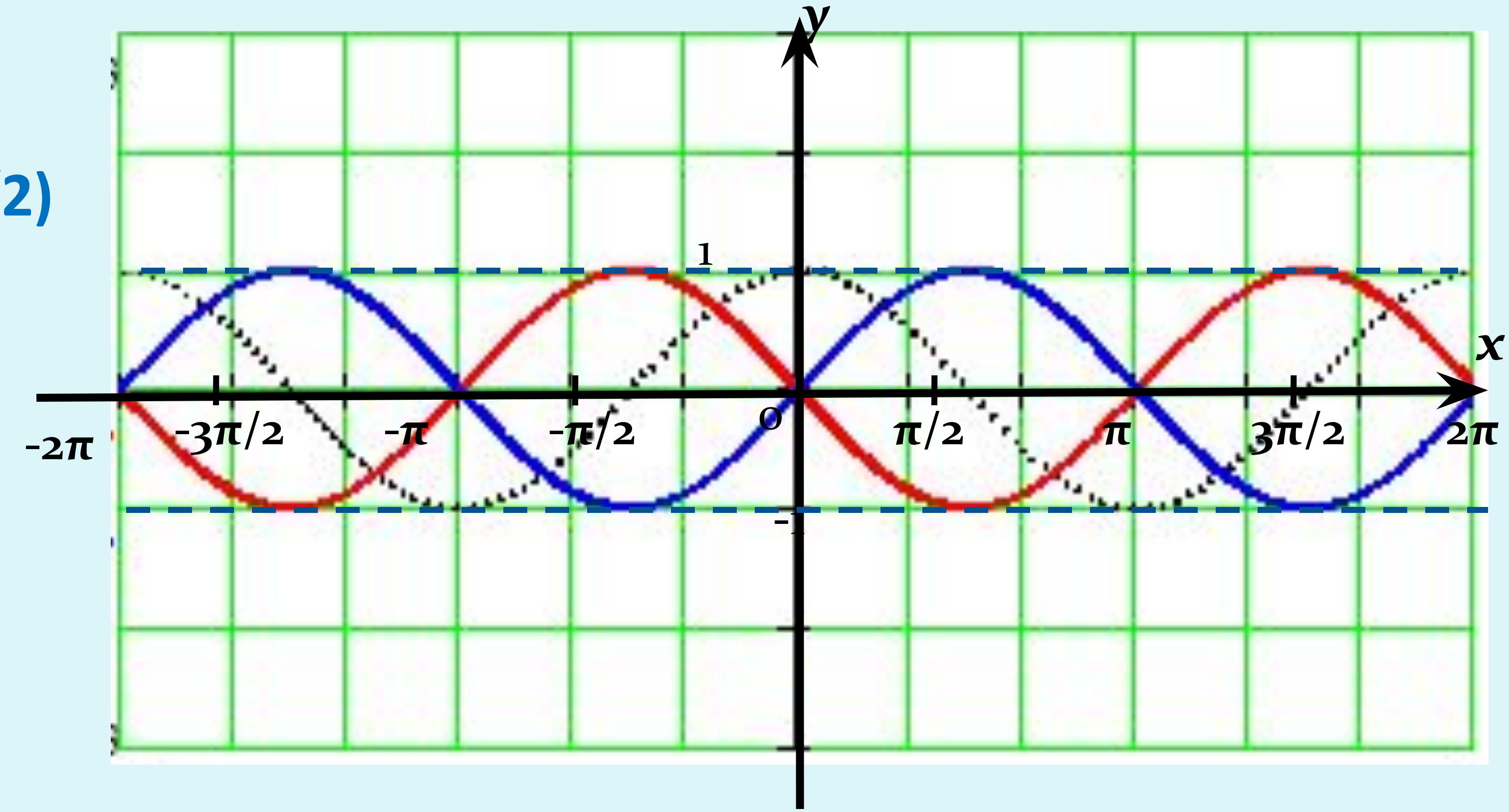
# График функции y = cos(x ± b)

y = cos(x -π/2)

(y = sin x)

y = cos x

y = cos(x +π/2)

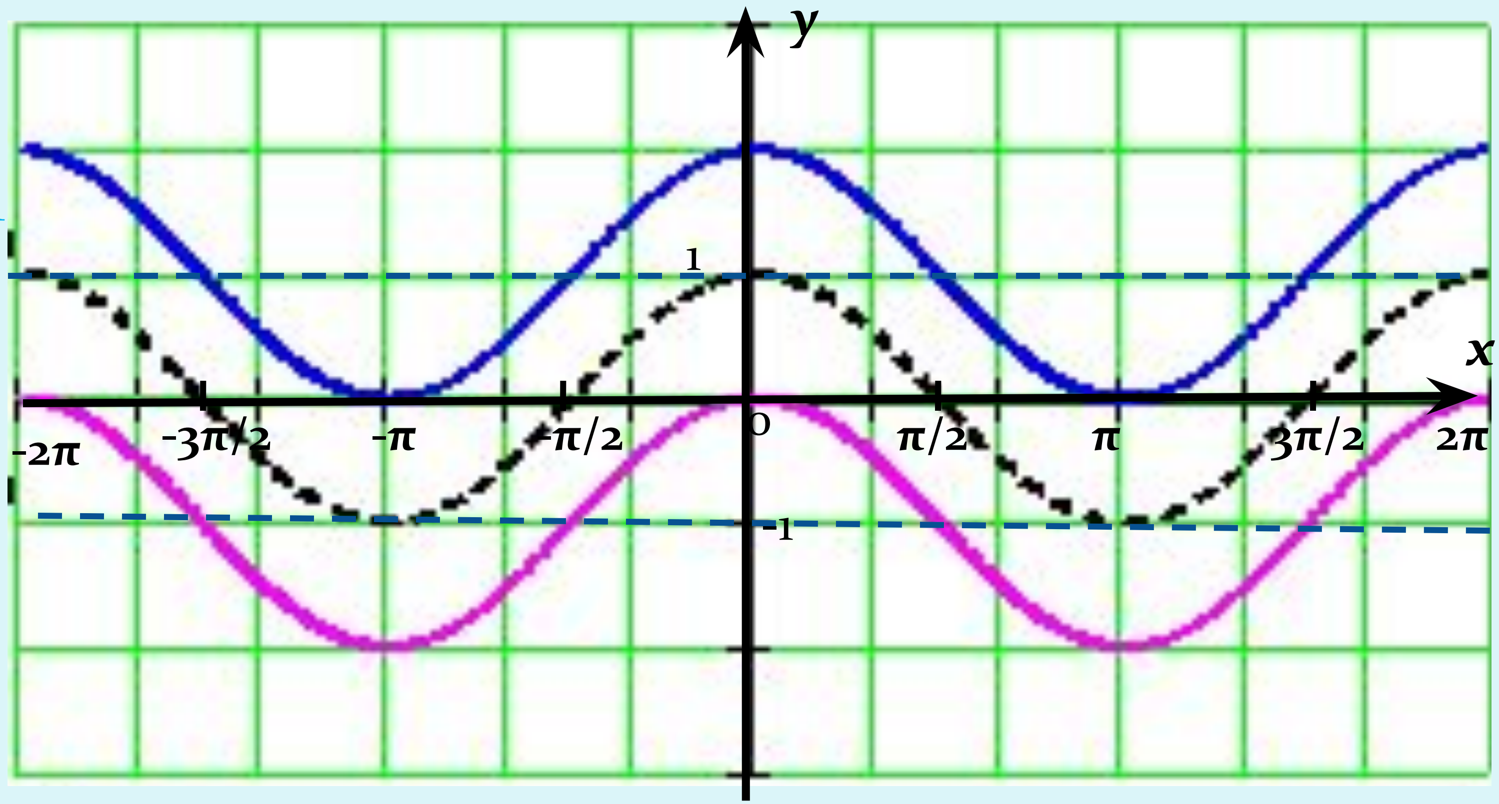


# График функции y = cos x ±b

y = cos x +1

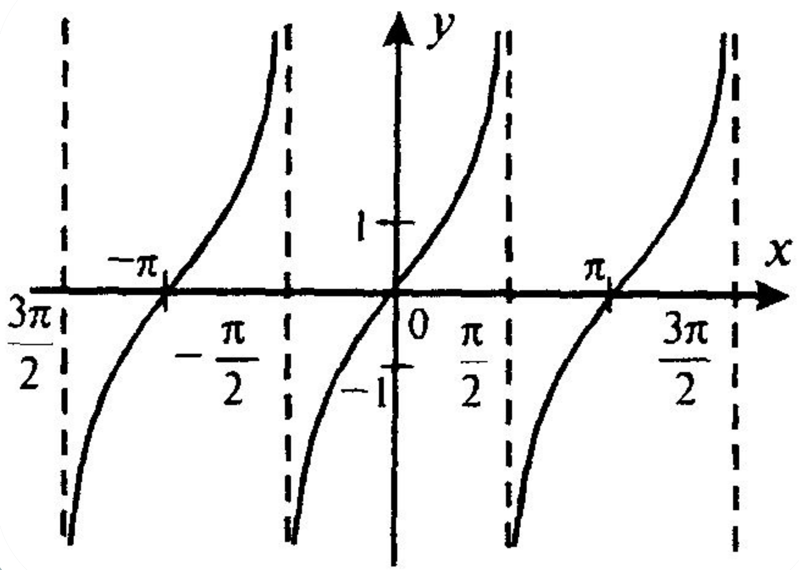
y = cos x

y = cos x -1



# Функция y = tg x

## График функции



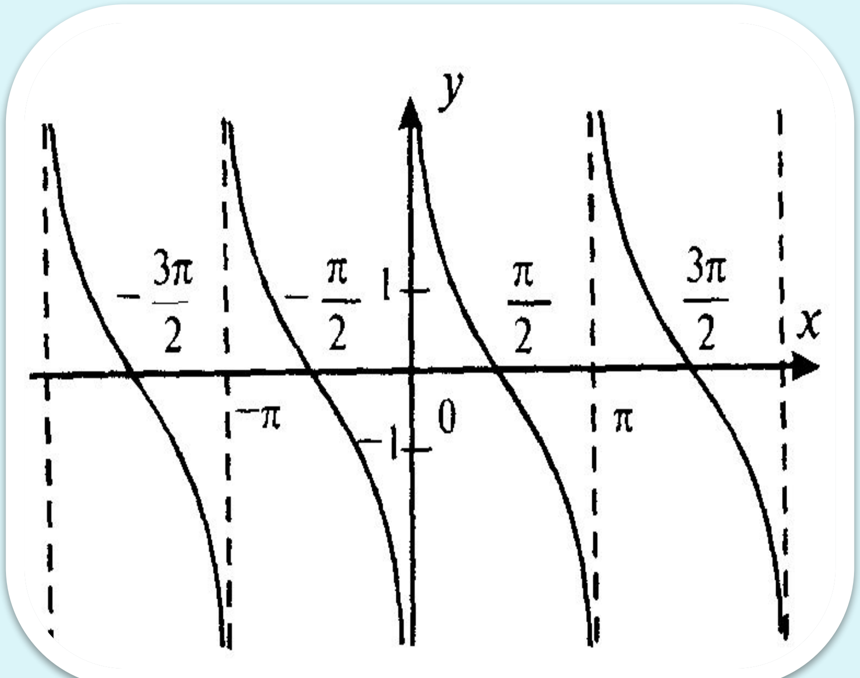

## Свойства функции:

1. $D(y) = (-\pi/2 + \pi n;\ \pi/2 + \pi n)$ ; $n \in Z$.
2. $E(y) = R$.
3. Функция периодическая; T = π.
4. Функция нечетная.
5. $tg\,x = 0$ при $x = \pi n$, $n \in Z$.
6. Функция возрастает на $(-\pi/2 + \pi n;\ \pi/2 + \pi n)$, $n \in Z$
7. $tg\,x > 0$ при $\pi n < x < \pi/2 + \pi n$, $n \in Z$;
   $tg\,x < 0$ при $-\pi/2 + \pi n < x < \pi n$, $n \in Z$.
8. Функция не достигает наибольшего и наименьшего значений.
9. Прямые $\pi/2 + \pi n$, $n \in Z$, являются *асимптотами графика функции.*

# Функция   $y = ctg\ x$

## Свойства функции:

## График функции




1. D(y) = ( πn; π+ πn ) , n∈Z.
2. E(y) = R
3. Функция периодическая; T = π.
4. Функция нечетная.
5. ctg x = 0 при x = $^{\pi}/_{2}$ + πn, n∈Z .
6. Функция убывает на
   (πn; π+ πn), n∈Z .
7. ctg x > 0
   при   πn < x < $^{\pi}/_{2}$ + πn, n∈Z;
   ctg x < 0
   при  $^{\pi}/_{2}$ + πn < x < π + πn, n∈Z.
8. Функция не достигает наибольшего и наименьшего значений.
9. Прямые  πn, n∈Z, являются асимптотами графика

Автор *Плуталова Ольга Вячеславовна, учитель математики гимназии № 498.*

# Исследование тригонометрических функций на четность

**y = sin x.** ***Функция нечетная.***

1) (-x) ∈ D(y).

2) y(-x) = sin (-x) = - sin x = - y(x).

**y = cos x .** ***Функция четная.***

1) (-x) ∈ D(y).

2) y(-x) = cos (-x) = cos x = y(x).

**y= tg x.** ***Функция нечетная.***

1) (-x) ∈ D(y).

2) y(-x) = tg (-x) = - tg x = - y(x).

**y= ctg x.** ***Функция нечетная.***

1) (-x) ∈ D(y).

2) y(-x) = ctg (-x) = - ctg x = - y(x).

# Периодичность тригонометрических функций.

**$y = \sin x$. Период $T = 2\pi$. ($y = \cos x$. $T = 2\pi$)**

*Доказательство.*

1) $(x \pm \mathbf{2\pi}) \in D(y)$.

2) $y(x + \mathbf{2\pi}) = \sin(x + \mathbf{2\pi}) = \sin x = y(x)$.

3) $y(x - \mathbf{2\pi}) = \sin(x - \mathbf{2\pi}) = \sin x = y(x)$.

4) $y(x \pm \mathbf{2\pi}) = y(x)$. Следовательно, $T = 2\pi$.

***(Для функции $y = \cos x$ доказательство аналогично)***

# Периодичность тригонометрических функций.

**$y = tg\ x$. Период $T = \pi$. ($y = ctg\ x$. $T = \pi$).**

*Доказательство.*

1) $(x \pm \pi) \in D(y)$.

2) $y(x + \pi) = tg\ (x + \pi) = tg\ x = y\ (x)$

3) $y(x - \pi) = tg(x - \pi) = tg\ x = y\ (x)$.

4) $y(x \pm \pi) = y\ (x)$. Следовательно, $T = \pi$.

***(Для функции $y = ctg\ x$ доказательство аналогично)***

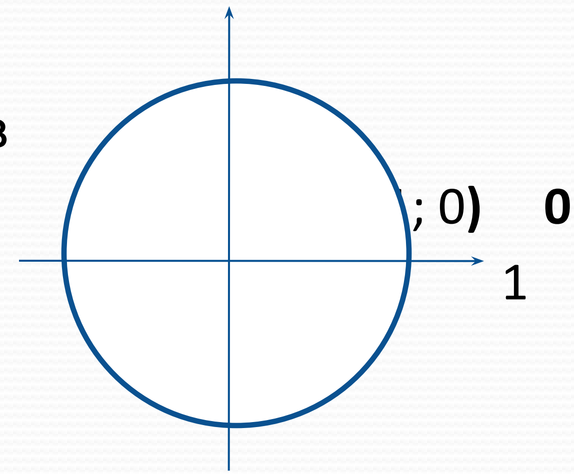
# Монотонность тригонометрических функций.

**y = cos.**

Функция возрастает на $[\pi + 2\pi n; 2\pi + 2\pi n]$, $n \in Z$,

убывает на $[2\pi n; \pi + 2\pi n]$, $n \in Z$.

*Доказательство. 1)* При повороте точки (1; 0) вокруг начала координат против часовой стрелки на угол от 0 до $\pi$ абсцисса точки, т.е $\cos x$, уменьшается от 1 до -1. Поэтому если $0 \le x_1 < x_2 \le \pi$ то $\cos x_1 > \cos x_2$.




Это означает, что функция $y = \cos x$ убывает на $[0; \pi]$.

2) Функция $y = \cos x$ возрастает на $[-\pi; 0]$, т.к. она убывает на $[0; \pi]$ и является четной.

3) Т.к. функция периодическая с периодом $T = 2\pi$, то она возрастает на $[\pi + 2\pi n; 2\pi + 2\pi n]$, $n \in Z$, убывает на $[2\pi n; \pi + 2\pi n]$, $n \in Z$.

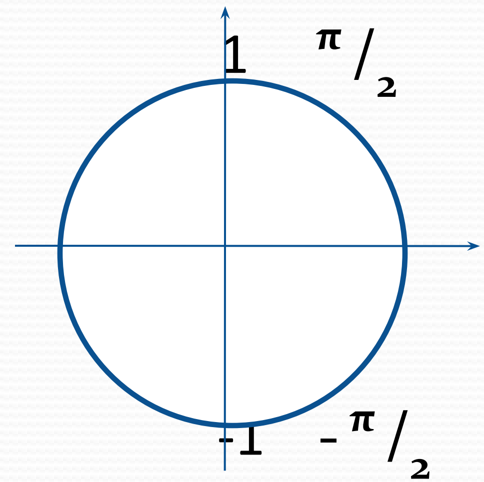
# Монотонность тригонометрических функций.

**y = sin x.**

Функция возрастает на $[-\pi/2 + 2\pi n; \pi/2 + 2\pi n]$, $n \in Z$,

убывает на $[\pi/2 + 2\pi n; 3\pi/2 + 2\pi n]$, $n \in Z$.

*Доказательство. 1)* При повороте точки вокруг начала координат против часовой стрелки на угол от $-\pi/2$ до $\pi/2$ ордината точки, т.е sin x, увеличивается от -1 до 1. Поэтому если $-\pi/2 \le X_1 < X_2 \le \pi/2$, то $\sin X_1 < \sin X_2$.




Это означает, что функция y = sin x возрастает на $[-\pi/2; \pi/2]$. 2) Т.к. функция периодическая с периодом Т = 2π, то она возрастает на $[-\pi/2 + 2\pi n; \pi/2 + 2\pi n]$, $n \in Z$.

Убывание функции на $[\pi/2 + 2\pi n; 3\pi/2 + 2\pi n]$, $n \in Z$, доказывается аналогично.

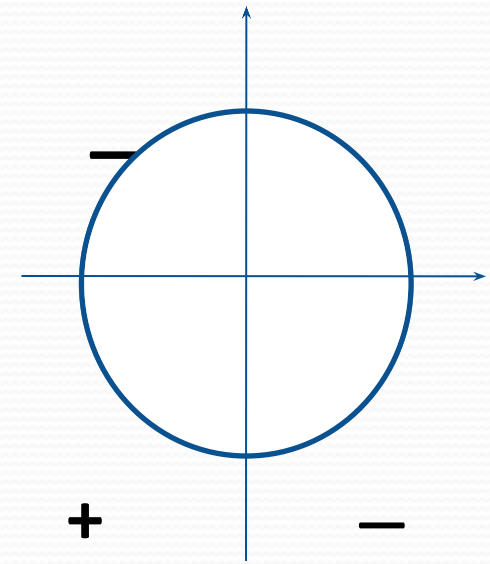
# Определение промежутков знакопостоянства тригонометрических функций.

**y = tg x**

tg x > 0 при $\pi n < x < {}^{\pi}/_{2} + \pi n,\ n \in Z$;

+

tg x < 0 при $-{}^{\pi}/_{2} + \pi n < x < \pi n,\ n \in Z$.



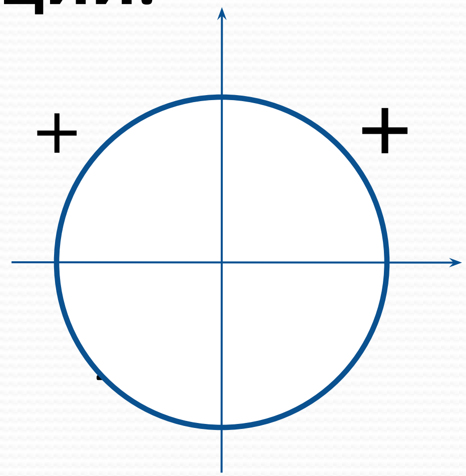

**y = ctg x**

ctg x > 0 при $\pi n < x < {}^{\pi}/_{2} + \pi n,\ n \in Z$;

ctg x < 0 при ${}^{\pi}/_{2} + \pi n < x < \pi + \pi n,\ n \in Z$.

# Определение промежутков знакопостоянства тригонометрических функций.

**y = sin x .**

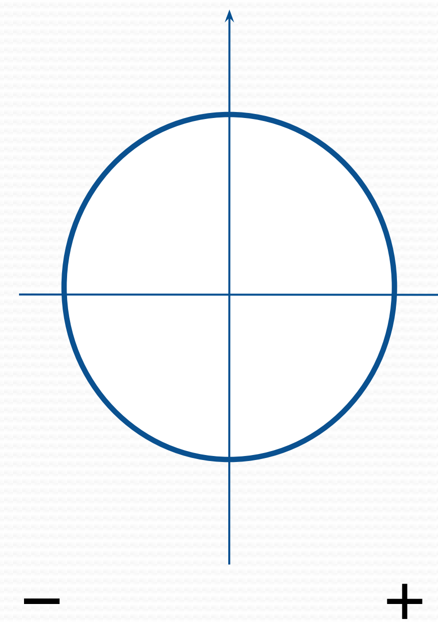



$\sin x > 0$ при $2\pi n < x < \pi + 2\pi n,\ n \in Z;$

$\sin x < 0$ при $\pi + 2\pi n < x < 2\pi + 2\pi n,\ n \in Z.$

–

**y = cos x.**




$\cos x > 0$ при $-{}^{\pi}/_{2} + 2\pi n < x < {}^{\pi}/_{2} + 2\pi n,\ n \in Z;$

+

$\cos x < 0$ при ${}^{\pi}/_{2} + 2\pi n < x < {}^{3\pi}/_{2} + 2\pi n,\ n \in Z.$