

Проект по теме:

**«Показательная функция и её
применение в жизни, науке и
технике».**

**Выполнила: Обучающаяся 11 класса
МКОУ « Корневская средняя
общеобразовательная школа №2
Чичканева Дарья**

с. Корнево 2013 г.

• Определение

Показательной функцией называется функция вида $y=a^x$, где a - заданное число, такое, что $a>0$, $a\neq 1$.



•Свойства функции

1.Область определения показательной функции - множество \mathbb{R} всех действительных чисел.

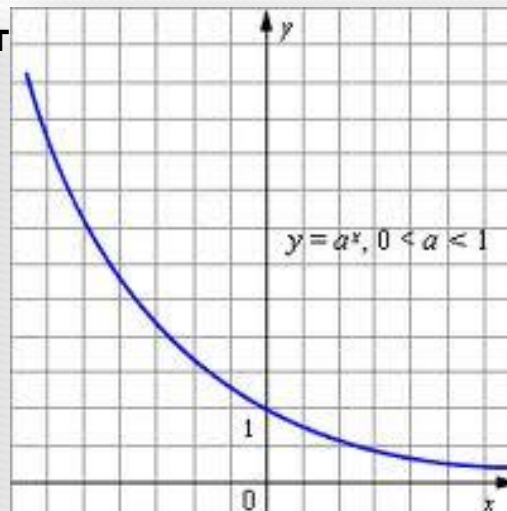
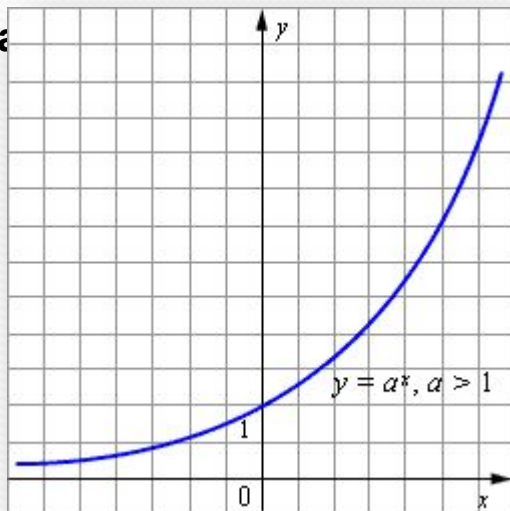
2.Множество значений показательной функции - множество всех положительных чисел

3.Показательная функция $y=a^x$ является возрастающей на множестве всех действительных чисел, если $a>1$, и убывающей, если $0<a<1$.

4.Показательная функция является ограниченной снизу.

5.Показательная функция имеет горизонтальную асимптоту - ось Ox .

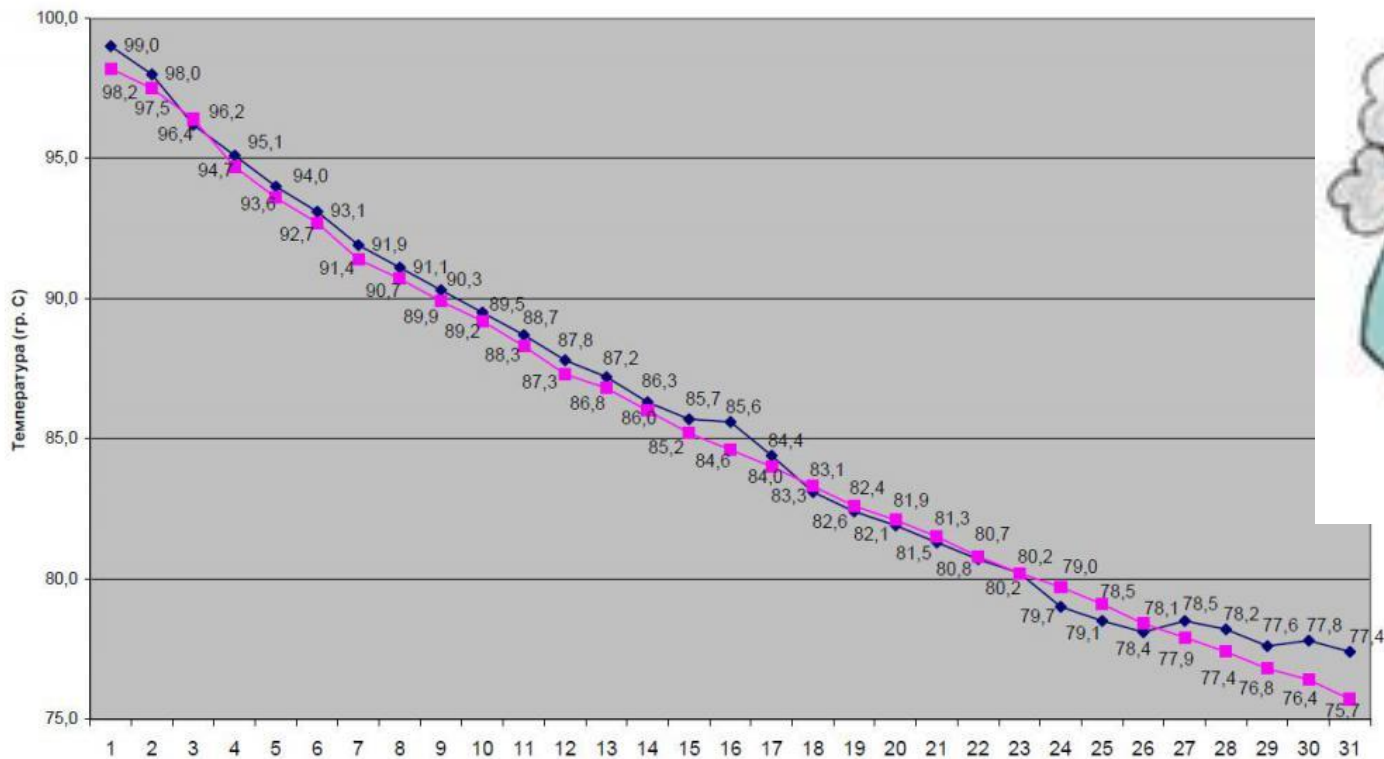
6.Показательная функция является нечётной.



• Применение показательной функции в жизни, науке и технике.

Если снять кипящий чайник с огня, то сначала он быстро остывает, а потом остывание идет гораздо медленнее, это явление описывается

$$\text{формулой } T = (T_1 - T_0)e^{-kt} + T_1 \quad e = 2.7$$



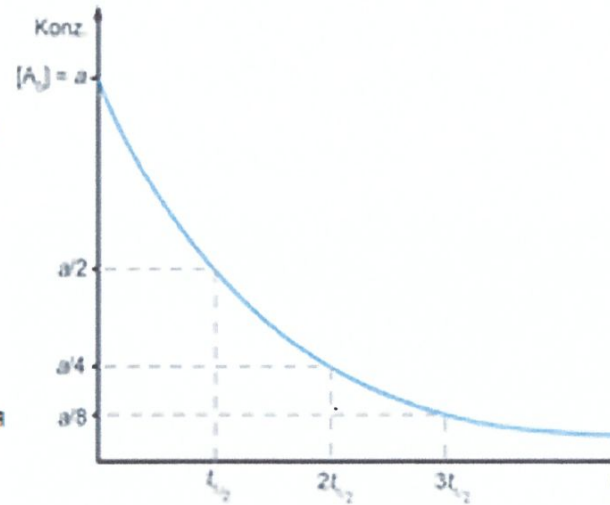
Применение в физике

При падении тел в безвоздушном пространстве скорость их непрерывно возрастает. При падении тел в воздухе скорость падения тоже увеличивается, но не может превзойти определенной величины. Если считать, что сила сопротивления воздуха пропорциональна скорости падения парашютиста, т.е. что $F = kv$, то через t секунд скорость падения будет равна: $v = mg/k(1 - e^{-kt/m})$, где m - масса парашютиста.



Применение в физике

Когда радиоактивное вещество распадается, его количество уменьшается, через некоторое время остается половина от первоначального вещества. Этот промежуток времени t_0 называется периодом полураспада. Общая формула для этого процесса: $m = m_0(1/2)^{t/t_0}$, где m_0 - первоначальная масса вещества. Чем больше период полураспада, тем медленнее распадается вещество. Это явление используют для определения возраста археологических находок. Радий, например, распадается по закону: $M = M_0 e^{-kt}$. Используя данную формулу ученые рассчитали возраст Земли (радий распадается примерно за время, равное возрасту Земли).



Задача ЕГЭ

Рассмотрим задачу: В ходе распада радиоактивного изотопа, его масса

уменьшается по закону $m(t) = m_0 2^{\frac{-t}{T}}$, где m_0 - начальная масса изотопа, t (мин) – прошедшее от начального момента время, T – период полураспада в минутах. В лаборатории получили вещество, содержащее в начальный момент времени $m_0=200$ мг изотопа Z , период полураспада которого $T=2$ мин. В течение скольких минут масса изотопа будет равна 12,5 мг? Для ответа на этот вопрос необходимо решить уравнение, что ставит перед нами проблему:

$$12,5 = 200 \cdot 2^{\frac{-t}{2}}$$

Применение в физике

Много трудных математических задач приходится решать **в теории межпланетных путешествий**.

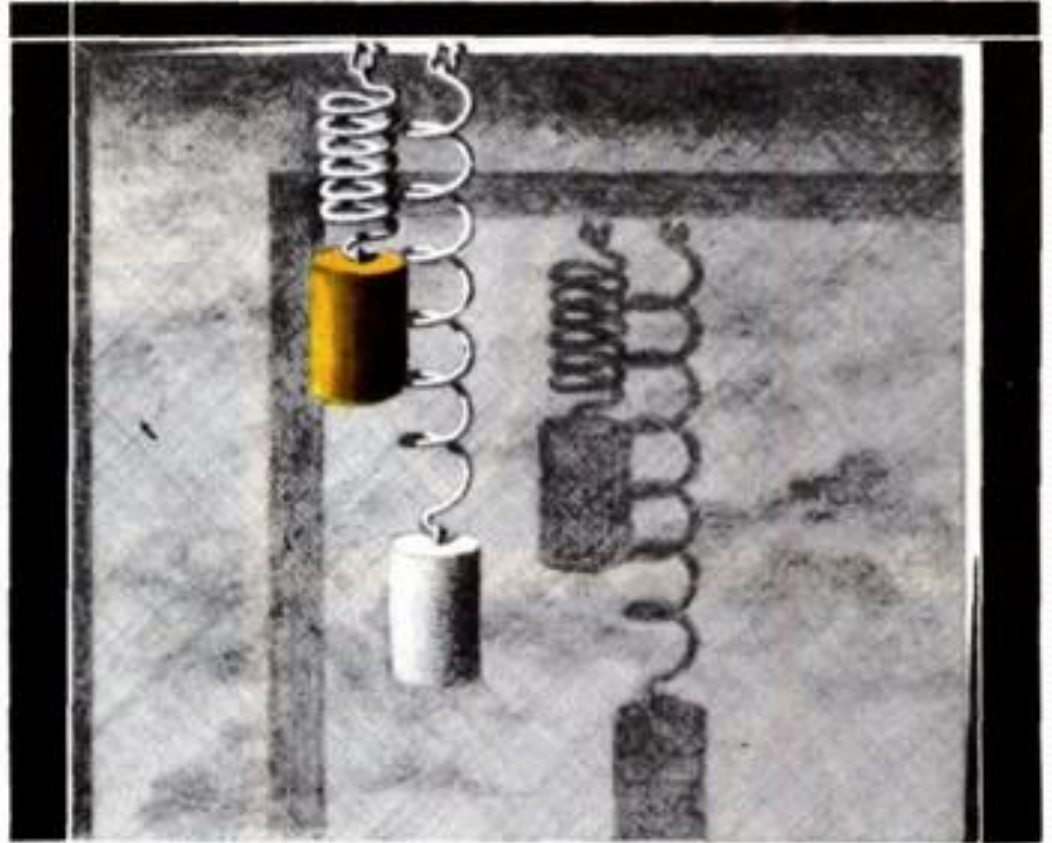
Одной из них является задача об определении массы топлива, необходимого для того, чтобы придать ракете нужную скорость v . Эта масса M зависит от массы m самой ракеты (без топлива) и от скорости v_0 , с которой продукты горения вытекают из ракетного двигателя. Если не учитывать сопротивление воздуха и притяжение Земли, то масса топлива определяется формулой: $M = m(e^{v/v_0} - 1)$ (формула К.Э.Циалковского).

Например, для того чтобы ракете с массой 1,5 т придать скорость 8000 м/с, надо при скорости истечения газов 2000 м/с взять примерно 80 т топлива.



Применение в физике

Если при колебаниях маятника, гири, качающейся на пружине, не пренебрегать сопротивлением воздуха, то амплитуда колебаний становится все меньше, колебания затухают. Это явление можно объяснить формулой: $s=Ae^{-kt}\sin(\omega t+\omega)$.



Применение в физике

- Исследование этого вопроса показало, что площадь сечения троса должна изменяться по следующему закону:
- $S = S_0 e^{\frac{(\gamma-1)S_0 x}{P}}$ где
- S_0 — площадь его нижнего сечения,
- S — площадь сечения на высоте x от нижнего сечения,
- γ — удельный вес материала, из которого сделан трос,
- P — вес в воде опускаемого груза (нам пришлось написать в формуле $\gamma - 1$ вместо γ , так как и материал троса теряет в воде вес по закону Архимеда).
- Такой трос называют тросом равного сопротивления разрыву. Он имеет меньшую массу, чем трос постоянного сечения, рассчитанный на такую же нагрузку.



Применение в астрономии.

Исследуя расположение планет солнечной системы вокруг Солнца, немецкий астроном

И.Э. Бодэ в 1772 составил следующую таблицу:

№	Планета	Расстояние (L) до солнца (в астрономических единицах)
1	Меркурий	0,4
2	Венера	0,7
3	Земля	1
4	Марс	1,5
5		
6	Юпитер	5,2
7	Сатурн	9,5

К тому времени было открыто только шесть планет, поэтому все вычисления останавливаются на Сатурне.

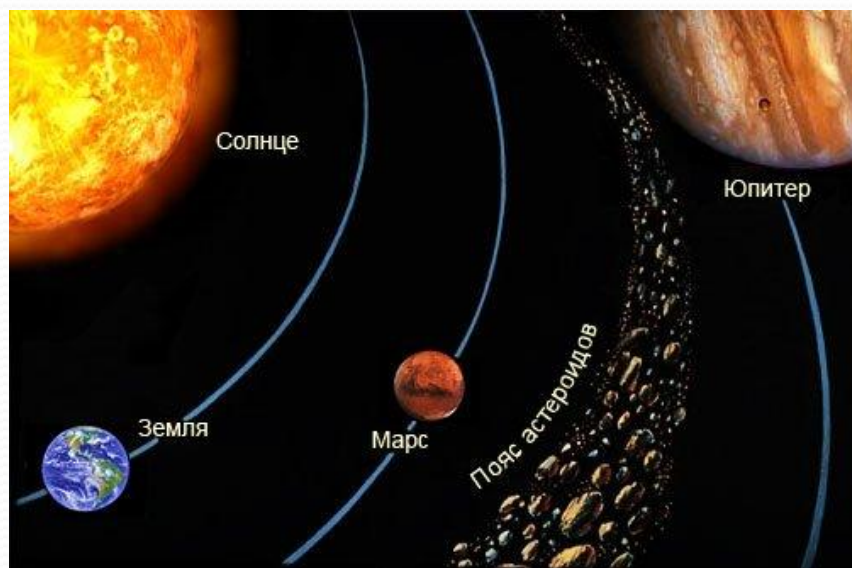
Эти вычисления произвел И.Э. по следующей формуле:

$$L = \frac{3 * 2^{n-2} + 4}{19}$$

Данная формула особенно точна для Венеры, Земли и Юпитера.

Как известно, между Марсом и Юпитером планеты не существует, но если следовать таблице Бодэ, на данной орбите должно находиться какое-либо космическое тело. И действительно, после некоторых исследований учёными был открыт пояс астероидов.

Это было воистину торжеством науки и триумфом математики!



Рост народонаселения

. Изменение числа людей в стране на небольшом отрезке времени описывается формулой $N = N_0 e^{kt}$, где N_0 - число людей в момент времени $t=0$, N - число людей в момент времени t , а k - константа.



Применение в биологии.

Закон органического размножения: при благоприятных условиях (отсутствие врагов, большое количество пищи) живые организмы **размножались бы по закону показательной функции**.
Например: одна комнатная муха может за лето произвести $8 \cdot 10^{14}$ особей потомства. Их вес составил бы несколько миллионов тонн (а вес потомство пары мух превысил бы вес нашей планеты), они бы заняли огромное пространство, а если выстроить их в цепочку, то её длина будет больше, чем расстояние от Земли до Солнца. Но так как, кроме мух существует множество других животных и растений, многие из которых являются естественными врагами мух

их количество не достигает вышеуказанных значений.

По такому же принципу распространились завезённые в Австралию кролики, которые стали экологической катастрофой для этого уникального региона. Рост различных видов микроорганизмов и бактерий, дрожжей, ферментов все эти процессы подчиняются одному закону: $N = N_0 e^{kt}$



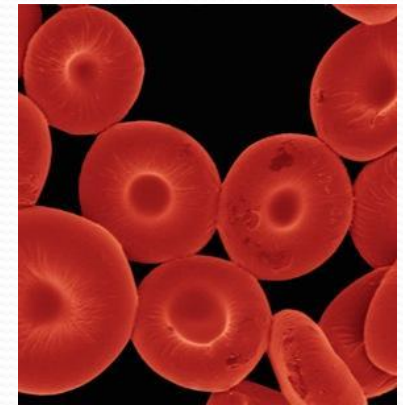
Применение в биологии

- *Рост древесины происходит по закону $A=A_0 \cdot a^{kt}$, где A - изменение количества древесины во времени; A_0 - начальное количество древесины; t -время; k, a - некоторые постоянные*



Применение в биологии

- Процессы выравнивания (именно так называют процессы, изменяющиеся по законам **показательной функции**) часто встречаются и в биологии.
- Например, при испуге в кровь внезапно выделяется адреналин, который потом разрушается, причем скорость разрушения примерно пропорциональна количеству этого вещества, еще остающемуся в крови. При диагностике почечных болезней часто определяют способность почек выводить из крови радиоактивные изотопы, причем их количество в крови падает по показательному закону.
- Примером обратного процесса может служить восстановление концентрации гемоглобина в крови у донора или у раненого, потерявшего много крови. В этом случае по показательному закону убывает разность между нормальным содержанием гемоглобина и имеющимся количеством этого вещества.
- Как и при радиоактивном распаде, скорость распада или восстановления измеряется временем, в течение которого распадается (соответственно восстанавливается) половина вещества. Для адреналина этот период измеряется долями секунды, для веществ, выводимых почками, — минутами, а для гемоглобина — днями.



Результаты проекта.

- 1. Показана широкая область применения показательной функции в жизни, науке и технике.
- 2. При анализе функций, описывающих физические, биологические и прочие процессы выяснила, что трудность вызывает нахождение аргумента функции по заданному значению функции. Для решения уравнений, где переменная стоит в показателе степени не хватает знаний.
- 3. Готовясь к ЕГЭ, встретила физическую задачу радиоактивного распада, в которой применяется показательная функция, решить которую пока не смогла.
- 4. Сделала вывод, что знание свойств показательной функции, не достаточно для решения этой задачи:

Рассмотрим задачу: В ходе распада радиоактивного изотопа, его масса

уменьшается по закону $m(t) = m_0 2^{-\frac{t}{T}}$ где m_0 - начальная масса изотопа, t (мин) – прошедшее от начального момента время, T – период полураспада в минутах. В лаборатории получили вещество, содержащее в начальный момент времени $m_0=200$ мг изотопа Z , период полураспада которого $T=2$ мин. В течение скольких минут масса изотопа будет равна 12,5 мг? Для ответа на этот вопрос необходимо решить уравнение, что ставит перед нами проблему:

$$12,5 = 200 \cdot 2^{-\frac{t}{2}}$$

**Спасибо за
внимание.**