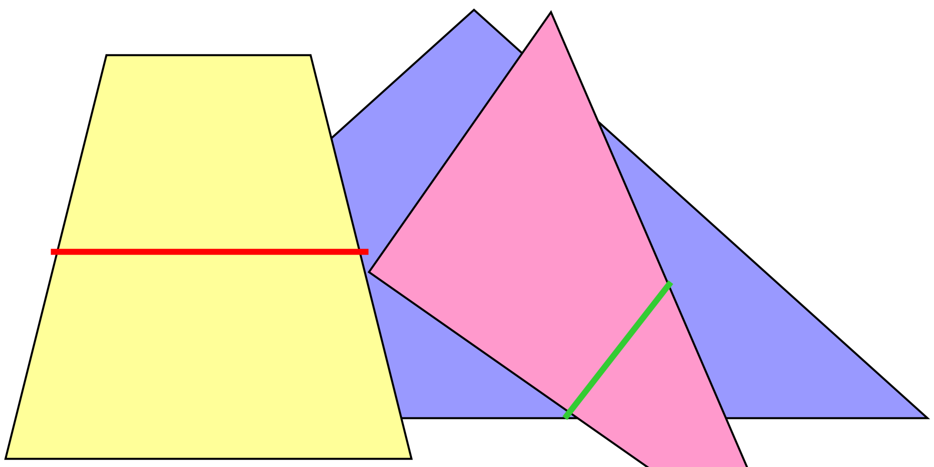
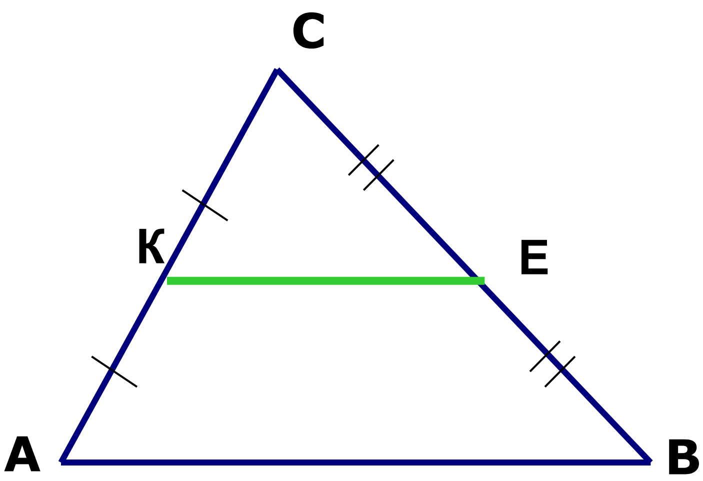
Средняя линия треугольника, средняя линия трапеции.



Определение: <u>средней линией треугольника</u> **называется отрезок, соединяющий середины двух его сторон.**

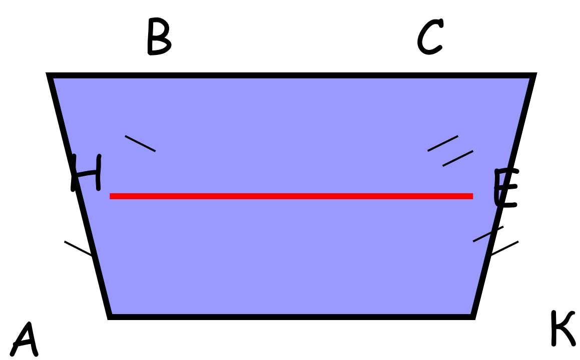


AK = KC
BE = CE

KE – средняя линия △ABC

Сколько средних линий в треугольнике ?

Определение: <u>средней линией трапеции</u> **называется отрезок, соединяющий середины боковых её сторон.**



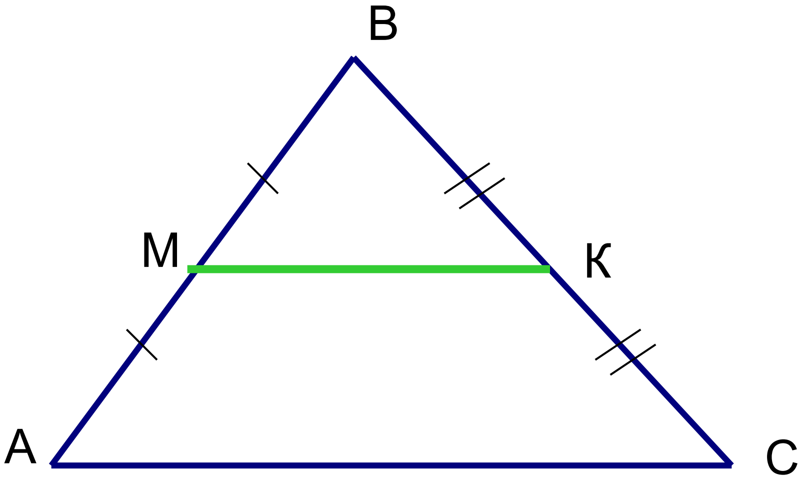
AH = HB
KE = CE

HE – средняя линия ABCK

Сколько средних линий в трапеции ?

Средняя линия треугольника

Теорема. **Средняя линия треугольника параллельна одной из его сторон и равна половине этой стороны.**



Дано: $\triangle$ ABC, MK – средняя линия.

Доказать: MK $\parallel$ AC, MK = ½ AC.

Доказательство:

Т. к. по условию MK – средняя линия, то AM = MB = ½ AB, CK = KB = ½ BC.

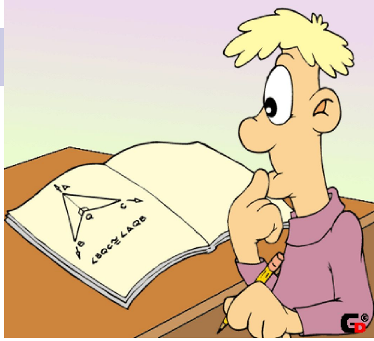
Значит, $\frac{BM}{AB} = \frac{BK}{BC} = \frac{1}{2}$, $\angle$B – общий для $\triangle$ ABC и $\triangle$ MBK,

значит, $\triangle$ABC и $\triangle$MBK подобны по второму признаку подобия,

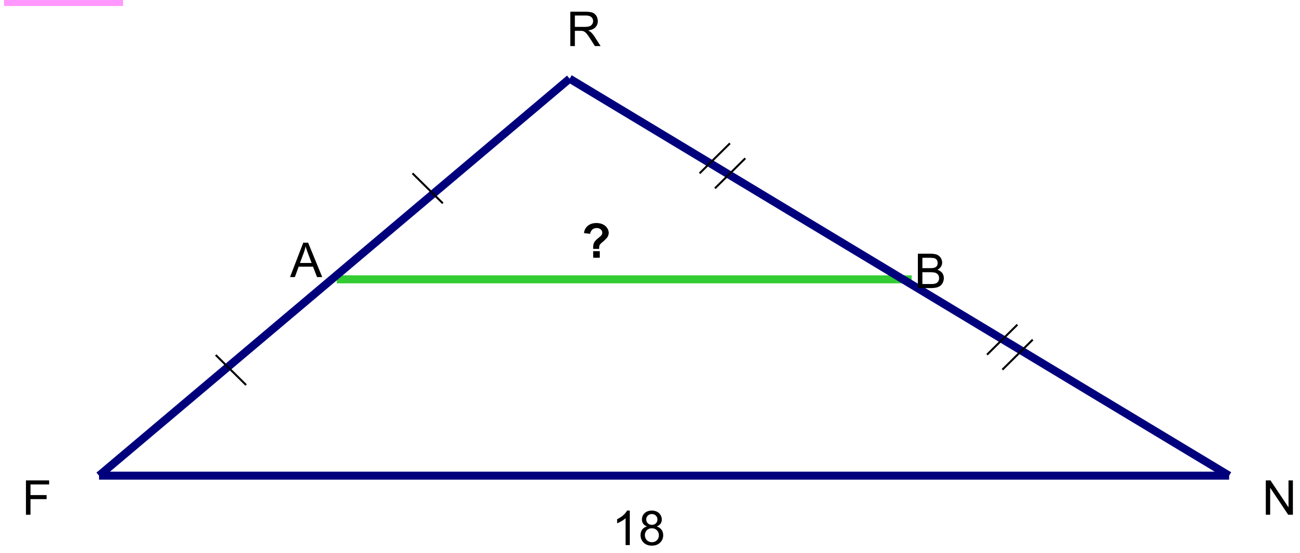
следовательно, $\angle$BMK = $\angle$A, значит, MK $\parallel$AC.

Из подобия треугольников также следует, что $\frac{MK}{AC} = \frac{1}{2}$, т. е. MK = ½ AC.

Реши задачу



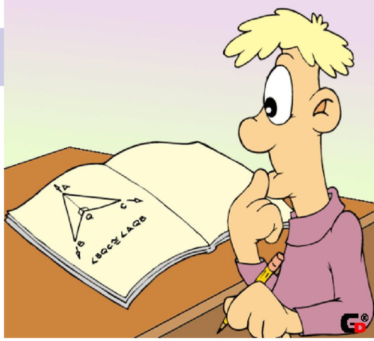
1.

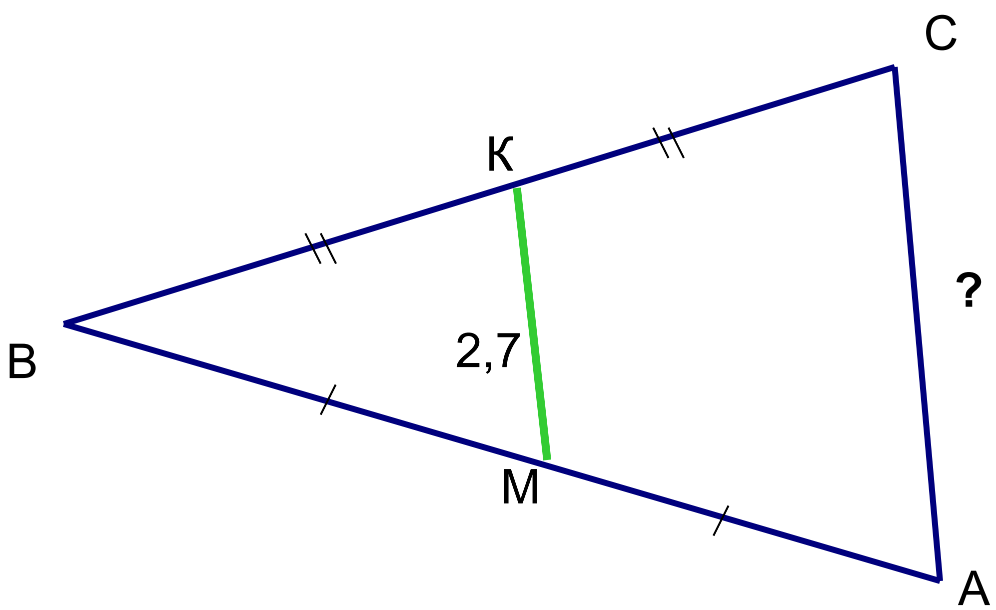


△

Реши задачу

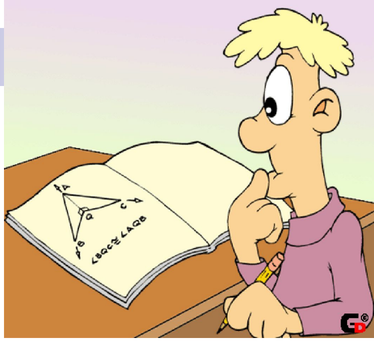
2.

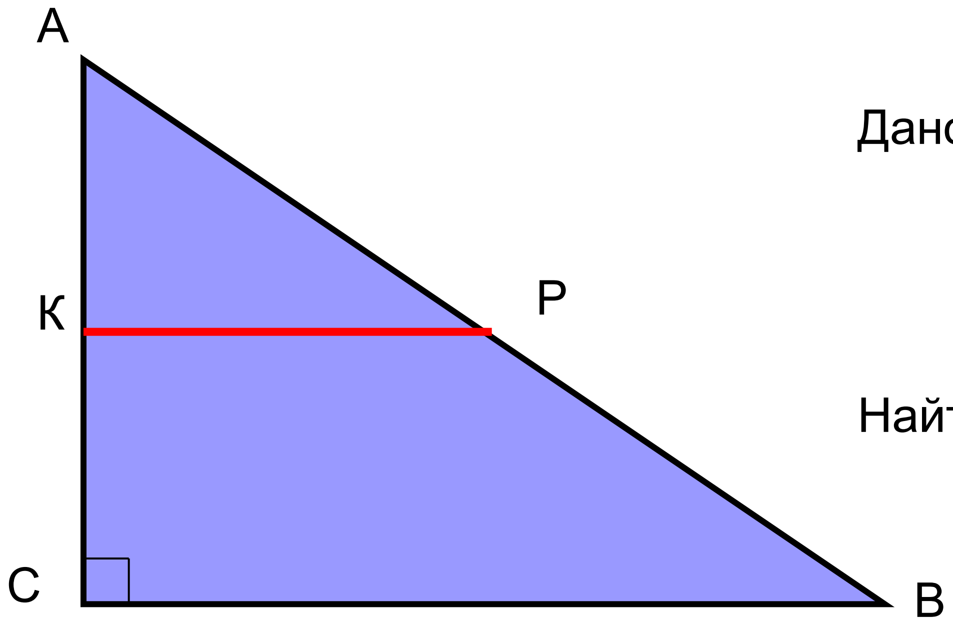




Реши задачу

3.



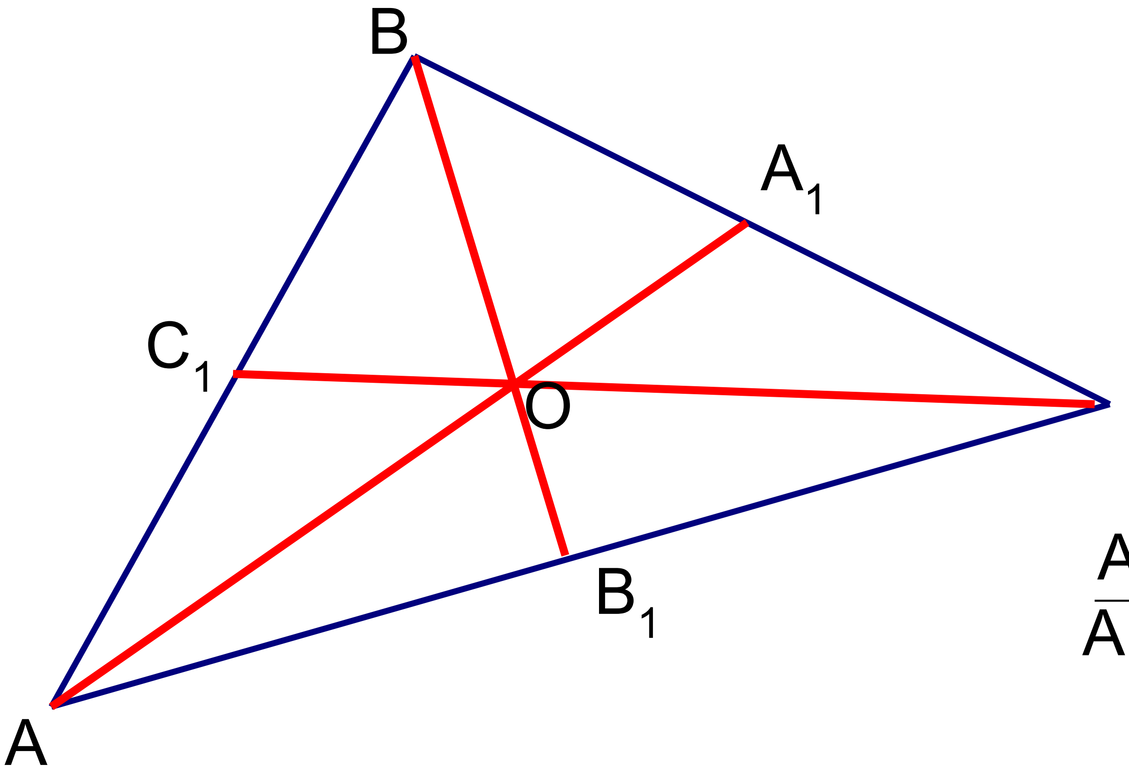


Дано: AB = 1 дм,
AC = 6 см,
AK = KC,
AP = PB.

Найти: KP.

Нужное свойство медиан треугольника

Медианы треугольника пересекаются в одной точке, которая делит каждую медиану в отношении 2 : 1, считая от вершины.



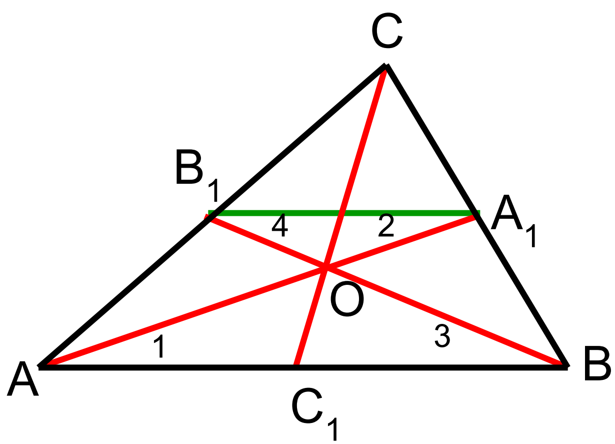
Дано: $\triangle ABC$,

AA_1, BB_1, CC_1 – медианы.

Доказать:

$$\frac{AO}{A_1O} = \frac{BO}{B_1O} = \frac{CO}{C_1O} = \frac{2}{1}$$

Доказательство:



Проведём A_1B_1.

По условию AA_1, BB_1 – медианы значит,

$BA_1 = CA_1$, $AB_1 = CB_1$, т. е. A_1B_1 – средняя линия.

Значит, $A_1B_1 \parallel AB$, поэтому

$\angle 1 = \angle 2$, $\angle 3 = \angle 4$.

Следовательно, треугольники AOB и A_1OB_1 подобны по двум углам.

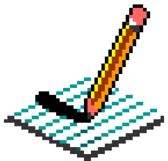
Значит, их стороны пропорциональны: $\dfrac{AO}{A_1O} = \dfrac{BO}{B_1O} = \dfrac{AB}{A_1B_1}$

По свойству средней линии треугольника $AB = 2\,A_1B_1$, т. е.

$$\frac{AO}{A_1O} = \frac{BO}{B_1O} = \frac{AB}{A_1B_1} = \frac{2}{1}$$

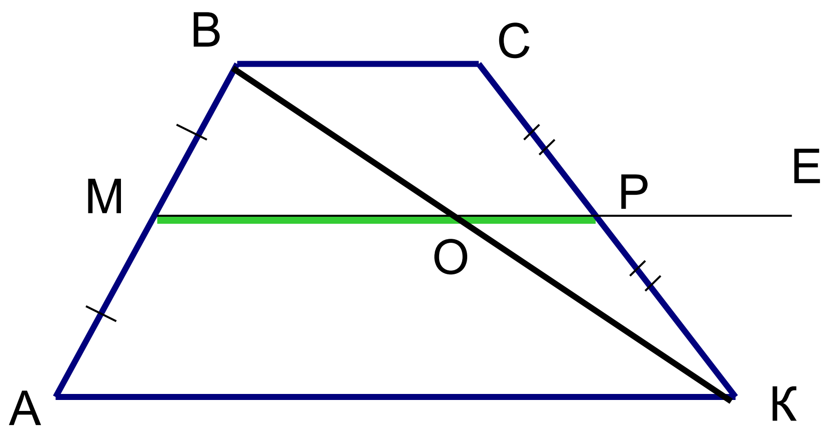
Аналогично, $\dfrac{CO}{C_1O} = \dfrac{2}{1}$

Получим: $$\frac{AO}{A_1O} = \frac{BO}{B_1O} = \frac{CO}{C_1O} = \frac{2}{1}$$



Средняя линия трапеции

Теорема. **Средняя линия трапеции параллельна основаниям и равна их полусумме.**



Дано: ABCK – трапеция,
MP – средняя линия.

Доказать: MP $\parallel$ AK, MP $\parallel$ BC,

$$MP = \frac{AK + BC}{2}$$

Доказательство:

Проведём через точку M прямую ME $\parallel$ AK, докажем, что ME пройдёт через P.

Т. к. ABCK – трапеция, то BC $\parallel$ AK, а, значит, BC $\parallel$ ME $\parallel$ AK.

Т. к. MP – средняя линия, то AM= MB, KP = CP.

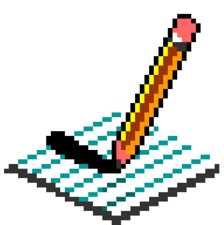
По теореме Фалеса ME пересечёт CK в середине CK, т. е. в точке P.

Следовательно, MP лежит на ME, значит, MP $\parallel$ AK, MP $\parallel$ BC.

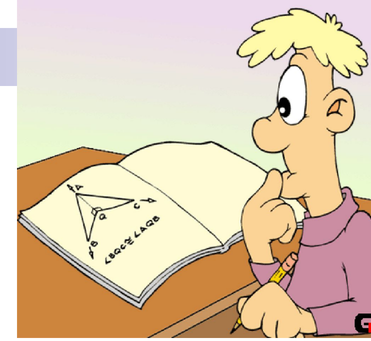
Проведём BK. По теореме Фалеса O – середина BK, значит,

MO – средняя линия $\triangle$ABK, OP – средняя линия $\triangle$BCK.

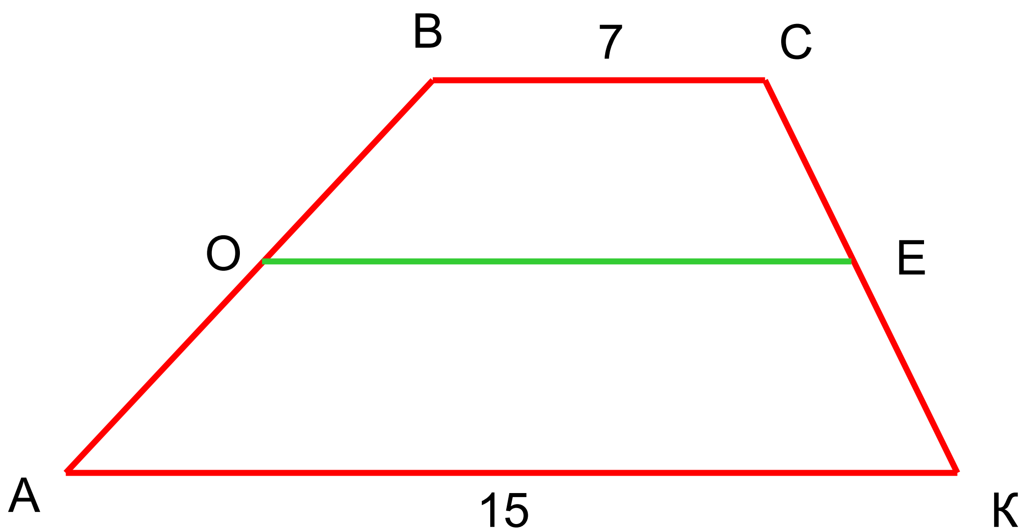
$$MP = MO + OP = ½\ AK + ½\ BC = ½\ (AK + BC) = \frac{AK + BC}{2}$$



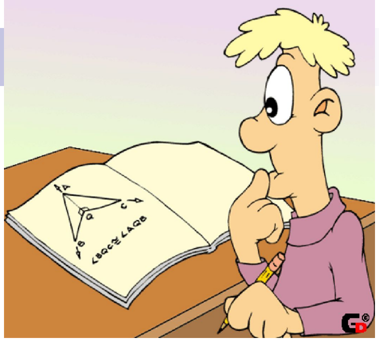
Реши задачу



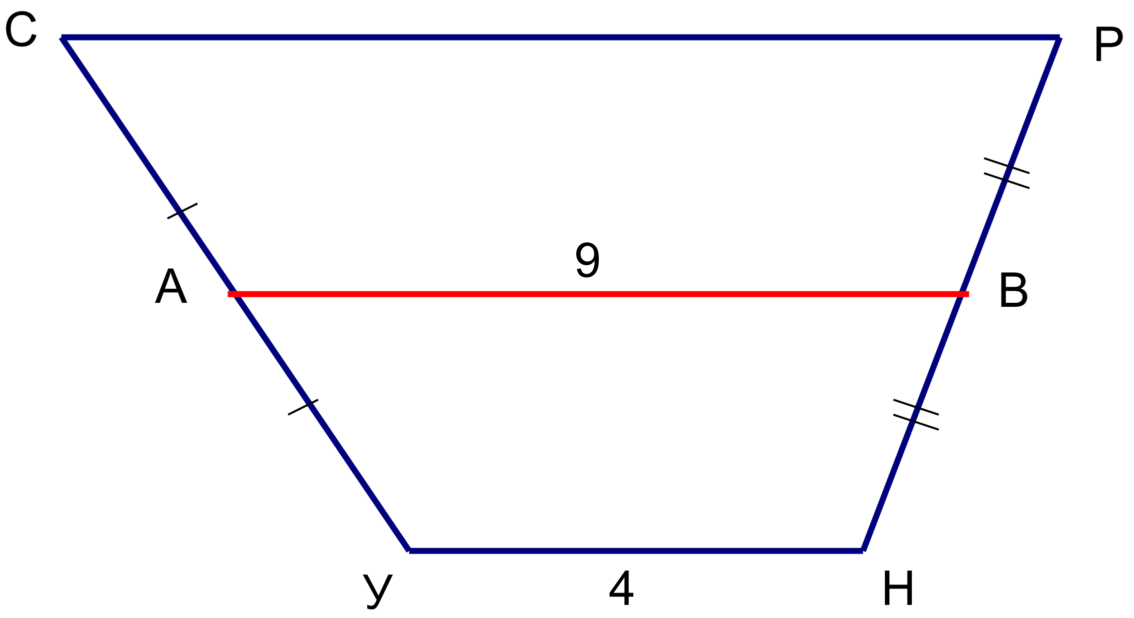
Найти длину средней линии ОЕ трапеции АВСК по данным на чертеже:

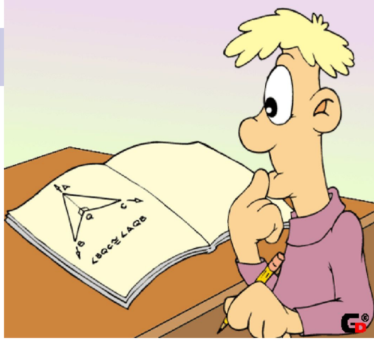


Реши задачу



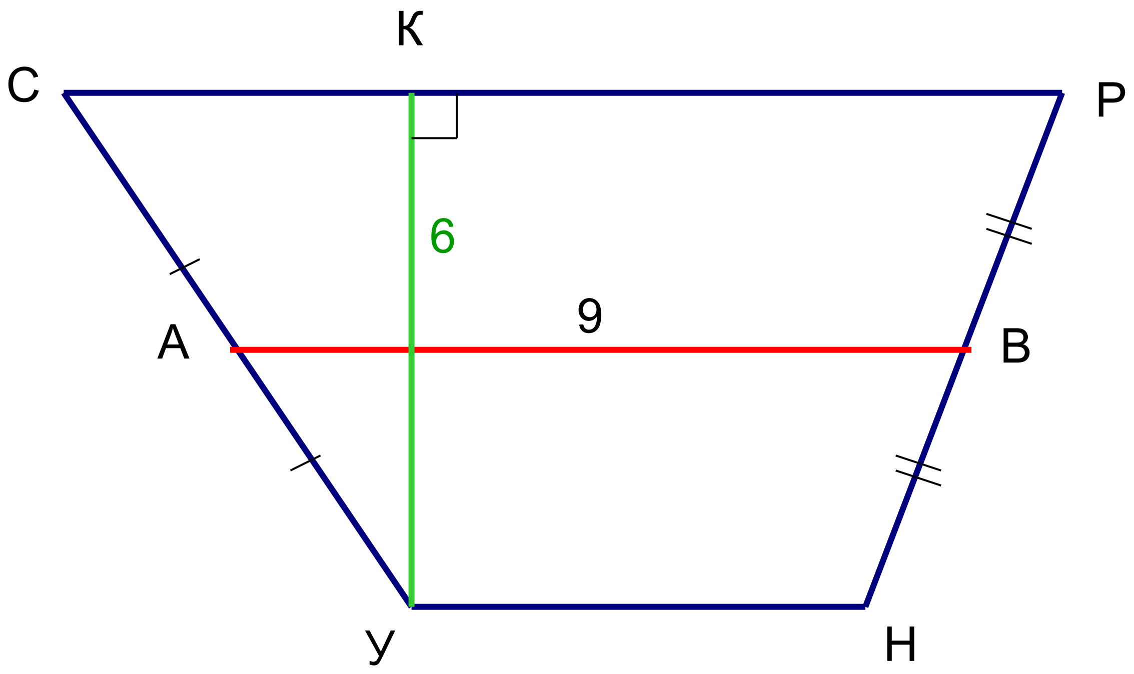
Найти длину верхнего основания трапеции УСРН по данным на чертеже:





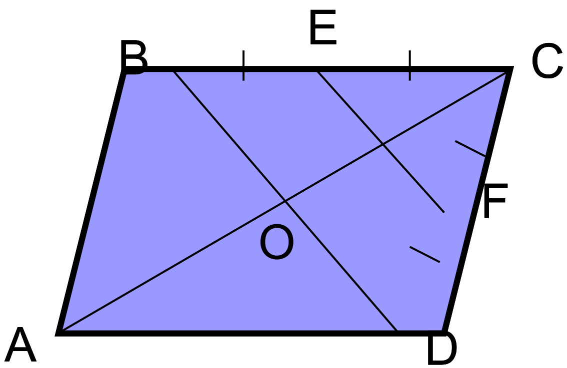
Реши задачу

Найти площадь трапеции УСРН по данным на чертеже:



Решение задачи

В ромбе ABCD O- точка пересечения диагоналей, E и F - середины сторон BC и DC. Докажите, что $EF = BO$, $EF \perp AC$



Дано:

ABCD - ромб,

O– точка пересечения диагоналей,

E - середина BC,

F - середина DC.

Доказать:

$EF = BO$, $EF \perp AC$.

Доказательство:

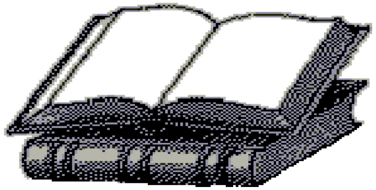
Так как ABCD - ромб, то $BO = OD = ½ BD$, $BD \perp AC$.

Рассмотрим $\triangle BCD$. Так как E–середина BC, F - середина DC, то EF- средняя линия $\triangle BCD$,

значит, $EF = ½ BD$, и, следовательно, $EF = BO$.

По свойству средней линии треугольника: $EF \parallel BD$,

а по доказанному $BD \perp AC$, значит, и $EF \perp AC$, что и т. д.



Желаю успехов в учёбе!

Михайлова Л. П.
ГОУ ЦО № 173.