Алгебра 11

Логарифмнар

Л О Г А Р И Ф М Н А Р

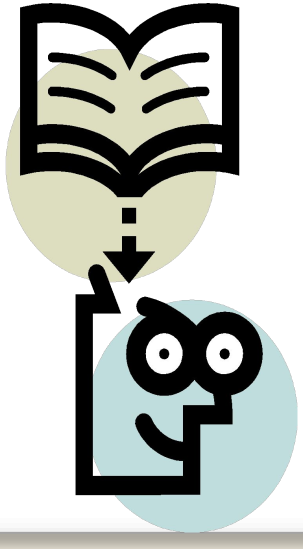
һәм АЛАРНЫҢ ҮЗЛЕКЛӘРЕ.

Дәрәҗәгә күтәру ике кире гамәл башкаруны күздә тота. Әгәр

$a^{x} = b$, булса (1)

a санын табу – беренче кире гамәл – тамыр алу;

b санын табу – икенче кире гамәл,



л о г а р и ф м л а у дип атала.

Логарифмнар ни өчен уйлап табылган ?

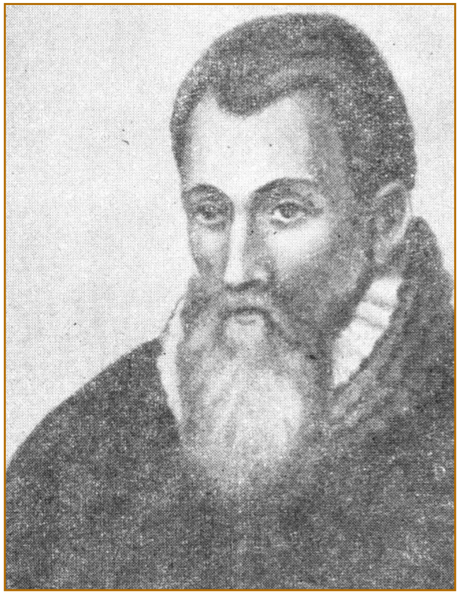
Әлбәттә, исәпләү эшләрен тизләту һәм

гадиләштеру өчен.

АЛГА

Изобретатель первых логарифмических таблиц, Непер, так говорил о своих побуждениях:

Непер



«Я старался, насколько мог и умел, отделаться от трудности и скуки вычислений, докучность которых обычно отпугивает весьма многих от изучения математики».

Современник Непера, Бригг, прославившийся позднее изобретением десятичных логарифмов, писал, получив сочинение Непера:

«Своими новыми и удивительными логарифмами Непер заставил меня усиленно работать и головой и руками. Я надеюсь увидеть его летом, так как никогда не читал книги, которая нравилась бы мне больше и приводила бы в большее изумление».

Бригг осуществил свое намерение и направился в Шотландию, чтобы посетить изобретателя логарифмов. При встрече Бригг сказал:

«Милорд, я предпринял это долгое путешествие только для того, чтобы видеть Вашу особу и узнать, с помощью какого инструмента разума и изобретательности Вы пришли впервые к мысли об этом превосходном пособии для астрономов, а именно – логарифмах; но, милорд, после того, как Вы нашли их, я удивляюсь, почему никто не нашел их раньше, настолько легкими они кажутся после того, как о них узнаёшь».

Великий математик говорил об астрономах, так как им приходится делать особенно сложные и утомительные вычисления. Но слова его с полным правом могут быть отнесены ко всем вообще, кому приходится иметь дело с числовыми выкладками.

Б И Л Г Е Л Ә М Ә .

a нигезе буенча b санының логарифмы дип b санын табу өчен, a нигезен күтәрергә тиешле дәрәҗә күрсәткече атала (монда $a > 0$, $a \neq 1$).

Беренче слайдтагы тигезләмәне искә төшерик: $a^x = b$

b ны табу – логарифмлау дип әйткән идек. Математикада аны болай язу кабул ителгән:

$$\operatorname{Log}_a b = x$$

(«а нигезе буенча b ның логарифмы» дип укыла).

Мәсәлән,

$\log_5 25 = 2,$ чөнки $5^2 = 25.$

$\operatorname{Log}_4 (1/16) = -2,$ $4^{-2} = 1/16.$

$\operatorname{Log}_{1/3} 27 = -3,$ $(1/3)^{-3} = 27.$

$\operatorname{Log}_{81} 9 = ½,$ $81^{½} = 9.$

алга

Исәпләргә:

$\text{Log}_2 16$;	$\log_2 64$;	$\log_2 2$;
$\text{Log}_2 1$;	$\log_2 (1/2)$;	$\log_2 (1/8)$;
$\text{Log}_3 27$;	$\log_3 81$;	$\log_3 3$;
$\text{Log}_3 1$;	$\log_3 (1/9)$;	$\log_3 (1/3)$;
$\text{Log}_{1/2} 1/32$;	$\log_{1/2} 4$;	$\log_{0,5} 0{,}125$;
$\text{Log}_{0/5} (1/2)$;	$\log_{0,5} 1$;	$\log_{1/2} 2$.

алга

Үзегезнең җаваплар белән чагыштырыгыз!

Җаваплар

$\log_2 16$;	$\log_2 64$;	$\log_2 2$;
$\log_2 1$;	$\log_2 (1/2)$;	$\log_2 (1/8)$;
$\log_3 27$;	$\log_3 81$;	$\log_3 3$;
$\log_3 1$;	$\log_3 (1/9)$;	$\log_3 (1/3)$;
$\log_{1/2} 1/32$;	$\log_{1/2} 4$;	$\log_{0,5} 0,125$;
$\log_{0,5} (1/2)$;	$\log_{0,5} 1$;	$\log_{1/2} 2$.

4	6	1
0	-1	-3
3	4	1
0	-2	-1
5	-2	3
1	0	-1

Барысы да дөрес икән, 8 нче слайдка күчәбез.

Әгәр дә хаталар булса – 7 нче слайдка күчәбез.

7 слайдка

8 слайдка

1 баганадагы мисалларның чишелешләре:

$\log_2 16 = 4$,	чөнки $2^4 = 16$.
$\log_2 1 = 0$,	$2^0 = 1$.
$\log_3 27 = 3$,	$3^3 = 27$.
$\log_{½} 1/32 = 5$,	$(1/2)^5 = 1/32$.
$\log_{0,5} (1/2) = 1$,	$(0,5)^1 = (1/2)^1 = ½$.

2 һәм 3 баганаларны тикшерегез, хаталарыгызны төзәтегез. Сораулар булса, укытучыга мөрәҗәгать итегез.

Артка, җавапларга

Алга

Логарифм билгеләмәсен болай язарга мөмкин:

$$a^{\log_a b} = b$$

Бу тигезлек $b>0$, $a>0$, $a\neq 1$ булганда дөрес. Аны гадәттә **төп логарифмик бердәйлек** дип атыйлар.

Мәсәлән: $2^{\log_2 6} = 6$; $3^{-2\log_3 5} = (3^{\log_3 5})^{-2} = 5^{-2} = 1/25$.

Исәпләргә:

$3^{\log_3 18}$; $3^{5\log_3 2}$;

$5^{\log_5 16}$; $0{,}3^{2\log_{0,3} 6}$;

$10^{\log_{10} 2}$; $(1/4)^{\log_{(1/4)} 6}$;

$8^{\log_2 5}$; $9^{\log_3 12}$.

алга

Җавапларыгызны чагыштырыгыз !

$3^{\log_3 18}$;

$5^{\log_5 16}$;

$10^{\log_{10} 2}$;

$8^{\log_2 5}$;

$3^{5\log_3 2}$;

$0{,}3^{2\log_{0,3} 6}$;

$(1/4)^{\log_{(1/4)} 6}$;

$9^{\log_3 12}$.

Җаваплар таблицасы:

18	32
16	36
2	6
125	144

Дөрес булса 11 гә, хаталар булса 10 га күчәбез.

10 слайдка

11 слайдка

Кайбер биремнәрнең дөрес чишелешләре.

Төп логарифмик бердәйлек буенча $3^{\log_3 18} = 18$

$$8^{\log_2 5} = (2^3)^{\log_2 5} = 2^{3\log_2 5} = (2^{\log_2 5})^3 = 5^3 = 125$$

$$0{,}3^{2\log_{0,3} 6} = 0{,}3^{\log_{0,3} 6^2} = 0{,}3^{\log_{0,3} 36} = 36.$$

Калган биремнәрне мөстәкыйль рәвештә өйдә тикшереп бетерерсез.

Артка жавапларга

Алга

Л О Г А Р И Ф М Н А Р Н Ы Ң ҮЗЛЕКЛӘРЕ

$\log_a 1 = 0$; $\log_a a = 1$; $\log_a (1/a) = -1$; $\log_a a^m = m$;

$\log_{a^m} a = 1/m$.

ТӨП ТИГЕЗЛЕКЛӘР	ӨСТӘМӘ ТИГЕЗЛЕКЛӘР
Тапкырчыгышның логарифмы: $\log_c (ab) = \log_c a + \log_c b$. Өлешнең логарифмы: $\log_c (a/b) = \log_c a - \log_c b$. Дәрәҗәнең логарифмы: $\log_c a^k = k \log_c a$. Яңа нигезгә күчү: $\log_b a = \log_c a / \log_c b$.	$\log_a b = 1/ \log_b a$, $\log_{a^m} b^n = n/m (\log_a b)$.

Алга

Формулаларны куллануга мисаллар:

1) $\log_6 18 + \log_6 2 = \log_6 (18 \cdot 2) = \log_6 36 = 2$

2) $\log_{12} 48 - \log_{12} 4 = \log_{12} (48/4) = \log_{12} 12 = 1$

Биремнәрне мөстәкыйль рәвештә башкарыгыз:

$\log_{10} 5 + \log_{10} 2;$

$\log_{12} 2 + \log_{12} 72;$

$\log_2 15 - \log_2 (15/16);$

$\log_{1/3} 54 - \log_{1/3} 2;$

$\log_5 75 - \log_5 3;$

$\log_8 (1/16) - \log_8 32;$

$\log_8 12 - \log_8 15 + \log_8 20;$

$\log_9 15 + \log_9 18 - \log_9 10;$

Алга

Кайбер биремнәрнең башкарылышы... һәм җаваплар таблицасы:

$\text{Log}_{10} 5 + \log_{10} 2 = \log_{10} (5 \cdot 2) = \log_{10} 10 = 1$

$\text{Log}_{1/3} 54 - \log_{1/3} 2 = \log_{1/3} (54/2) = \log_{1/3} 27 = -3$

$\text{Log}_{8} 12 - \log_{8} 15 + \log_{8} 20 = \log_{8}(12/15) + \log_{8} 20 =$
$= \log_{8} (4/5 \cdot 20) = \log_{8} 16 = 2$

1
2
4
-3
2
-3
4/3
3/2

Калган биремнәрне үзегезгә башкарырга туры килер.

Алга

* Исәпләргә :

$$\log_{\sqrt{2}}(\sin\frac{\pi}{8}) + \log_{\sqrt{2}}(\cos\frac{\pi}{8});$$

$$\log_{\frac{1}{2}}(\cos\frac{\pi}{6} + \sin\frac{\pi}{6}) + \log_{\frac{1}{2}}(\cos\frac{\pi}{6} - \sin\frac{\pi}{6});$$

$$\log_{\frac{1}{2}}(2\sin\frac{\pi}{12}) + \log_{\frac{1}{2}}(\cos\frac{\pi}{12}).$$

Бергәләп анализлагыз.

алга

Өй эше.

п.37 (укырга),

№ 489, № 490,

№ 495(б, в), №496(б, в, г).

« СЧИТАЙ НЕСЧАСТНЫМ ТОТ ДЕНЬ ИЛИ ЧАС, В КОТОРЫЙ ТЫ НЕ УСВОИЛ НИЧЕГО НОВОГО И НИЧЕГО НЕ ПРИБАВИЛ К СВОЕМУ ОБРАЗОВАНИЮ.»

Я. А. КОМЕНСКИЙ.

алга

ИГЪТИБАРЫГЫЗ ӨЧЕН РӘХМӘТ!