

Система подготовки учащихся 9, 11 классов к итоговой аттестации по математике

Л.Т.Юрченко
учитель математики МАОУ
«СОШ №16»

Цель:

побудить и способствовать формированию различных активных видов деятельности учащихся по подготовке к экзамену по математике.

Задачи

- *обучающая:*
 - *формирование навыков решения заданий из открытого банка заданий ЕГЭ по математике*
 - *расширение видов деятельности по подготовке к ЕГЭ и ГИА (в частности, изучению дополнительной литературы)*
- *развивающая:*
 - *способствовать развитию внимания*
 - *формирование и постановка проблем в достижении целей учебной деятельности*
 - *способствовать развитию логического мышления, математической интуиции, умению анализировать, применять знания*
- *воспитательная:*
 - *побудить у учащихся осознание системной подготовки к экзамену и ответственности за результаты экзамена.*

Принципы построения системы работы

- Формирование основ знаний
- Привлечение наглядных средств
- Обучение приемам самоконтроля
- Отработка техники вычислений с целью повышения общей культуры вычислений
- Тренировка безошибочному преобразованию алгебраических вычислений и преобразований
- Своевременное выявление в 7-9 классах детей с пробелами в математической подготовке и проведение коррекционной работы с ними
- Подготовка к экзамену в течение всего периода обучения
- Систематический контроль и диагностика результатов
- Дифференцированный характер подготовки

Формы организации работы учащихся при подготовке к итоговой аттестации

- использование медиапродукта на занятии
- применение теста с просмотром решений
- использование для работы с электронным тестом в классе и бумажного вида работы
- *система работы в режиме онлайн*
- *практикумы по темам повторения*
- зачеты по заданиям ЕГЭ и ГИА I части
- знакомство и тренировка в решении экзаменационных задач в 6-8 классах
- *решение экзаменационных математических задач на уроках физики, химии, экономики*
- *система дополнительных занятий для детей, проявляющих интерес к математическим занятиям*

Целесообразность использования медиапродукта на занятии продиктована следующими факторами:

- интенсификацией учебно-воспитательного процесса:
- автоматизацией процесса контроля,
- улучшением наглядности изучаемого материала,
- увеличением количества предлагаемой информации,
- уменьшением времени подачи материала;
- повышением эффективности усвоения учебного материала за счет групповой и самостоятельной деятельности учащихся.

Возможные варианты применения теста с просмотром решений

- Используется учителем для объяснения решений заданий В на уроках обобщающего повторения или на факультативных занятиях по подготовке к ГИА и ЕГЭ.
- Применяются для групповой работы с последующим обсуждением предложенных решений учителем и версий учащихся.
- Применяются учащимися в качестве самопроверки полученного решения.
- Используются для дистанционного обучения учащихся.



Учащиеся в группах выполняют работу, используя такие тесты, а проверка результатов проходит в электронном тесте. Это занимает у учителя немного времени, но ожидание результатов работы группы активизирует деятельность учащихся на уроке, увлекает.

- Для работы с электронным тестом в классе использую и бумажный вид работы. Для получения его, надо знать, что такое СКРИНШОТ . СКРИНШОТ - это мгновенный снимок экрана монитора, изображение, которое показывает в точности то, что имеется на вашем мониторе.
- Как его сделать?
- Информация, которая находится на экране монитора, фотографируется кнопкой на клавиатуре **Prt Sc SysRq**. Затем зайти в Word, кнопкой **Вставить** . Получили СКРИНШОТ.

режим онлайн

- это не подготовленные заранее для егэ задания по математике, это некое подобие примеров и задач, которые могут быть на едином госэкзамене. А потому при подготовке к егэ по математике решения задач следует запомнить. Но лишь решения, а точнее ход их решений — это ведь не настоящий егэ по математике, ответы на который нужно занести в шпаргалки, а репетиция. Система в режиме онлайн конструирует каждый раз новые задачи, и совпадение их с теми, что будут на егэ в 2013 году, вряд ли возможно.
- Войдя в систему, ученик может выбрать для подготовки к егэ по математике варианты: сложные и простые — все зависит от того, насколько усиленно он собирается готовиться и к каким результатам стремится. Что касается егэ по математике, баллы важно набрать высокие — ведь это один из обязательных школьных предметов.

Тест по заданиям ЕГЭ

Например :

В задании В4 предложено 455 прототипов. В данном тесте составлено 6 вариантов по теме «Треугольник». Использовались 240 прототипов из открытого банка заданий по математике по темам:

- «Нахождение значений тригонометрических функций острых углов прямоугольного треугольника по одной из них»,
- «Решение прямоугольных треугольников – нахождение сторон»,
- «Теорема Пифагора»,
- «Решение прямоугольных треугольников – нахождение углов»,
- «Прямоугольный треугольник и высота, проведённая к гипотенузе»,
- «Равнобедренный треугольник»,
- «Равносторонний треугольник»,
- «Тупоугольный треугольник»,
- «Внешний угол треугольника – тригонометрия».

Наглядная презентация изучаемого учебного материала

- Структура презентации:

- № 1 Перечень задач из открытого банка заданий, решаемых при помощи графика линейной функции. Переход по гиперссылкам к условию и решению указанных задач
- № 2 Перечень задач из открытого банка заданий, решаемых при помощи графика квадратичной функции. Переход по гиперссылкам к условию и решению указанных задач
- №3 - № 4 Завершающий слайд.
- № 5 Условие и решение задачи «Момент инерции вращающейся катушки» - задание В10 (№ 28165)
- № 6 - № 7 Условие и решение задачи «Торможение автомобиля» - задание В10 (№ 28147)
- № 8 - № 9 Условие и решение задачи «Мотоциклист в зоне сотовой связи» - задание В10 (№ 28135)
- № 10 - № 11 Условие и решение задачи «Время проверки работы лебёдки» - задание В10 (№ 28125)
- № 12 - № 13 Условие и решение задачи «Нагревание прибора» - задание В10 (№ 28115)
- № 14 - № 15 Условие и решение задачи «Камнеметательная машина» - задание В10 (№ 28105)
- № 16 – № 17 Условие и решение задачи «Полное вытекание воды из бака» - задание В10 (№ 28091)
- № 18 - № 19 Условие и решение задачи «Частичное вытекание воды из бака» - задание В10 (№ 28081)
- № 20 - № 21 Условие и решение задачи «Скорость вращения ведёрка» - задание В10 (№ 28071)
- № 22 - № 23 Условие и решение задачи «Мяч, подброшенный вверх» - задание В10 (№ 28059)
- № 24 Условие и решение задачи «Выручка предприятия при наибольшей цене» - задание В10 (№ 28053)
- № 25 Условие и решение задачи «Мальчик, камешки, колодец» - задание В10 (№ 28039)
- № 26 - № 27 Условие и решение задачи «Месячная прибыль предприятия» - задание В10 (№ 28027)
- № 28 - № 29 Условие и решение задачи «Тепловое расширение рельса» - задание В10 (№ 28017)

Возможные варианты применения иллюстрированных решений

- Используется учителем для объяснения решений данных заданий на уроках обобщающего повторения или на факультативных занятиях по подготовке к экзамену.
- Применяется учащимися в качестве самопроверки полученного решения.
- Для дистанционного обучения учащихся.

Обоснование выбора формы иллюстрирования решения

При подготовке к ЕГЭ по математике задания В10 вызывают значительную сложность у выпускников. Это, прежде всего, продиктовано неумением учащихся «вчитываться» в текст задачи.

Поэтому в данной иллюстрации решений заданий В10 предлагается следующая схема:

- анализ данных (данные),
- функция,
- график, соответствующий данной функции (построение, изображение на графике данных, соответствующих условию задачи),
- решение соответствующего уравнения или неравенства,
- обоснование и выбор ответа.

В зависимости от рассматриваемой задачи последовательность предлагаемых шагов может меняться.

Выбранная иллюстрация решений предполагает закрепление у учащихся базовых предметных знаний и умений:

- умение графически решать уравнения,
- умение графически решать неравенства,
- знание и применение свойств квадратичной функции (направление ветвей параболы, нахождение точек пересечения с осями координат и др.)
- знание и применение свойств линейной функции,
- нахождение значения функции по графику,
- нахождение длины отрезка.

Класс – 11

Тип: дидактический материал для проведения зачета в 5 вариантах с ответами
Тема – « Задания ЕГЭ I части (1 полугодие)»

Данный дидактический материал содержит по 5 заданий по 10 основным темам:

- **тема 1. «Степени»,**
- **тема 2. «Корни n -ой степени»,**
- **тема 3. «Область определения функции и множество значений функции»,**
- **тема 4. «Производная и её применение»,**
- **тема 5. «Решение уравнений»,**
- **тема 6. «Решение неравенств» ,**
- **тема 7. «Тригонометрия»,**
- **тема 8. «Чтение графиков»,**
- **тема 9. «Логарифмы»,**
- **тема 10. «Первообразная и неопределенный интеграл ».**
-

Зачет по заданиям ЕГЭ I части (I полугодие)

Вариант № 1

Тема 1. «Степени»

1. Упростите: $\frac{p^{0,2} \cdot p^{0,3}}{(p^{-0,7})^5}$.
2. Выполните действия: $7^{\frac{15}{7}} - (3 \cdot 7^{\frac{5}{7}})^3$.
3. Упростите выражение: $t^{-1,3} \cdot 2,5t^{3,7}$.
4. Вычислите: $-0,25^{-6} \cdot 0,25^4 + 343^{\frac{1}{3}} - (-2,623)^0$.
5. Упростите выражение: $(b^{\frac{3}{7}} \cdot a^{\frac{5}{6}}) : (b^{-\frac{11}{7}} \cdot a^{\frac{1}{6}})$.

Тема 2. «Корни n-ой степени»

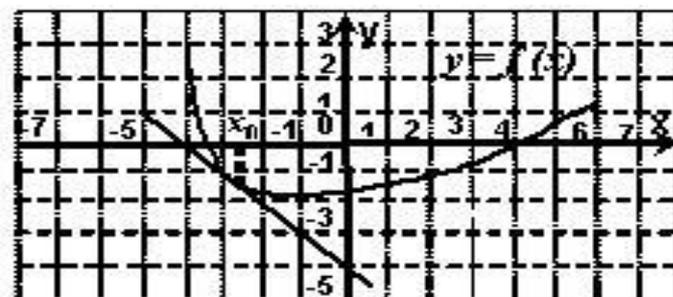
1. Вычислите: $\frac{4^3 \sqrt{625}}{0,25 \cdot \sqrt[3]{5}}$.
2. Внесите множитель под знак корня: $m^5 \cdot \sqrt[3]{4}$.
3. Сократите дробь: $\frac{\sqrt[2]{x^{10}} - 12\sqrt[2]{x^5}}{144 - \sqrt[2]{x^{10}}}$.
4. Вычислите: $\sqrt[4]{0,27 \cdot 0,03} - \sqrt{196}$.
5. Упростите выражение: $\frac{(9m)^{\frac{3}{2}} \cdot m^{-\frac{4}{3}}}{\sqrt[6]{m^5}}$.

Тема 3. «Область определения функции и множество значений функции»

1. Найдите множество значений функции: $y = -3 \sin 0,25x$.
2. Найдите наибольшее целое число, **не** входящее в множество значений функции $y = 7 + 5^{1-2x}$.
3. Найдите область определения функции: $y = \frac{5x}{2 - \sqrt[8]{x-2}}$.
4. Найдите область определения функции: $y = \sqrt[10]{1 - \left(\frac{2}{5}\right)^{3-2x}}$.
5. Найдите область определения функции: $y = \log_5(3x - 2x^2)$.

Тема 4. «Производная и её применение»

1. Найдите производную функции: $y = -\frac{3}{4}x^8 + 7x^6 - 8x + 11$.
2. Найдите производную функции: $y = (5 - 3x)^7$.
3. Материальная точка движется по закону $s(t) = \frac{9}{2}t^2 - 7t + 6$ (м).
В какой момент времени скорость точки будет равна 12,8 м/с?
4. Найти угловой коэффициент касательной, проведённой к
графику функции $y = \frac{5}{6}x^3 - 3x^2 + x - 2$ в точке с абсциссой
 $x_0 = -2$.
5. На рисунке изображен график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0 . Найдите значение производной в точке x_0 .



Тема 5. «Решение уравнений»

1. $-2 \cos \frac{x}{2} = 1.$

2. $5 \sin x - \sin 2x = 0$

3. $7^x \cdot x - 49 \cdot 7^x = 0$

4. $\sqrt{25x^2 - 36} = -4x$

$\log_{\frac{11}{5}}(3x - 2) \geq \log_{\frac{11}{5}}(5x - 10)$

5. $6^{\log_6(2x-3)} = 14$

Тема 6. «Решение неравенств»

1. $\frac{(4-5x)(4+2x)}{7x} \leq 0.$

2. $6^{x+2} - 25 \cdot 6^x \geq \frac{11}{6}$

3. $\log_3(3x - 2) \leq 2$

4.

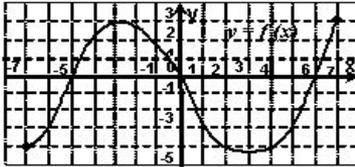
5. $10^{-5x+2} \geq \sqrt{10}$

Тема 7. «Тригонометрия»

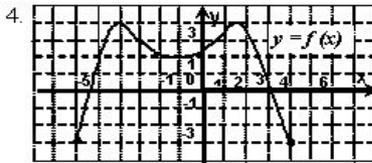
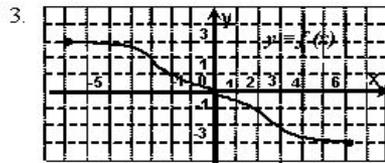
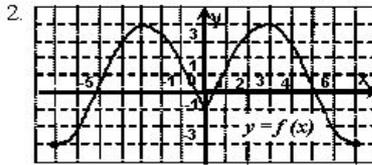
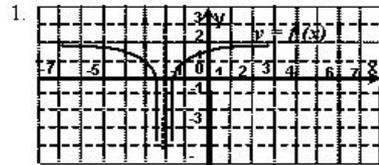
1. Найдите значение $\operatorname{ctg} \alpha$, если $\cos \alpha = -\frac{2}{\sqrt{5}}$ и $-\frac{3\pi}{2} < \alpha < -\pi$.
2. Найдите значение $2 - 6\sin^2 \alpha$, если $\cos^2 \alpha = 0,15$.
3. Упростите выражение: $\frac{\sin^4 \alpha + \sin^2 \alpha \cdot \cos^2 \alpha}{\sin 2\alpha}$.
4. Найдите значение выражения: $4 \sin\left(\frac{5\pi}{2} + \alpha\right) + 7 \cos(\pi - \alpha)$, если $\cos \alpha = -0,23$.
5. Вычислите: $7 \sin \frac{5\pi}{2} - \frac{5}{\sqrt{3}} \sin \frac{7\pi}{3}$.

Тема 8. «Чтение графиков»

1. График функции $y = f(x)$ изображен на рисунке. Решите неравенство $f(x) < -3$.



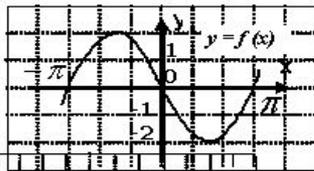
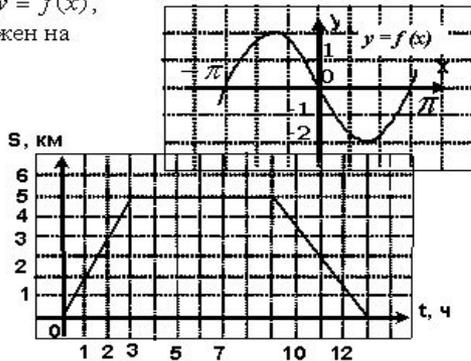
2. Укажите график функции, убывающей на отрезке $[1; 4]$.



3. Укажите функцию $y = f(x)$, график которой изображен на рисунке.

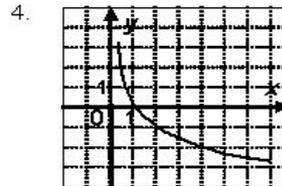
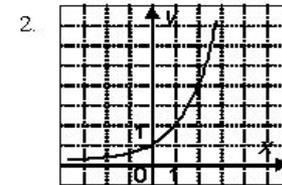
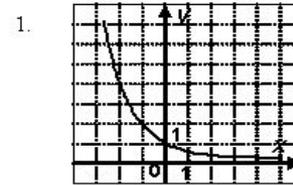
1. $f(x) = -2 \sin x$
2. $f(x) = -2 \cos x$
3. $f(x) = 2 \sin x$
4. $f(x) = \sin x + 2$

4. Рыбак отправился на озеро, где провел некоторое время, после чего



он вернулся домой. На рисунке изображен график его движения (по горизонтальной оси откладывается время t в часах, по вертикальной — расстояние S от дома в километрах). Используя график, ответьте на вопрос. Сколько времени рыбак провел на озере?

5. На каком из рисунков изображен график функции $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$?



Тема 9. «Логарифмы»

1. Вычислите значение выражения: $\log_7 10 + \log_7 \frac{1}{490}$.
2. Вычислите значение выражения: $\log_5 100 - 2 \log_5 2$.
3. Вычислите значение выражения: $7^{\log_7 6} \cdot \log_{13} \frac{1}{169}$.
4. Вычислите значение выражения: $\lg(4a) + \lg(25b)$, если $\lg(ab) = -1,3$.
5. Вычислите значение выражения: $7^{\log_{\sqrt{7}} a}$, если $a^2 = \sqrt{5}$.

Тема 10. «Первообразная и неопределенный интеграл»

1. Укажите первообразную функции $f(x) = -3 \cos x - 2$.
2. Укажите первообразную функции $f(x) = (3x - 4)^{11}$.
3. Укажите первообразную $F(x)$ функции $f(x) = e^{3x} + 6$, если $F(0) = -\frac{2}{3}$.
4. Для функции $f(x) = \frac{1}{(2x+1)^2}$ найдите первообразную $F(x)$, график которой проходит через точку $M(-\frac{1}{4}; -1)$.
5. Тело движется прямолинейно, и его скорость изменяется по закону $V(t) = (2t - 5)$ м/с. В момент времени $t = 5$ с тело находится на расстоянии $S = 12$ м от начала отсчета. Укажите формулу, которой задается зависимость расстояния от времени.

Уравнения с одной переменной

Подготовка к экзамену

9 класс

Уравнения с одной переменной

- Определение

Равенство с переменной $f(x)=g(x)$ называется уравнением с одной переменной.

- Корень уравнения

Значение переменной, при котором уравнение обращается в верное равенство называется корнем уравнения

Уравнения

рациональные

иррациональные

целые

дробные

Переменная под
знаком корня

Левая и правая части
уравнения - целые
выражения

Левая и правая части
уравнения – дробные
выражения (x в знаменателе)

Целые уравнения

- Линейные уравнения и уравнения, приводимые к виду $ax=b$

$$5x=20 ; -3x+63=12 ; 3-5(x+1)=6-4x ; (x+1)/2+5x/12=3/4$$

- Квадратные уравнения и уравнения, приводимые к виду $ax^2+bx+c=0$

$$3x^2+5x+2=0; 3x^2-12x=0; x(x+2)=3 ; x^2-6x=4x-25 ;$$

$$(3x+1)(6-4x)=0 .$$

Квадратным уравнением называется уравнение

вида $ax^2+bx+c=0$, где коэффициенты a, b, c – любые действительные числа, причем $a \neq 0$

- Приведенное, если $a=1$ $x^2+3x-4=0$
- Неприведенное, если $a \neq 1$ $2x^2-7x+5=0$
- Полное, если b и c отличны от нуля
- Неполное, если b или c равны нулю

$$x^2+4x=0$$

$$-5x^2+45=0$$

$$4x^2=0$$



Решение неполных квадратных уравнений:

вид	$ax^2=0$	$ax^2+c=0$	$ax^2+bx=0$
решение	$x=0$	$ax^2=-c$ $x^2=-c/a$ (если $\sqrt{-c/a} > 0$) $x = \pm \sqrt{-c/a}$ (если $\sqrt{-c/a} < 0$, то корней нет)	$x(ax+b)=0$ $x=0$ или $ax+b=0$ $x=-b/a$
ответ	$x=0$	$x_1 = \sqrt{-c/a}$ $x_2 = -\sqrt{-c/a}$	$x_1=0$ $x_2=-b/a$

Решение полных квадратных уравнений

$$ax^2+bx+c=0$$

$$D=b^2-4ac$$

- если $D < 0$, то корней нет
- если $D = 0$, то один корень
- Если $D > 0$, то два корня

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a}$$

$$x_2 = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a}$$

Если $b=2k$, то

$$D = k^2 - ac$$

$$x_1 = \frac{-k + \sqrt{D_1}}{a}$$

$$x_2 = \frac{-k - \sqrt{D_1}}{a}$$

Теорема Виета

$$(x_1 + x_2) = -\frac{b}{a}$$

$$x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$$

Свойства

1) $x_1 = 1, x_2 = c/a$
 $a+b+c=0$, то

2) если

$$x_1 = -1, x_2 = -c/a$$

$$\frac{p(x)}{g(x)} = 0$$

Решение дробных уравнений

- Преобразовать уравнение к виду
- Решить уравнение $p(x)=0$
- Найти область допустимых значений, т.е.
 $g(x) \neq 0$ (ОДЗ)
- Проверить, удовлетворяют ли корни уравнения $p(x)=0$ ОДЗ данного уравнения
- Записать ответ

Решение иррациональных уравнений

- Возводим в квадрат левую и правую части уравнение
- Решаем, получившееся рациональное уравнение
- Делаем проверку (при возведении в квадрат могут появиться посторонние корни)





Определите вид уравнения

1. $7x - 0,5 = 6 - 1,5(2x + 1)$

2. $2x^2 + 5x - 3 = 0$

3. $\frac{x - 2}{3} - 2 = \frac{x}{5}$

4. $5x^2 + 20x = 0$

5. $(x - 1)(x + 2) = 0$

6. $\frac{2x}{2 - x} + \frac{15}{x - 2} = 3x$

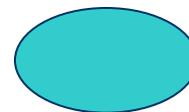
7. $\sqrt{2x + 1} = 3$

8. $\frac{3}{x^2 - x} - \frac{6}{x^2 + x} = \frac{1}{x}$

9. $\sqrt{2x - 5} = \sqrt{4x - 7}$

10. $2x^2 - 32 = 0$

11. $(x - 1)x = 5(x - 1)$



Ответы:

1. линейное:

1, 3

2. квадратное: - неполное

4, 10

- полное

2, 5, 11

3. дробное:

6, 8

4. иррациональное:

7, 9





Решите самостоятельно уравнения

1. $7x - 0,5 = 6 - 1,5(2x + 1)$ 

7. $\sqrt{2x + 1} = 3$ 

2. $2x^2 + 5x - 3 = 0$

3. $\frac{x - 2}{3} - 2 = \frac{x}{5}$

8. $\frac{3}{x^2 - x} - \frac{6}{x^2 + x} = \frac{1}{x}$

4. $5x^2 + 20x = 0$ 

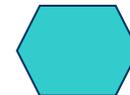
9. $\sqrt{2x - 5} = \sqrt{4x - 7}$

5. $(x - 1)(x + 2) = 0$

10. $2x^2 - 32 = 0$

6. $\frac{2x}{2 - x} + \frac{15}{x - 2} = 3x$ 

11. $(x - 1)x = 5(x - 1)$



Ответы и решения:

1.

$$7x - 0,5 = 6 - 1,5(2x + 1)$$

$$7x - 0,5 = 6 - 3x - 1,5$$

$$7x + 3x = 6 - 1,5 + 0,5$$

$$10x = 5$$

$$x = 5/10$$

$$x = 0,5$$

Ответ: $x = 0,5$

$$3. \quad \frac{x - 2}{3} - 2 = \frac{x}{5} \cdot 15$$

$$5(x - 2) - 30 = 3x$$

$$5x - 10 - 30 = 3x$$

$$5x - 3x = 40$$

$$2x = 40$$

$$x = 20$$



Ответы и решения:

4. $5x(x+4)=0$

$$5x=0 \quad x+4=0$$

$$x=0 \quad x=-4$$

Ответ: -4; 0

2. $2x^2+5x-3=0$

$$D = 5^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-3) = 49$$

$$x_{1/2} = \frac{-5 \pm \sqrt{49}}{2 \cdot 2} = [-3; 0,5]$$

$$x_1 = -3 \quad x_2 = 0,5$$

Ответ: -3; 0,5

10. $2x^2=32$

$$x^2=16$$

$$x_1 = -4$$

$$x_2 = 4$$

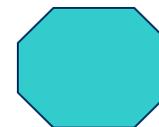
Ответ: -4; 4

5. $(x-1)(x+2)=0$

$$x-1=0 \quad x+2=0$$

$$x_1 = 1 \quad x_2 = -2$$

Ответ: -2; 1



Ответы и решения:

$$6. \frac{2x}{2-x} + \frac{15}{x-2} = 3x$$

ОДЗ: $x \neq 2$

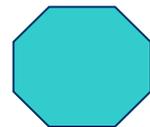
$$\frac{2x}{2-x} - \frac{15}{2-x} = 3x \quad | \cdot (2-x)$$

$$2x - 15 = 3x(2-x)$$

$$2x - 15 - 6x + 3x^2 = 0$$

$$3x^2 - 4x - 15 = 0$$

Ответ: $-1\frac{2}{3}$; 3



Ответы и решения:

7. $\sqrt{2x + 1} = 3$

$$\left(\sqrt{2x + 1}\right)^2 = 3^2$$

$$2x + 1 = 9$$

$$2x = 8$$

$$x = 4$$

проверка:

$$\sqrt{2 \cdot 4 + 1} = 3$$

Ответ: 4

9. $\sqrt{2x - 5} = \sqrt{4x + 7}$

$$\left(\sqrt{2x - 5}\right)^2 = \left(\sqrt{4x + 7}\right)^2$$

$$2x - 5 = 4x + 7$$

$$2x - 4x = 7 + 5$$

$$-2x = 12$$

$$x = -6 \quad \text{проверка:}$$

$$\sqrt{2 \cdot (-6) - 5} = \sqrt{4 \cdot (-6) + 7}$$

Ответ: решений нет



Решим уравнения, используя методы:

- ❖ разложения на множители;
- ❖ введение новой переменной;
- ❖ графический.

1 метод: разложение на множители.

Сборник заданий для
подготовки к итоговой
аттестации :

стр 102 №2.1(1); №2.3(1);

Стр 104 №2.22(1)

Метод введения новой переменной

1. Уравнения вида $ax^4+bx^2+c=0$, где $a \neq 0$, является квадратным относительно x^2 , называют биквадратными уравнениями.

$$x^4-11x^2-12=0$$

Пусть $y=x^2$, тогда

$$y^2-11y-12=0$$

$$y=-1 \text{ или } y=12$$

Вернемся к переменной x
 $x^2=-1$ или $x^2=12$

решения
нет

$$x_{1,2} = \pm 2\sqrt{3}$$

Сборник заданий для подготовки к
итоговой аттестации

стр 102 № 2.6, 2.7; стр 104 №2.26.

2. Сборник заданий для
подготовки к итоговой аттестации

стр 104 №2.24(1), 2.25(1)

Тест №1.

Тема: «Неравенства»

1. Сколько решений неравенства

$$3x^2 - 5x - 12 > 0$$

содержится среди чисел $-2, 0, 1, 3$?

A. 1

B. 2

B. 3

Г. 4

Закончить тест

К заданию 2

2. Сколько решений системы неравенств

$$\begin{cases} \frac{1}{x} < \frac{6}{5} \\ 3x - 2 \leq x^2 \end{cases}$$

содержится среди чисел $-1, 1, 2, 3$?

А. 1

Б. 2

В. 3

Г. 4

Закончить тест

К заданию 3

3. Решите неравенство: $x^2 < 9$

А. $x < 3$

В. $-3 < x < 3$

Б. $x < \pm 3$

Г. $x < -3; x > 3$

Закончить тест

К заданию 4

4. Решите неравенство:

$$\frac{1}{x} < \frac{1}{2}$$

A. $x < 2$

B. $0 < x < 2$

Б. $x > 2$

Г. $x < 0; x > 2$

Закончить тест

К заданию 5

5. Найдите натуральное значение параметра P при котором множество решений неравенства $(1+x)(P-x) \geq 0$ содержит 5 целых чисел?

A. 1

B. 2

B. 3

Г. 4

Закончить тест

К меню

Верно

!

Перейти к заданию 1

Перейти к заданию 2

Перейти к заданию 3

Перейти к заданию 4

Перейти к заданию 5

Неверно

Вернуться к заданию 1

Посмотреть решение.

Вернуться к заданию 2

Посмотреть решение.

Вернуться к заданию 3

Посмотреть решение.

Вернуться к заданию 4

Посмотреть решение:

Вернуться к заданию 5

Посмотреть решение.

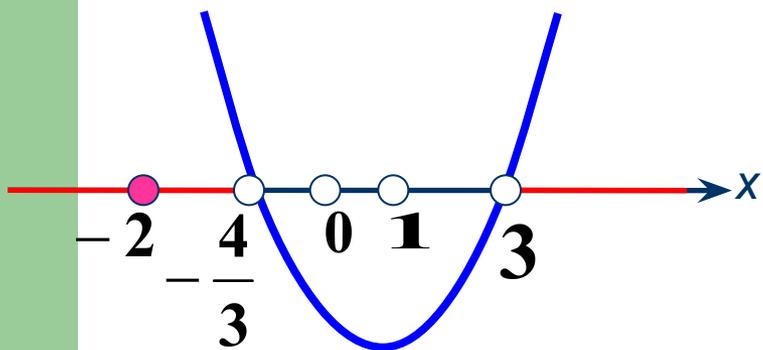
1. Сколько решений неравенства содержится среди чисел $-2, 0, 1, 3$?

(Ответ: **A. 1** **B. 2** **B. 3** **Г. 4**)

1 способ.

$$3x^2 - 5x - 12 = 0 \longrightarrow x_1 = 3,$$

$$x_2 = -\frac{4}{3}$$



Ответ: A. 1

2 способ: (Проверим справедливость неравенства при данных значениях x).

$$x = -2$$

$$3 \cdot (-2)^2 - 5 \cdot (-2) - 12 > 0$$

$$10 > 0$$

(верно)

$$x = 1$$

$$3 \cdot 1^2 - 5 \cdot 1 - 12 > 0$$

$$-14 > 0$$

(неверно)

$$x = 0$$

$$3 \cdot 0^2 - 5 \cdot 0 - 12 > 0$$

$$-12 > 0$$

(неверно)

$$x = 3$$

$$3 \cdot 3^2 - 5 \cdot 3 - 12 > 0$$

$$0 > 0$$

(неверно)

Ответ: А. 1

Далее 

2. Сколько решений системы неравенств содержится среди чисел ---
-1, 1, 2, 3? (Ответ: А)1, В)2, В) 3, Г) 4).

1 способ: Рассмотрим каждое из данных значений переменной.

$$x = -1$$

$$x = 1$$

$$\begin{cases} \frac{1}{x} < \frac{6}{5} \\ 3x - 2 \leq x^2 \end{cases} \quad \begin{cases} \frac{1}{-1} < \frac{6}{5} & \text{(верно)} \\ 3 \cdot (-1) - 2 \leq (-1)^2 & \text{(верно)} \end{cases} \quad \begin{cases} \frac{1}{1} < \frac{6}{5} & \text{(верно)} \\ 3 \cdot 1 - 2 \leq 1^2 & \text{(верно)} \end{cases}$$

$$x = 2$$

$$x = 3$$

$$\begin{cases} \frac{1}{2} < \frac{6}{5} & \text{(верно)} \\ 3 \cdot 2 - 2 \leq 2^2 & \text{(верно)} \end{cases} \quad \begin{cases} \frac{1}{3} < \frac{6}{5}, & \text{(верно)} \\ 3 \cdot 3 - 2 \leq 3^2 & \text{(верно)} \end{cases}$$

Ответ: Г.
4 решения.

2 способ

3. Решите неравенство: $x^2 < 9$

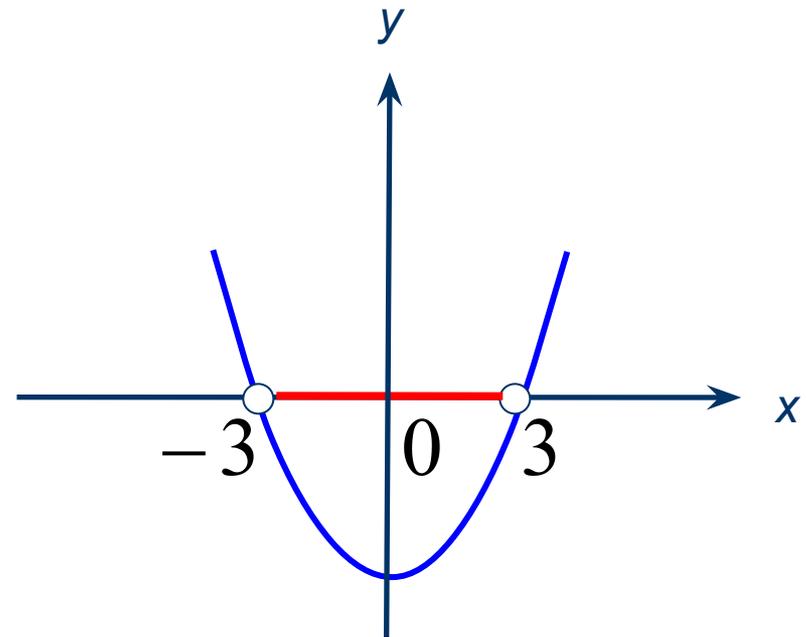
1 способ:

$$x^2 < 9$$

$$x^2 - 9 < 0$$

$$y = x^2 - 9$$

$$x_1 = -3, x_2 = 3$$



Ответ: В. $-3 < x < 3$

2 способ

4. Решите неравенство

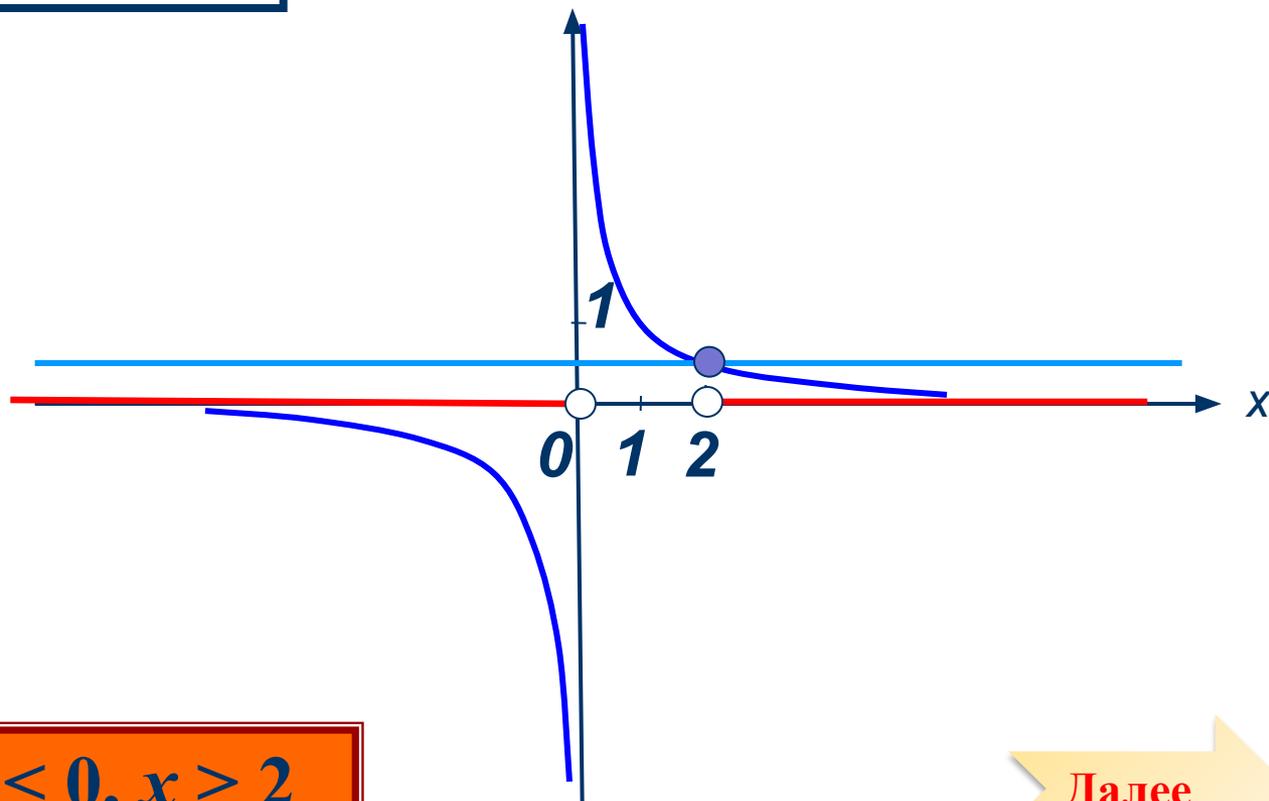
$$\frac{1}{x} < \frac{1}{2}$$

1) Рассмотрим функцию

$$y = \frac{1}{x}$$

2) Рассмотрим функцию

$$y = \frac{1}{2}$$



Ответ: Г. $x < 0, x > 2$

Далее

5. Найдите натуральное значение параметра P , при котором множество $\{x \in \mathbb{Z} \mid (1+x)(p-x) \geq 0\}$ содержит ровно 3 целых числа?

Ответ: А)1 Б)2 В)3 Г)4

$$(1+x)(p-x) \geq 0$$

$$-(x+1)(x-p) \geq 0$$

$$(x+1)(x-p) \leq 0$$

$$x_1 = -1, x_2 = p$$

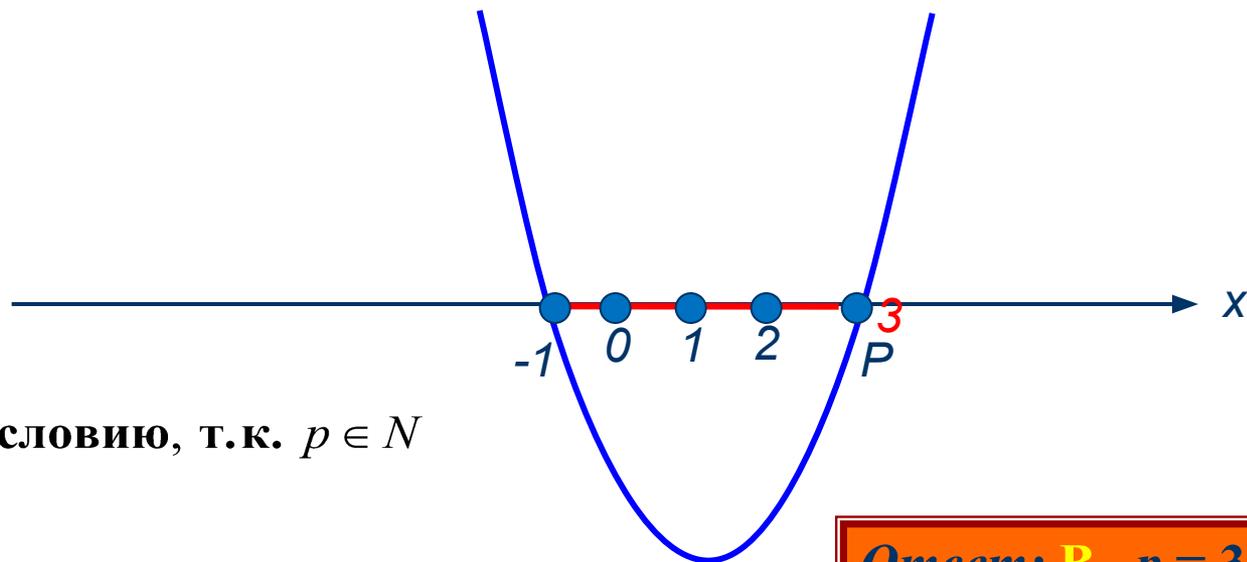
1 случай:

$p = -1$ не удовлетворяет условию, т.к. $p \in \mathbb{N}$

2 случай: $p > -1$

3 случай:

$p < -1$ не удовлетворяют условию, т.к. $p \in \mathbb{N}$



Ответ: В. $p = 3$



Оцените свою работу:

- За 5 верно выполненных заданий- «5»
- За 4 верно выполненных задания- «4»
- За 3 верно выполненных задания- «3»

Перейти к заданию 1

Перейти к заданию 2

Перейти к заданию 3

Перейти к заданию 4

Перейти к заданию 5

Закончить тест

3. Решите неравенство: $x^2 < 9$

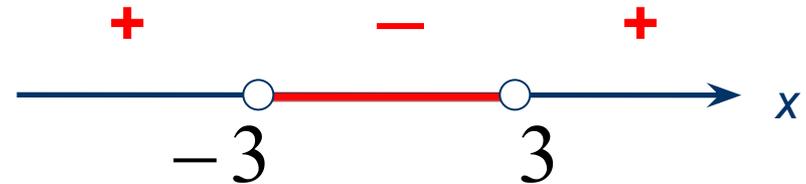
2 способ:

$$x^2 < 9$$

$$x^2 - 9 < 0$$

$$(x - 3)(x + 3) < 0$$

$$x_1 = -3, x_2 = 3$$



Ответ: В. $-3 < x < 3$

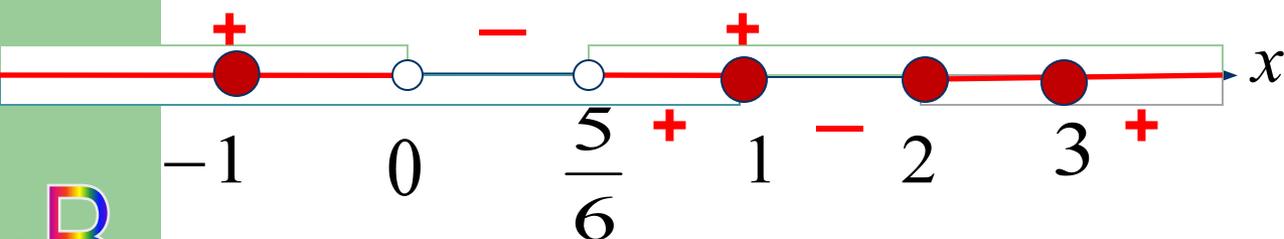
Далее

2. Сколько решений системы неравенств содержится среди чисел ---
 -1, 1, 2, 3? (Ответ: А)1, В)2, В) 3, Г) 4).

2 способ :Рассмотрим решение данной системы :

$$\begin{cases} \frac{1}{x} < \frac{6}{5} \\ 3x - 2 \leq x^2 \end{cases} \quad \begin{cases} \frac{1}{x} - \frac{6}{5} < 0 \\ x^2 - 3x + 2 \geq 0 \end{cases} \quad \begin{cases} \frac{5 - 6x}{5x} < 0 \\ x^2 - 3x + 2 \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{-6(x - \frac{5}{6})}{5x} < 0 \\ x^2 - 3x + 2 \geq 0 \end{cases} \quad \begin{cases} \frac{(x - \frac{5}{6})}{5x} > 0 \\ (x - 1)(x - 2) \geq 0 \end{cases}$$



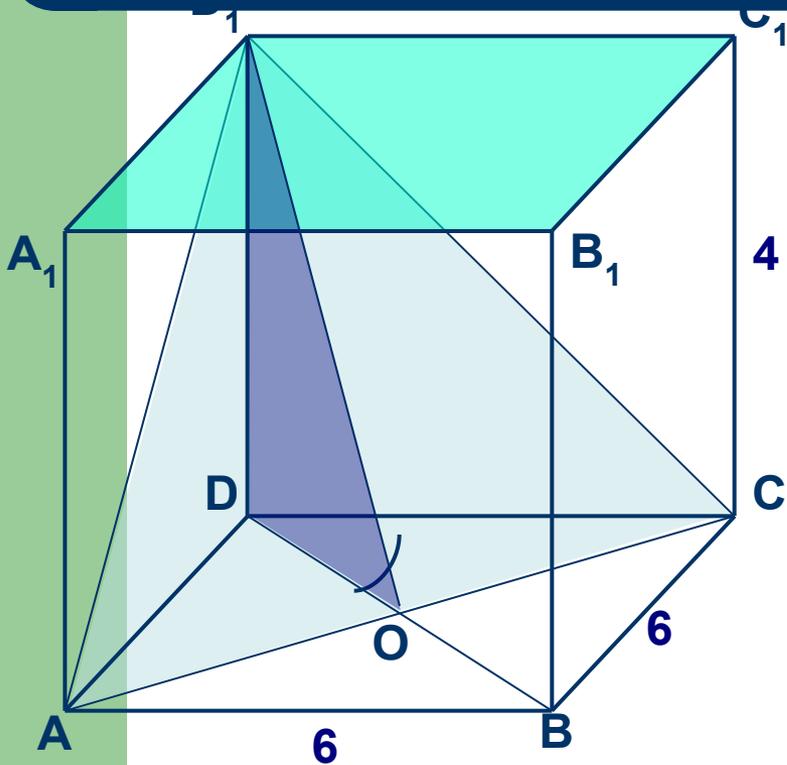
Ответ: Г.
 4 решения.

В

С
2

В прямоугольном параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$, у которого $AB = 6$, $BC = 6$, $CC_1 = 4$, найдите тангенс угла между плоскостями ACD_1 и $A_1 B_1 C_1$.

Решение.



Ответ: $\frac{2\sqrt{2}}{3}$

1) Построим плоскость ACD_1 .

2) Вместо плоскости $A_1 B_1 C_1$ возьмем параллельную ей плоскость ABC .

3) $ABCD$ – квадрат, диагонали $AC \cap BD$ в точке O , O – середина AC , $DO \perp AC$.

$$DO = \frac{1}{2} DB = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{AD^2 + DC^2} = 3\sqrt{2}$$

4) $D_1 O \perp AC$ ($\triangle AD_1 C$ – равнобедренный, $AD_1 = D_1 C$).

5) Значит, $\angle D_1 O D$ – линейный угол искомого угла.

6) $\triangle D_1 D O$ – прямоугольный \Rightarrow

$$\operatorname{tg}(\angle D O D_1) = \frac{DD_1}{DO} = \frac{4}{3\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{2}}{3}$$

С 4 Дана трапеция $ABCD$, основания которой $BC=44$, $AD=100$, $AB=CD=35$. Окружность, касающаяся прямых AD и AC , касается стороны CD в точке K . Найдите длину отрезка CK .

Решение.

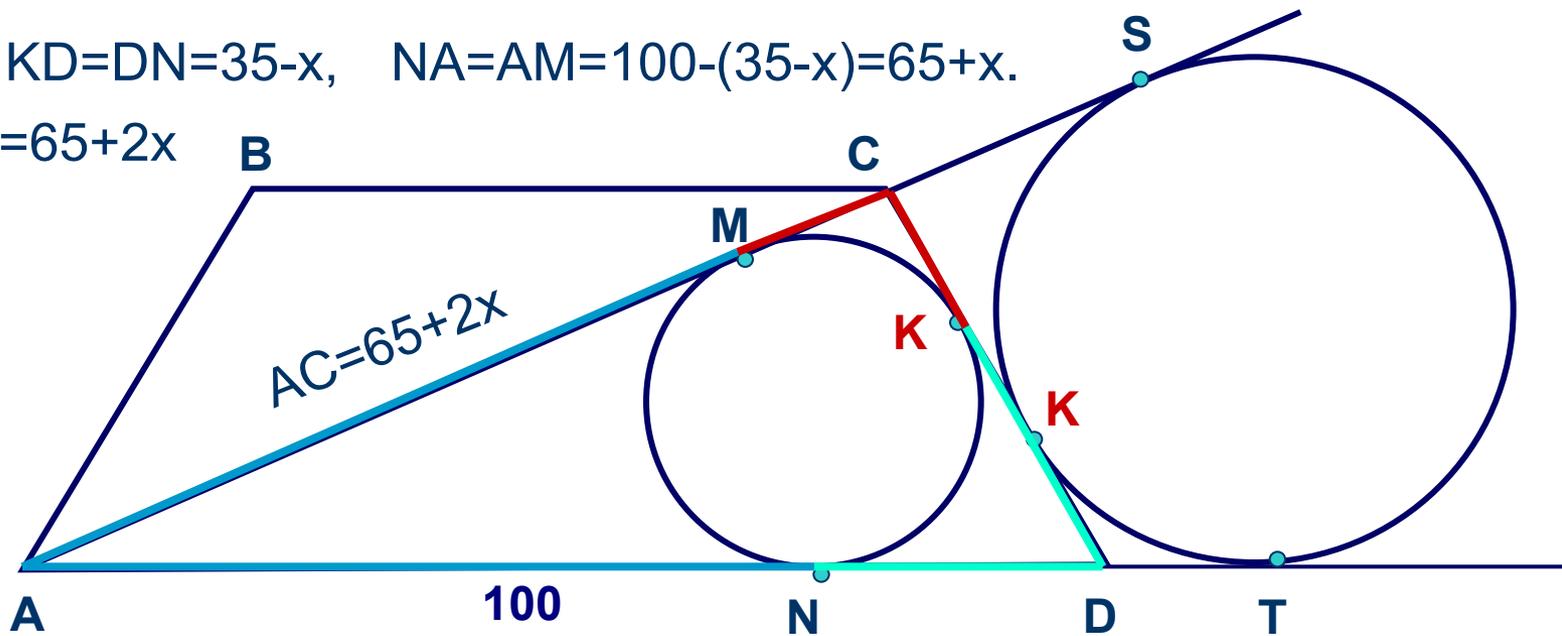
Возможно два случая касания окружности и прямых AD и AC :

внутри трапеции и вне её. Рассмотрим первый случай.

По свойству окружности вписанной в $\triangle ACD$: $CK=CM=x$,

тогда $KD=DN=35-x$, $NA=AM=100-(35-x)=65+x$.

$\Rightarrow AC=65+2x$



С
4

Дана трапеция $ABCD$, основания которой $BC=44$, $AD=100$, $AB=CD=35$. Окружность, касающаяся прямых AD и AC , касается стороны CD в точке K . Найдите длину отрезка CK .

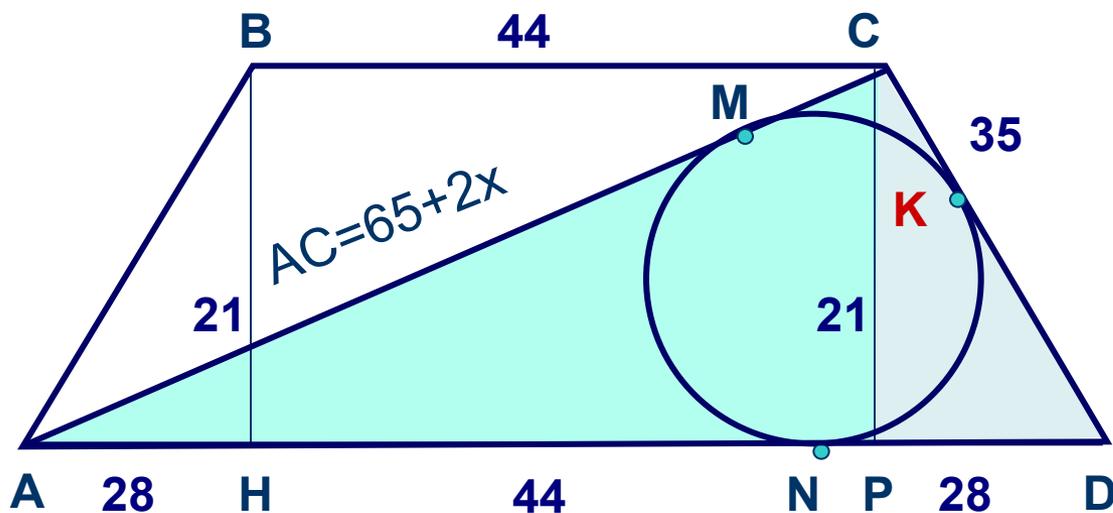
Решение. Из вершин B и C опустим высоты BH и CP на основание AD .

Трапеция равнобедренная, значит $BCPH$ – прямоугольник,

$$AH=PD=(100-44)/2=28, \quad AN = AH+HN= 28 + 44 = 72.$$

$$\triangle CPD \text{ – прямоугольный, } \Rightarrow CP = \sqrt{CD^2 - PD^2} = \sqrt{35^2 - 28^2} = 21$$

$$\triangle ACP \text{ – прямоугольный, } \Rightarrow AC: AC = \sqrt{AP^2 + PC^2} = \sqrt{72^2 + 21^2} = 75$$



Из выражения для AC находим:

$$65+2x=75, \quad x=5$$

Итак, для случая внутреннего касания $CK=5$.

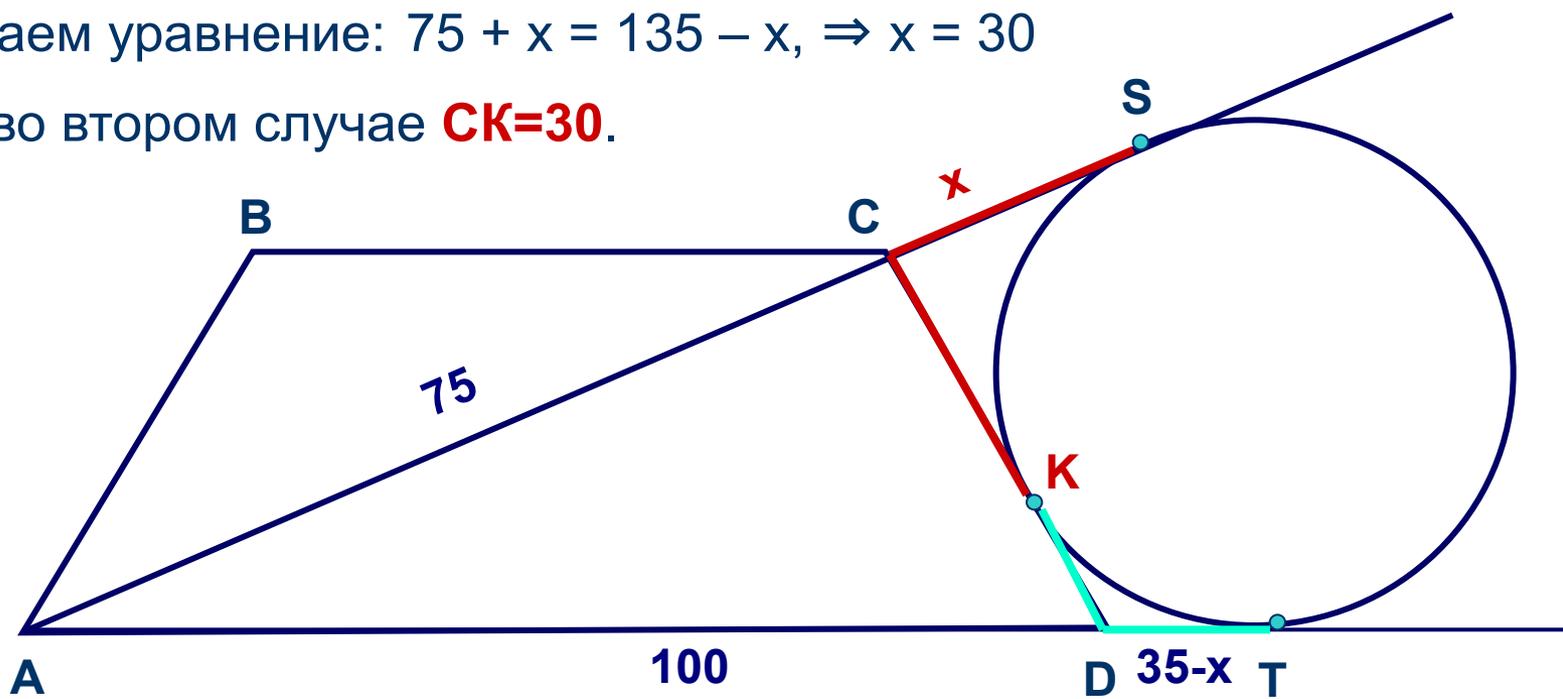
С 4 Дана трапеция $ABCD$, основания которой $BC=44$, $AD=100$, $AB=CD=35$. Окружность, касающаяся прямых AD и AC , касается стороны CD в точке K . Найдите длину отрезка CK .

Решение.

Рассмотрим второй случай. Пусть $CS=CK=x$, тогда $KD=DT=35-x$, $TA=AS=100+(35-x)=135-x$, с другой стороны, $AS=AC+CS=AC+x$.

Получаем уравнение: $75+x=135-x$, $\Rightarrow x=30$

Итак, во втором случае $CK=30$.



Ответ: 5 или 30.

С
4

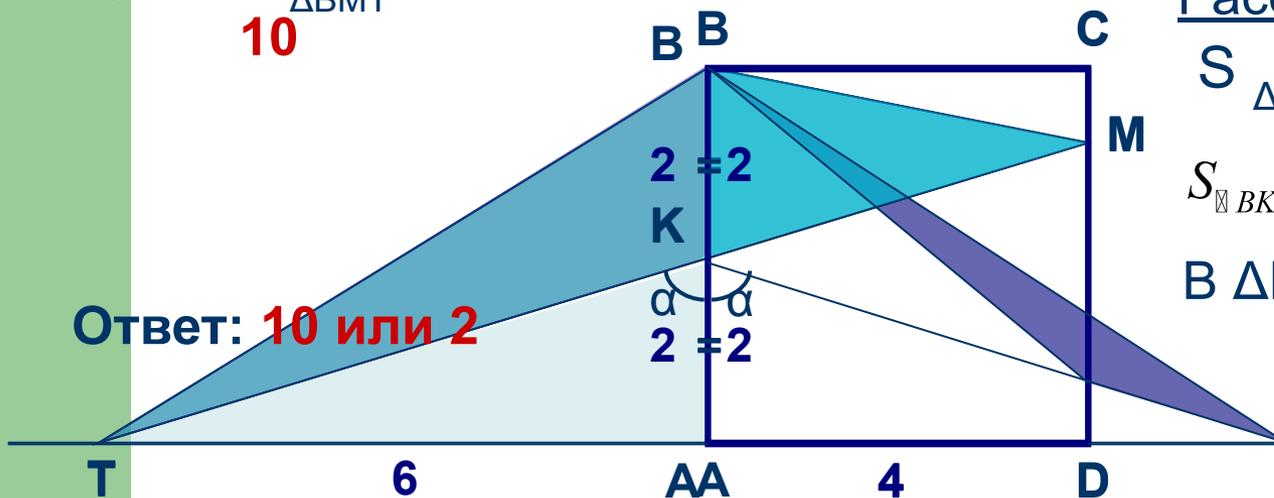
Через середину стороны AB квадрата $ABCD$ проведена прямая, пересекающая прямые CD и AD в точках M и T соответственно и образующая с прямой AB угол α , $\operatorname{tg} \alpha = 3$. Найдите площадь треугольника BMT , если сторона квадрата $ABCD$ равна 4.

Решение. Рассмотрим первый случай. $S_{\Delta BMT} = S_{\Delta BKT} + S_{\Delta BKM}$

По условию: 1) $AB=4 \Rightarrow AK=KB=2$; 2) в ΔKAT : $\operatorname{tg} \alpha = 3 \Rightarrow AT = 6$.

$$S_{\square BKT} = \frac{1}{2} \cdot AT \cdot KB = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 2 = 6, \quad S_{\square BKM} = \frac{1}{2} \cdot AD \cdot KB = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 2 = 4.$$

Тогда: $S_{\Delta BMT} = 6+4 =$
10



Ответ: **10** или **2**

Рассмотрим второй случай.

$$S_{\Delta BMT} = S_{\Delta BKT} - S_{\Delta BKM}$$

$$S_{\square BKM} = \frac{1}{2} \cdot AD \cdot KB = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 2 = 4.$$

в ΔKAT : $\operatorname{tg} \alpha = 3 \Rightarrow AT = 6$.

$$S_{\square BKT} = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 2 = 6$$

Тогда: $S_{\Delta BMT} = 6-4 =$
2

С
5

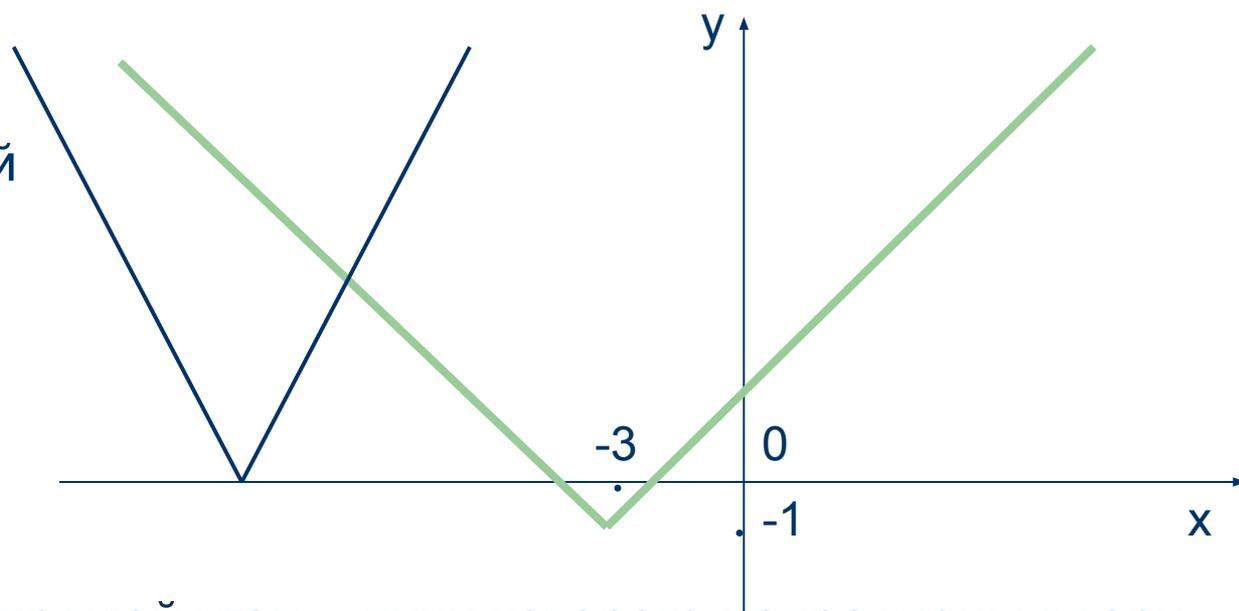
Найдите все значения a , при каждом из которых решения неравенства $|2x - a| + 1 \leq |x + 3|$ образуют на числовой прямой отрезок длины 1.

Решение.

Изобразим графики левой и правой частей неравенства

$$|2x - a| \leq |x + 3| - 1$$

Неподвижный «прямой угол» с вершиной в точке $(-3; -1)$, лучи которого направлены вверх.



И сжатый в два раза «прямой угол», лучи которого направлены вверх идвигающийся вдоль оси абсцисс в зависимости от параметра a .

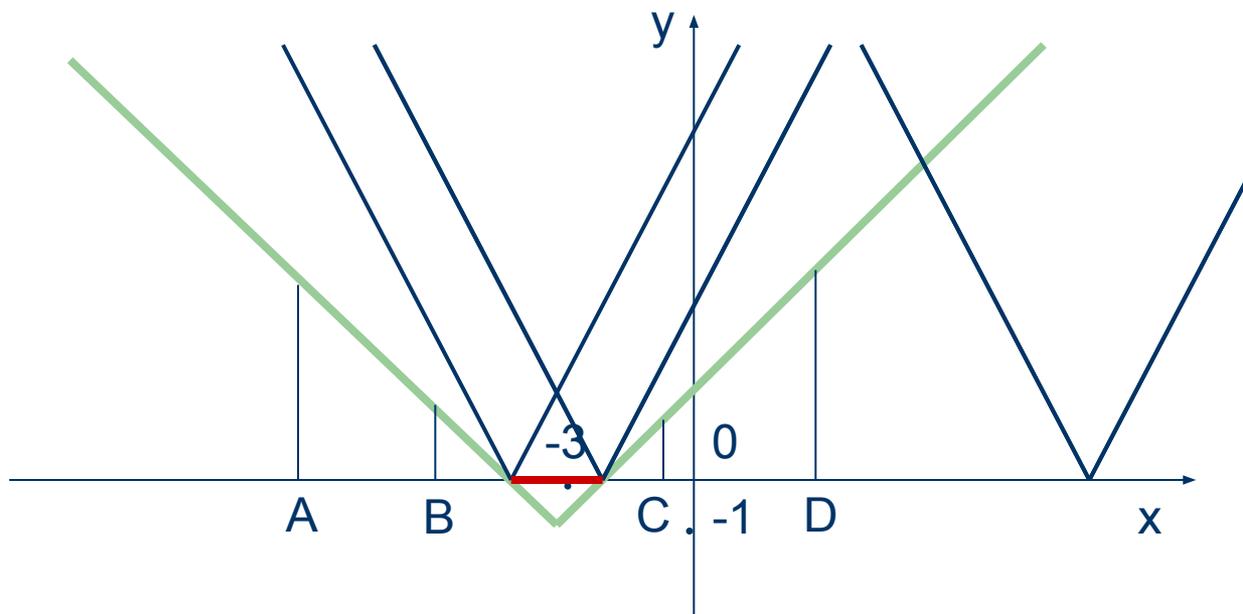
С
5

Найдите все значения a , при каждом из которых решения неравенства $|2x - a| + 1 \leq |x + 3|$ образуют на числовой прямой отрезок длины 1.

$$|2x - a| \leq |x + 3| - 1$$

Заметим, что неравенство не имеет решения при $-4 < x < -2$.
(смотри на чертеж!)

Решения образуют отрезок длиной 1, если расстояние между абсциссами точек пересечения графиков равно 1.



$|AB|=1$, и аналогично $|CD|=1$.

С
5

Найдите все значения a , при каждом из которых решения неравенства $|2x - a| + 1 \leq |x + 3|$ образуют на числовой прямой отрезок длины 1.

Решение.

Раскрывая знак модуля на каждом интервале, получим:

$$x \leq -4 \Rightarrow$$

$$|2x - a| \leq -x - 4 \Rightarrow$$

$$\begin{cases} 2x - a \geq x + 4 \\ 2x - a \leq -x - 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \geq a + 4 \\ x \leq \frac{a - 4}{3} \end{cases}$$

По условию $|AB| = 1$, значит:

$$\frac{a - 4}{3} - (a + 4) = 1, \Rightarrow a = -\frac{19}{2}.$$

$$x \geq -2 \Rightarrow$$

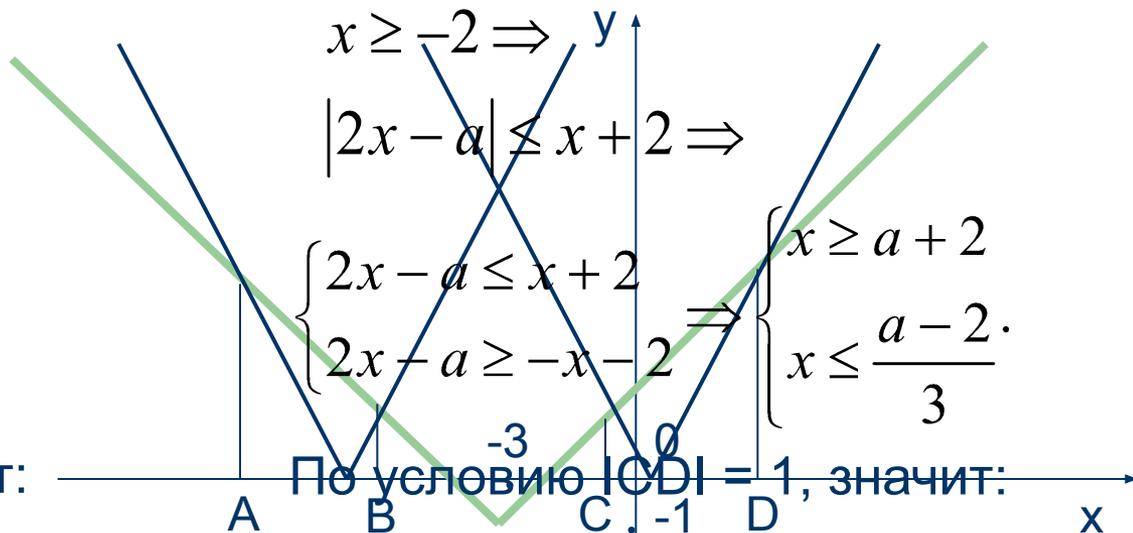
$$|2x - a| \leq x + 2 \Rightarrow$$

$$\begin{cases} 2x - a \leq x + 2 \\ 2x - a \geq -x - 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \geq a + 2 \\ x \leq \frac{a - 2}{3} \end{cases}$$

По условию $|CD| = 1$, значит:

$$a + 2 - \frac{a - 2}{3} = 1, \Rightarrow a = -\frac{5}{2}.$$

Ответ: $-\frac{5}{2}$ и $-\frac{19}{2}$



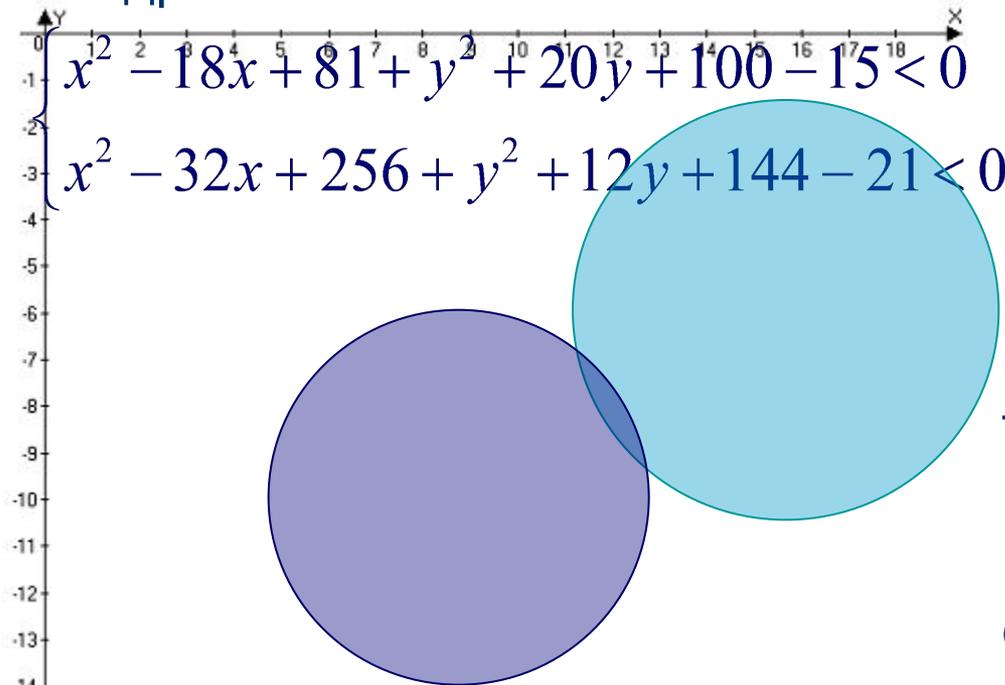
С
6

Найдите все пары целых чисел $(x; y)$, удовлетворяющие

$$\begin{cases} x^2 + y^2 < 18x - 20y - 166 \\ 32x - y^2 > x^2 + 12y + 271 \end{cases}$$

Решение.

Упростим каждое неравенство данной системы, выделив полный квадрат:



$$\begin{cases} x^2 - 18x + 81 + y^2 + 20y + 100 - 15 < 0 \\ x^2 - 32x + 256 + y^2 + 12y + 144 - 21 < 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (x - 9)^2 + (y + 10)^2 < 15 \\ (x - 16)^2 + (y + 6)^2 < 21 \end{cases}$$

Первое неравенство задает область точек лежащих внутри окружности с центром $(9; -10)$ и $R = \sqrt{15}$, так как радиус окружности меньше 5, справедливо неравенство $x > 11$ и $y > -11$

Второе неравенство задает область точек лежащих внутри окружности с центром $(16; -6)$ и $R = \sqrt{21}$, так как радиус окружности меньше 5, справедливо неравенство $x < 13$ и $y < -6$.

$$x > 11 \text{ и } y > -11 \quad x < 13 \text{ и } y < -6.$$

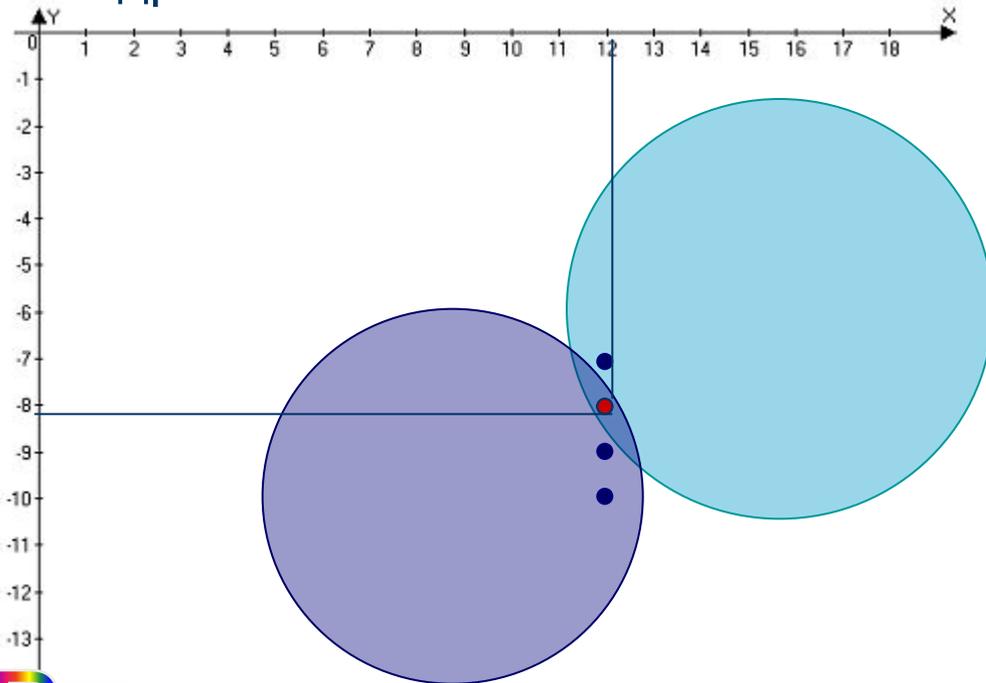
**С
6**

Найдите все пары целых чисел $(x; y)$, удовлетворяющие

$$\begin{cases} x^2 + y^2 < 18x - 20y - 166 \\ 32x - y^2 > x^2 + 12y + 271 \end{cases}$$

Решение.

Упростим каждое неравенство данной системы, выделив полный квадрат:



По условию ищем точки с целыми координатами, значит достаточно проверить на принадлежность системе неравенств точки

$(12; -7), (12; -8), (12; -9), (12; -10)$.

Проверка показывает, что условию задачи удовлетворяет единственная точка $(12; -8)$.

Ответ: $(12; -8)$ $x > 11$ и $y > -11$ $x < 13$ и $y < -6$.



Прототипы текстовых задач на ЕГЭ и ГИА.

- 1. Из пункта А в пункт В, расстояние между которыми 30 км, одновременно выехали автомобилист и велосипедист. Известно, что в час автомобилист проезжает на 105 км больше, чем велосипедист. Определите скорость велосипедиста, если известно, что он прибыл в пункт В на 1 час 45 минут позже автомобилиста. Ответ дайте в км/ч.
- 2. Из пункта А в пункт В одновременно выехали два автомобиля. Первый проехал с постоянной скоростью весь путь. Второй проехал первую половину пути со скоростью 54 км/ч, а вторую половину пути — со скоростью, на 36 км/ч большей скорости первого, в результате чего прибыл в В одновременно с первым автомобилем. Найдите скорость первого автомобиля. Ответ дайте в км/ч.
- 3. В помощь садовому насосу, перекачивающему 8 литров воды за 2 минуты, подключили второй насос, перекачивающий тот же объем воды за 5 минут. Сколько минут эти два насоса должны работать совместно, чтобы перекачать 56 литров воды?
- 4. Моторная лодка прошла против течения реки 80 км и вернулась в пункт отправления, затратив на обратный путь на 3 часа меньше. Найдите скорость течения, если скорость лодки в неподвижной воде равна 13 км/ч. Ответ дайте в км/ч.

- 23 Две трубы наполняют бассейн за 3 часа 20 минут, а одна первая труба наполняет бассейн за 10 часов. За сколько часов наполняет бассейн одна вторая труба?
- 24 .В помощь садовому насосу, перекачивающему 6 литров воды за 1 минуту, подключили второй насос, перекачивающий тот же объем воды за 3 минуты. Сколько минут эти два насоса должны работать совместно, чтобы перекачать 56 литров воды?
- 25. Дима и Ваня выполняют одинаковый тест. Дима отвечает за час на 7 вопросов текста, а Ваня — на 10. Они одновременно начали отвечать на вопросы теста, и Дима закончил свой тест позже Вани на 108 минут. Сколько вопросов содержит тест?
- 26 Митя, Антон, Никита и Коля учредили компанию с уставным капиталом 100000 рублей. Митя внес 15% уставного капитала, Антон — 60000 рублей, Никита — 0,1 уставного капитала, а оставшуюся часть капитала внес Коля. Учредители договорились делить ежегодную прибыль пропорционально внесенному в уставной капитал вкладу. Какая сумма от прибыли 1100000 рублей причитается Коле? Ответ дайте в рублях.
- 27 .В сосуд, содержащий 8 литров 12-процентного водного раствора некоторого вещества, добавили 8 литров воды. Сколько процентов составляет концентрация получившегося раствора?



Список используемой литературы и Интернет-ресурсов

- Открытый банк заданий по математике.
<http://www.mathege.ru:8080/or/ege/ShowProblems?offset=0&posMask=4&showProto=true>
- Савченко Е.М. Оболочка для теста открытого типа в PowerPoint.
http://www.it-n.ru/communities.aspx?cat_no=16561&d_no=28752&ext=Attachment.aspx?Id=7427
- Ямкина Е.В. Алгоритм создания тестов в PowerPoint.
http://www.it-n.ru/communities.aspx?cat_no=6376&d_no=9854&ext=Attachment.aspx?Id=2750
- <http://narod.ru/disk/19724678000/221649.zip.html> - ссылка на скачивание В3.
- ЕГЭ 2010. Математика. Задача В3. Рабочая тетрадь. Шестаков С.А. (под ред. Семенова А.Л., Яценко И.В.)
- <http://www.alleng.ru/d/math/math462.htm> - информация о учебном пособии В3 (книжка).
- <http://office.microsoft.com/ru-ru/images/results.aspx?qu=%D1%81%D0%BC%D0%B0%D0%B9%D0%BB%D0%B8%D0%BA&origin=FX010132103#ai:MC900434373>
- <http://office.microsoft.com/ru-ru/images/results.aspx?qu=%D1%81%D0%BC%D0%B0%D0%B9%D0%BB%D0%B8%D0%BA&origin=FX010132103> <http://office.microsoft.com/ru-ru/images/MC900434393.aspx>

• **Список используемой литературы**

- Алгебра и начала анализа. 10-11 класс.: Задачник для общеобразоват. учреждений / А. Г. Мордкович, Л.О. Денищева, Т.Н. Мишустина, Е.Е. Тульчинская. – 2-е изд., испр. М.: Мнемозина, 2010.
- Единый государственный экзамен: Математика: Контрол. измерит. материалы /Л.О.Денищева, Е.М.Бойченко, Ю.А.Глазков и.др.; М-во образования Рос. Федерации.- М.: Просвещение, 2009.
- Математика: тренировочные тематические задания повышенной сложности с ответами для подготовки к ЕГЭ и к другим формам выпускного и вступительного экзаменов / сост. Г.И.Ковалева, Т.И.Бузулина, О.Л.Безрукова, Ю.А.Розка. – Волгоград: Учитель, 2008.
- Сборник задач для подготовки письменного экзамена за курс основной школы: 9-й кл. / С.А.Шестаков, И.Р.Высоцкий, Л.И.Звавич; Под ред.С.А.Шестакова. – М.: ООО «Издательство АСТ»; ООО «Издательство Астрель», 2005.



Удачи
на экзаменах!