



Российский государственный университет нефти и газа им. И.М. Губкина

Кафедра автоматизированных систем управления

**ОСНОВЫ**

**МАТЕМАТИЧЕСКОГО**

**О**

**МОДЕЛИРОВАНИЯ**

*асс. Мухина Анастасия Геннадьевна*

*г. Москва*

*2017 г.*

# МОДЕЛИРОВАНИЕ КАК МЕТОД ПОЗНАНИЯ

**Методология** – область знания, которая занимается изучением методов познания («учение о методах»: *metodos*- метод, путь к чему-либо; *logos* – учение).

*\*Метод – это совокупность приемов и операций практического и теоретического освоения действительности.*

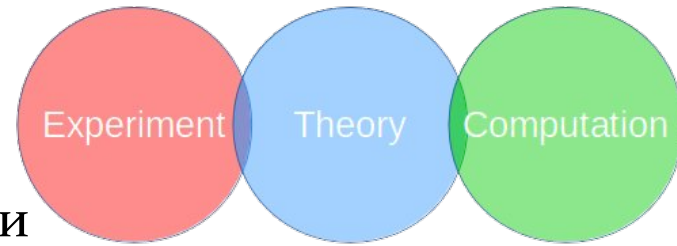
**Моделирование** является одним из методов изучения объектов и явлений окружающего мира.

**Моделирование** - процесс построения и использования модели.

# КЛАССИФИКАЦИЯ МЕТОДОВ НАУЧНОГО ПОЗНАНИЯ



# МОДЕЛИРОВАНИЕ И УРОВНИ ПОЗНАНИЯ

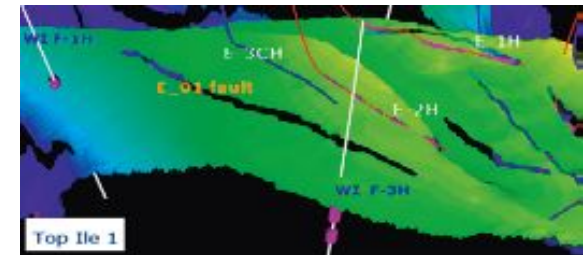


**Эмпирический уровень познания** - основа теоретического осмысления научных фактов и полученной статистики.

**Общенаучные методы** → междисциплинарный спектр применения.

**Частнонаучные методы** → используются в рамках исследования какой-либо конкретной науки (биология, химия, геология).

*Характер сочетания различных методов и его использования зависит от условий исследования, природы изучаемых объектов.*



*Обращение к частно-научным методам познания в сфере гидродинамического моделирования*

**Моделирование** – метод познания окружающего мира, который можно отнести к **общенаучным** методам, применяемым как на **эмпирическом**, так и на **теоретическом** уровне. При построении модели могут применяться практически все методы познания.

# К ПОНЯТИЮ МОДЕЛИ

Объект  
исследования



Предмет

Объекты могут быть

- материальные (информационные);
- реальные;
- идеальные (абстрактные)



Явление



Процесс

Термин «*модель*» используют для обозначения:

1. Устройства, воспроизводящего строение или действие другого устройства (уменьшенное, увеличенное или в натуральную величину);
2. Аналога (чертежа, графика, плана, схемы, описания) какого-либо явления, процесса или предмета.

# РАЗРАБОТКА МОДЕЛИ

Термин «модель» насчитывает до 8-ми определений , среди которых :

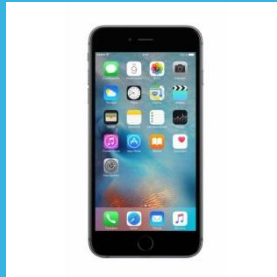
- модель как аналог **реального** объекта;
- модель как образец **будущего** изделия.

Важную роль при разработке моделей играют **гипотезы** (*предположительные суждения о связях явлений, основанные на опытных данных*).

Формирование и проверка правильности гипотез основывается на **аналогиях** (*представление о каком-либо частном сходстве двух объектов, причём сходство может быть существенным, так и несущественным*).

Существенность зависит от **уровня абстрагирования** (от лат. *abstrahere* – «отвлекать»), определяемого целью исследования.

Число известных параметров объекта ↑ → Уровень абстрагирования объекта ↓

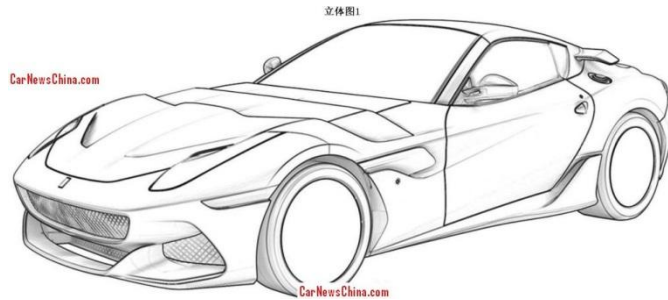


*Пример исследования  
механических  
свойств объекта в зависимости  
от*

# ОПРЕДЕЛЕНИЕ МОДЕЛИ

**Модель** (от лат. *modulus* – мера, образец, норма) – это такой материальный или мысленно представляемый объект, который в процессе познания (изучения) **замещает объект-оригинал**, сохраняя некоторые важные для данного исследования **типичные** его черты.

Например: эскиз модели автомобиля (материальный объект) воплощает представления о желательных свойствах транспортного средства (абстрактный объект).



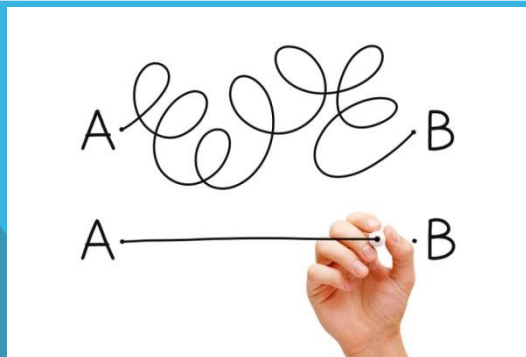
# СВОЙСТВА МОДЕЛЕЙ

*Наилучшей моделью кота является  
другой кот,  
а еще лучше – тот же самый кот.*

*Ноберт Винер*

- **Неполнота;**
- **Адекватность (зависит от целей моделирования и принятых критериев);**
- **Простота (или сложность);**
- **Потенциальность, или предсказательная способность**

Пример «предсказательности» модели: открытие планеты Нептун, положение которой было предсказано французским астрономом Леверье на основании расчётов согласно закону всемирного тяготения (т.е. математической модели) и данных о движении планеты Уран.



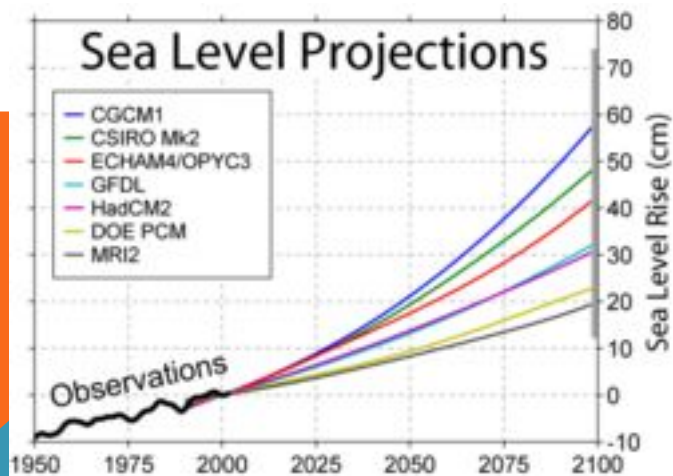


# ЦЕЛИ МОДЕЛИРОВАНИЯ

1. Изучение и прогнозирование поведения **сложных процессов и явлений**.
2. Снижение **рисков и затрат** на проведение экспериментов.
3. Сокращение **временных** затрат на практические исследования.
4. Выделение наиболее **существенных факторов**, формирующих ключевые свойства объекта.
5. Выбор **вариантов управления** объектом.



*Хорошо построенная модель **доступнее, информативнее и удобнее** для исследователя, нежели реальный объект.*



*Пример прогнозирования отметки уровня моря с помощью математических моделей.*

# РЕЗЮМЕ: ПРЕДНАЗНАЧЕНИЕ МОДЕЛИРОВАНИЯ

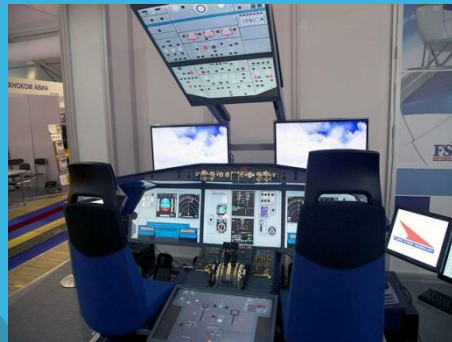
1. **Исследование** устройства объекта или системы:

- структура;
- внутренние связи,
- основные свойства,
- законы развития, саморазвития и взаимодействия с окружающей средой.

2. **Управление** объектом или процессом:

определение наилучших способов управления при заданных целях и критериях.

3. **Прогнозирование** прямых и косвенных последствий реализации заданных способов и форм воздействия на объект.



# КЛАССИФИКАЦИЯ МОДЕЛЕЙ

*Вечная загадка мира – его познаваемость.*

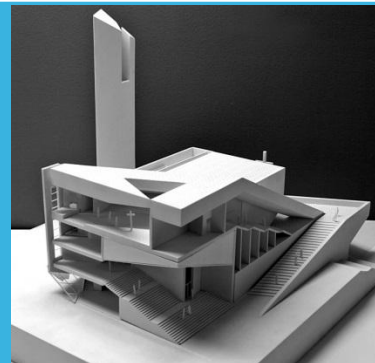
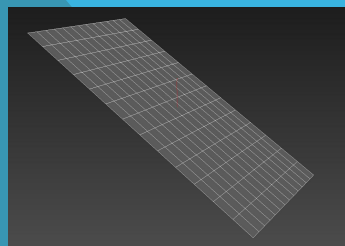
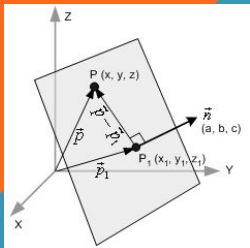
*А. Эйнштейн*

Любая классификация моделей весьма условна.

**Материальное моделирование** – это моделирование, при котором исследование объекта выполняется с использованием его материального аналога, воспроизводящего основные физические, геометрические, динамические и функциональные характеристики данного объекта.

*Пример:* использование макетов в архитектуре.

**Идеальное моделирование** основано не на материализованной аналогии объекта и модели, а на аналогии идеальной, мыслимой и всегда носит теоретический характер.



*Пример  
материального  
моделирования  
макета комплекса*

# ВИДЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ

Реальность

Идеальное моделирование

Интуитивное

Научное

Неформализованное

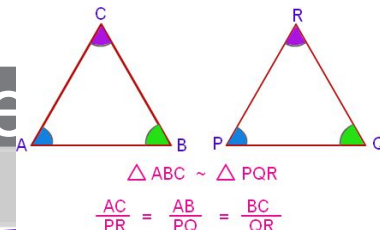
Логически  
обоснованное

Знаковое моделирование

Материальное моделирование

Натурное

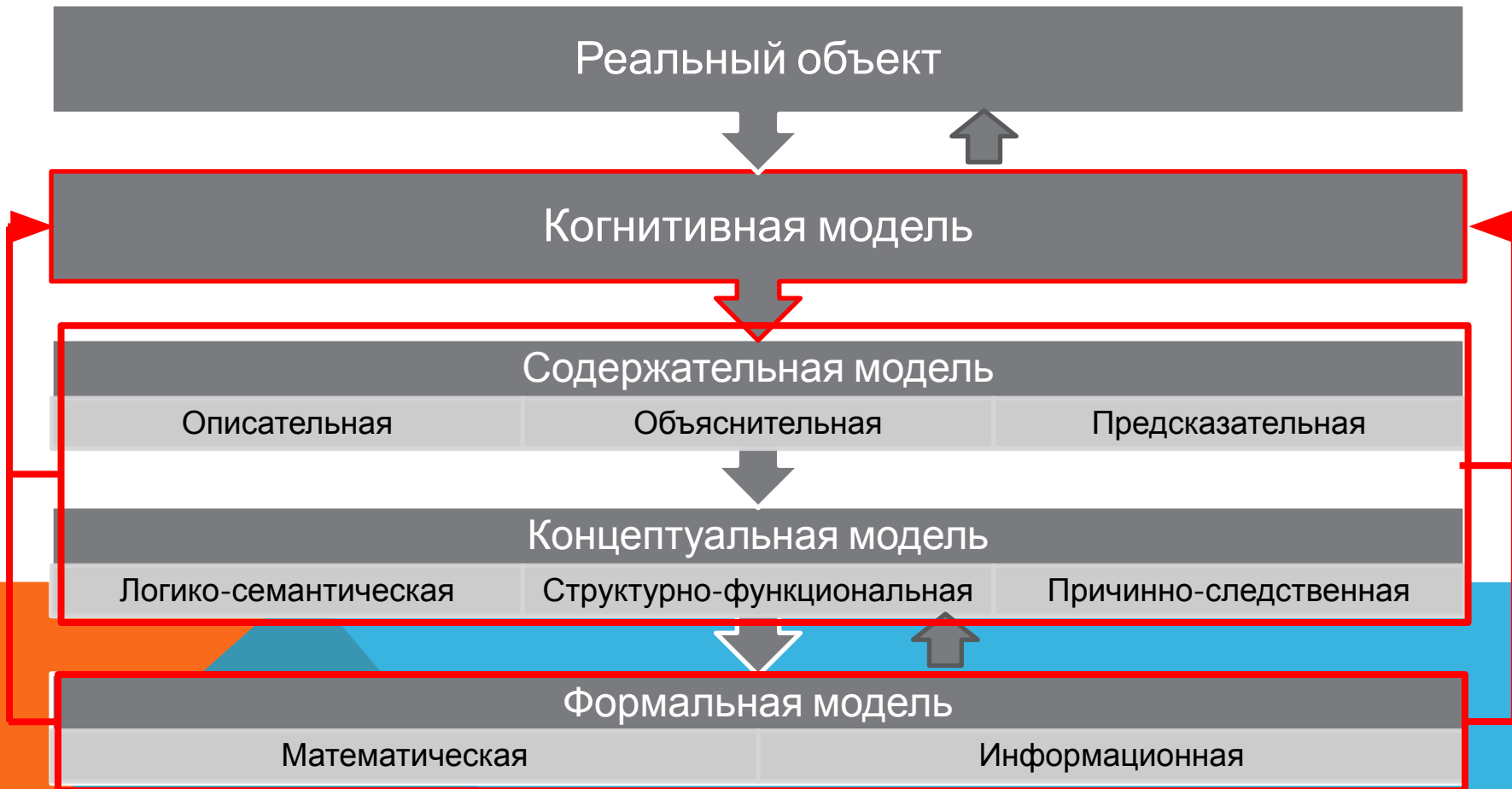
Аналоговое



реальному объекту ставится в соответствие его **увеличенный или уменьшенный материальный аналог**

аналогия процессов и явлений, имеющих различную физическую природу, но **одинаково описываемых формально**

# ВЗАИМОСВЯЗЬ УРОВНЕЙ МОДЕЛИРОВАНИЯ



# ВИДЫ И ОПРЕДЕЛЕНИЯ МОДЕЛИ

**Когнитивная модель** – это некоторый мыслительный образ объекта, его идеальная модель. Получить представление о когнитивной модели можно описав ее в знаковой форме.

**Содержательная модель** - представление когнитивной модели на естественном языке.

**Концептуальная модель** - содержательная модель, при формулировке которой используются понятия и представления предметных областей знания, занимающихся изучением объекта. Базируется на определенной концепции или точке зрения.

- 1) **Логико-семантическая** модель является описанием объекта в терминах и определениях предметных областей, включающих все известные логически непротиворечивые утверждения и факты.
- 2) **Структурно-функциональная** модель представляет объект как целостную систему, которую разделяют на отдельные элементы и подсистемы.
- 3) **Причинно-следственная** модель часто используется для объяснения и прогнозирования поведения объекта.

# К МАТЕМАТИЧЕСКОМУ МОДЕЛИРОВАНИЮ

**Формальная модель** - представление концептуальной модели с помощью одного или нескольких формальных языков например, языков математических теорий, универсального языка моделирования (UML) или алгоритмических языков.

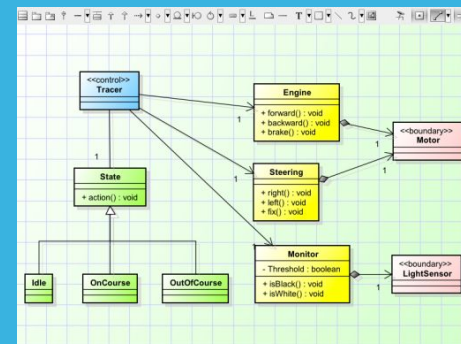
Различают два вида формальных моделей:

- математические;
- информационные.

**Математическое моделирование** – это идеальное научное знаковое формальное моделирование, при котором описание объекта осуществляется на языке математики, а исследование модели проводится с использованием тех или иных математических методов.

*Пример:* построение и исследование математических моделей физических объектов и явлений.


```
case class Branch(left: Tree, right: Tree) extends Tree
case class Leaf(x: Int) extends Tree
val tree1 = Branch(Branch(Leaf(1), Leaf(2)), Leaf(3))
def sumLeaves(t: Tree): Int = t match {
  case Branch(l, r) => sumLeaves(l) + sumLeaves(r)
  case Leaf(x) => x
}
```



# ОБЛАСТИ ПРИМЕНЕНИЯ И ПРЕИМУЩЕСТВА МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ

- **Физика**
- **Биология, химия, экология**
- **Экономика, социология**
- **Медицина, промышленность**

## **Преимущества:**

- экономичность (сбережение ресурсов реальной системы);
  - возможность моделирования гипотетических объектов;
  - возможность реализации опасных режимов;
  - возможность изменения масштаба времени;
  - большая прогностическая сила;
  - универсальность технического обеспечения проводимой работы.
- 



# ФОРМАЛИЗАЦИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ

Исходные данные



Граничные условия



Начальные условия



Результат

(значения параметров моделируемого объекта)

**Математическая модель** - любой **оператор**  $A$ , позволяющий по значениям входных параметров  $X$  установить выходные значения параметров  $Y$  объекта моделирования:

$$A: X \rightarrow Y, \quad X \in \Omega_X; \quad Y \in \Omega_Y,$$

где  $\Omega_X$  и  $\Omega_Y$  - множества допустимых значений входных и выходных параметров объекта

моделирования (числа, векторы, тензоры, функции).

**СПАСИБО ЗА ВНИМАНИЕ!**

