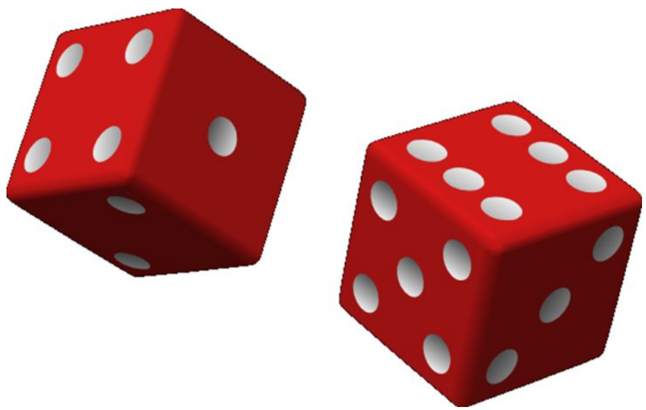
Автор: Зарипова Эльвира Тагировна
Должность: учитель математики и информатики
Название учреждения: МОУ Красноборская средняя общеобразовательная школа
Название материала: Презентация к уроку «Решение заданий В10 ЕГЭ 2012 года»
Название предмета: Математика
Возраст (класс) учащихся: 16-17 лет (11 класс).

Решение заданий В 10 ЕГЭ 2012



Элементы комбинаторики, статистики и теории вероятностей

Введение

- Презентация составлена по материалам Открытого банка заданий ЕГЭ 2012. В презентацию включен необходимый теоретический материал и образцы решений заданий (практика) а так же задачи для самостоятельного решения (домашнее задание) и ответы к ним. Может быть полезна учащимся для самостоятельной подготовки к ЕГЭ.

Для успешного решения задач типа B10 необходимо:

- Уметь строить и исследовать простейшие математические модели

- Моделировать реальные ситуации на языке алгебры, составлять уравнения и неравенства по условию задачи; исследовать построенные модели с использованием аппарата алгебры

- Моделировать реальные ситуации на языке геометрии, исследовать построенные модели с использованием геометрических понятий и теорем, аппарата алгебры; решать практические задачи, связанные с нахождением геометрических величин

- Проводить доказательные рассуждения при решении задач, оценивать логическую правильность рассуждений, распознавать логически некорректные рассуждения

Повторить материал по темам:

- Элементы комбинаторики
- Поочередный и одновременный выбор
- Формулы числа сочетаний и перестановок. Бином Ньютона
- Элементы статистики
- Табличное и графическое представление данных
- Числовые характеристики рядов данных
- Элементы теории вероятностей
- Вероятности событий
- Примеры использования вероятностей и статистики при решении прикладных задач

Классическое определение вероятности

- Вероятностью ***P*** наступления случайного события ***A*** называется отношение ***m*** к ***n***, где ***n*** – это число всех возможных исходов эксперимента, а ***m*** – это число всех благоприятных исходов.

$$P(A) = \frac{m}{n}.$$

- Формула представляет собой так называемое классическое определение вероятности по Лапласу, пришедшее из области азартных игр, где теория вероятностей применялась для определения перспективы выигрыша.

Формула классической теории вероятностей

$$\text{Вероятность события} = \frac{\text{Число благоприятных исходов}}{\text{Число всех равновозможных исходов}}$$

$$P(A) = \frac{m}{n}.$$

Вероятность события - это десятичная дробь, а не целое число!

Перестановки

- ***Перестановкой** множества из* ***n*** *элементов называется расположение элементов в определенном порядке.*

Число перестановок можно вычислить по формуле $\boldsymbol{P_n = n!}$

Размещения

- *Размещениями* множества из n различных элементов по m ($m \leq n$) элементов называются комбинации, которые составлены из данных n элементов по m элементов и отличаются либо самими элементами, либо порядком элементов.

$$A_n^m = \frac{n!}{(n-m)!}$$

Сочетания

- *Сочетаниями* из ***n*** различных элементов по ***k*** элементов называются комбинации, которые составлены из данных ***n*** элементов по ***k*** элементов и отличаются хотя бы одним элементом (иначе говоря, ***k*** -элементные подмножества данного множества из ***n*** элементов).

$$C_n^k = \frac{n!}{k!*(n-k)!}$$

Практика

Задача 1:*В случайном эксперименте бросают две игральные кости. Найдите вероятность того, что в сумме выпадет 8 очков. Результат округлите до сотых.*

- **Решение:** Всего возможных комбинаций при вбрасывании двух кубиков: 6 * 6 = 36.
  Из них благоприятные исходы можно перечислить: 2+6;6+2; 3+5;5+3; 4+4.
- Таким образом, всего благоприятных исходов 5. Вероятность найдем, как отношение числа 5 благоприятных исходов к числу всех возможных комбинаций 36.
  $\frac{5}{36}$ = 0,13888… Округлим до сотых.
  Ответ: 0, 14.

- ***Задача 2****: В случайном эксперименте симметричную монету бросают четырежды. Найдите вероятность того, что орел не выпадет ни разу*.

- Решение: Условие можно толковать так: какова вероятность, что все 4 раза выпадет решка. Вероятность того, что решка выпадет
- 1 раз равна $\frac{1}{2}$,
- 2 раза равна $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$ (Теорема об умножении вероятностей),
- 3 раза равна $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$,
- а 4 раза равна $(\frac{1}{2})^4 = \frac{1}{16}$ =0,0625.
  - Ответ: ***0,0625***

Задача 3: *Игральный кубик подбрасывают дважды. Определите вероятность того, что при двух бросках выпадет разное количество очков. Результат округлите до сотых.*

- Решение: Всего возможных комбинаций: 6 * 6 = 36.
  Из них благоприятные исходы можно перечислить:
  1-й кубик 2-й кубик
  1 очко 2, 3, 4, 5 или 6 очков. Благоприятных исходов 5.
  2 очка 1, 3, 4, 5 или 6 очков. Благоприятных исходов 5.
  3 очка 1, 2, 4, 5 или 6 очков. Благоприятных исходов 5.
  4 очка 1, 2, 3, 5 или 6 очков. Благоприятных исходов 5.
  5 очков 1, 2, 3, 4 или 6 очков. Благоприятных исходов 5.
  6 очков 1, 2, 3, 4 или 5 очков. Благоприятных исходов 5.
  Хотя проще было бы посчитать число неблагоприятных для нас исходов. Когда выпадет одинаковое число очков 1 и 1, 2 и 2, 3 и 3, 4 и 4, 5 и 5, 6 и 6. Таких исходов 6. Всего исходов 36. Тогда благоприятных исходов 36 – 6 = 30. Итак, всего благоприятных исходов 30. Найдем отношение 30/36 = 0,83333…

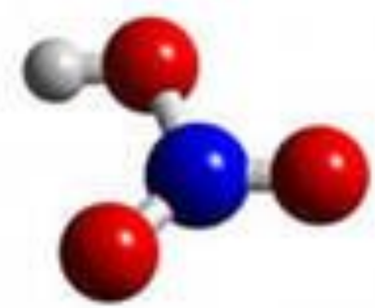
- Ответ. 0,83

Для самостоятельного решения

- В случайном эксперименте бросают две игральные кости. Найдите вероятность того, что в сумме выпадет 5 очков. Результат округлите до сотых.*(ответ: 0,11)*
- В случайном эксперименте бросают две игральные кости. Найдите вероятность того, что в сумме выпадет 6 очков. Результат округлите до сотых.*(ответ: 0,14)*
- В случайном эксперименте бросают две игральные кости. Найдите вероятность того, что в сумме выпадет 7 очков. Результат округлите до сотых.*(ответ: 0,17)*
- В случайном эксперименте бросают три игральные кости. Найдите вероятность того, что в сумме выпадет 4 очка. Результат округлите до сотых. *(ответ: 0,01)*
- В случайном эксперименте бросают три игральные кости. Найдите вероятность того, что в сумме выпадет 7 очков. Результат округлите до сотых. *(ответ: 0,07)*

***Задача 4**: Вова точно помнит, что в формуле азотной кислоты подряд идут буквы H, N, O и что есть один нижний индекс – то ли двойка, то ли тройка. Сколько имеется вариантов, в которых индекс стоит не на втором месте?*

- *Решение*: По условию индекс может стоять либо на первом, либо на втором месте:
- H_2NO HNO_2
- H_3NO HNO_3
- 2 + 2 = 4
- *Ответ: 4*



*Задача **5**: Сколько разных типов гамет может дать гибрид, гетерозиготный по 3 независимым признакам?*

- *а, в, с* – признаки
- 1 случай – гамета не обладает ни одним из этих признаков – только 1тип
- 2 случай – одним из этих признаков: *а; в; с* – 3 типа
- 3 случай - двумя из трех признаков: *ав, ас, вс* – 3 типа
- 4 случай – всеми тремя признаками: *авс* – 1 тип
- 1+3+3+1=8 типов гамет
- *Ответ: 8*

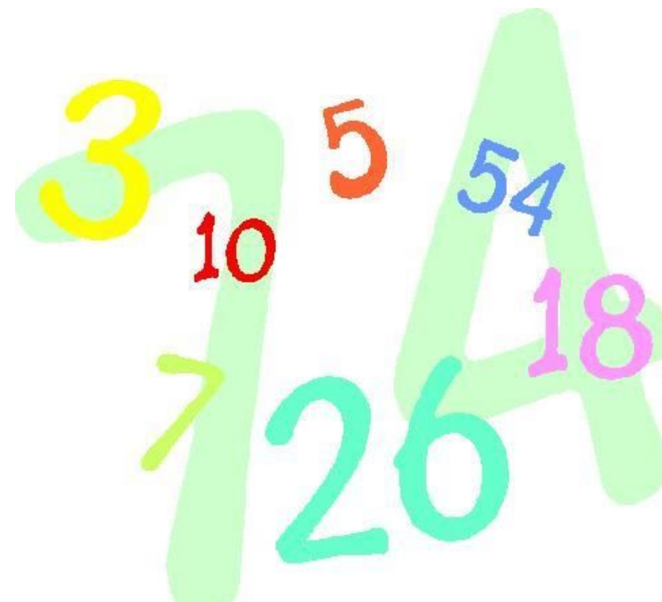
Задача 6*: Перечислить все трехзначные числа, в записи которых встречаются только цифры 1 и 2.*

- 111
- 112
- 121
- 122
- 211
- 212
- 221
- 222

8

сотни	десятки	единицы
а	в	с
1	1	1
2	2	2

$2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$



***Задача** 7:Три друга – Антон (А), Борис (Б) и Виктор (В) – приобрели два билета на футбольный матч. Сколько различных вариантов посещения футбольного матча для троих друзей?*

- А Б В
- (АБ)
- (АВ) 3 варианта посещения
- (БВ)
- Сочетание из 3 по 2
- $C_3^2=\frac{3!}{(3-2)!\cdot 2!}=3$
- *Ответ: 3*

***Задача 8**: Из группы теннисистов, в которую входят четыре человека – Антонов (А), Григорьев (Г), Сергеев (С) и Федоров (Ф), тренер выделяет пару для участия в соревнованиях. Сколько существует вариантов выбора такой пары?*

- А Г С Ф – число сочетаний из 4 по 2
- АГ
- АС
- АФ
- ГС
- ГФ
- СФ

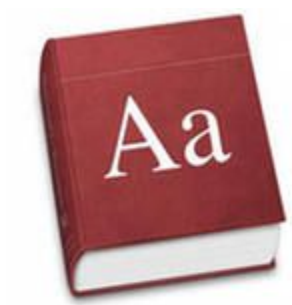
$$C_4^2=\frac{4!}{(4-2)!\cdot 2!}=6$$

- Ответ: 6

Задача 9: *Сколько словарей надо издать, чтобы можно было непосредственно выполнять переводы с любого из 5 языков: русского, английского, французского, немецкого, итальянского, на любой другой из этих 5 языков?*

Число размещений: $A_5^2 = \frac{5!}{(5-2)!} = 20$

Ответ: 20



Задача 10: *Три друга – Антон, Борис и Виктор – приобрели два билета на футбольный матч на 1-е и 2-е места первого ряда стадиона. Сколько у друзей есть вариантов занять эти два места на стадионе?*

- А Б В
- Число сочетаний из 3 по 2: 3 способа
- Количество перестановок: $P_2=2!=2$
- $C \cdot P=3 \cdot 2 = 6$
- или А-размещения
- $A_3^2=\frac{3!}{(3-2)!}=6$

Задача 11: *Сколько двузначных чисел можно составить, используя цифры 1, 2, 3, при условии, что цифра в числе не может повторяться?*

- $\underbrace{12 \quad 21 \quad 23 \quad 32 \quad 13 \quad 31}$
- $A_3^2 = \frac{3!}{(3-2)!} = 6$
- *Ответ: 6*

- ***Задача 12***: *В чемпионате по гимнастике участвуют 20 спортсменок: 8 из России, 7 из США, остальные — из Китая. Порядок, в котором выступают гимнастки, определяется жребием. Найдите вероятность того, что спортсменка, выступающая первой, окажется из Китая.*
- ***Решение***: *Всего участвует 20 спортсменок, из них из Китая 20-(8+7)=5 спортсменок.*
- *Вероятность того, что спортсменка, выступающая первой, окажется из Китая будет*
- P $= \frac{5}{20} = 0{,}25$

- *Ответ: 0,25*

Задача 13: *В сборнике билетов по биологии всего 25 билетов, в двух из них встречается вопрос о грибах. На экзамене школьнику достаётся один случайно выбранный билет. Найдите вероятность того, что в этом билете не будет вопроса о грибах.*

- n=25
- m=23 билета без вопроса о грибах
- $P(A)=\frac{m}{n}=\frac{23}{25}=0,92$
- Ответ: 0,92

Для самостоятельного решения

1. В соревнованиях по толканию ядра участвуют 9 спортсменов из Дании, 3 спортсмена из Швеции, 8 спортсменов из Норвегии и 5 — из Финляндии. Порядок, в котором выступают спортсмены, определяется жребием. Найдите вероятность того, что спортсмен, который выступает последним, окажется из Финляндии.

2. В соревнованиях по толканию ядра участвуют 4 спортсмена из Македонии, 9 спортсменов из Сербии, 7 спортсменов из Хорватии и 5 — из Словении. Порядок, в котором выступают спортсмены, определяется жребием. Найдите вероятность того, что спортсмен, который выступает последним, окажется из Македонии.

3. В чемпионате по гимнастике участвуют 50 спортсменок: 22 из Великобритании, 19 из Франции, остальные — из Германии. Порядок, в котором выступают гимнастки, определяется жребием. Найдите вероятность того, что спортсменка, выступающая первой, окажется из Германии.

4. В чемпионате по гимнастике участвуют 40 спортсменок: 12 из Аргентины, 9 из Бразилии, остальные — из Парагвая. Порядок, в котором выступают гимнастки, определяется жребием. Найдите вероятность того, что спортсменка, выступающая первой, окажется из Парагвая.

5. В чемпионате по гимнастике участвуют 64 спортсменки: 20 из Японии, 28 из Китая, остальные — из Кореи. Порядок, в котором выступают гимнастки, определяется жребием. Найдите вероятность того, что спортсменка, выступающая первой, окажется из Кореи.

- ***Задача 14**: В среднем из 1000 садовых насосов, поступивших в продажу, 5 подтекают. Найдите вероятность того, что один случайно выбранный для контроля насос не подтекает.*
- *A = {Насос не подтекает}*
- n=1000
- m=1000-5=995 насосов не подтекают
- P(A)=$\frac{m}{n}=\frac{995}{1000}=0,995$
- Ответ: 0,995

- ***Задача 15***: *Фабрика выпускает сумки. В среднем на 100 качественных сумок приходится восемь сумок со скрытыми дефектами. Найдите вероятность того, что купленная сумка окажется качественной. Результат округлите до сотых.*
- *A={Сумка качественная}*
- *n=100*
- *m=100-8 без скрытых дефектов*
- *P(A)=*$\frac{m}{n}=\frac{100-8}{100}$*=0,92*
- *Ответ: 0,92*

Задача 16: В среднем из 50 аккумуляторов, поступивших в продажу 7 неисправны. Найдите вероятность того, что один купленный аккумулятор окажется исправным.

- *Решение*: 50-7=43 – исправных аккумуляторов
- Вероятность – покупка исправного аккумулятора

43 - Число благоприятных исходов

50 - Число всех равновозможных исходов

$$P = \frac{43}{50} = 0,86$$

Ответ: 0,86

Для самостоятельного решения

- Фабрика выпускает сумки. В среднем на 180 качественных сумок приходится восемь сумок со скрытыми дефектами. Найдите вероятность того, что купленная сумка окажется качественной. Результат округлите до сотых. (Ответ:0,96)
- Фабрика выпускает сумки. В среднем на 170 качественных сумок приходится шесть сумок со скрытыми дефектами. Найдите вероятность того, что купленная сумка окажется качественной. Результат округлите до сотых. (Ответ: 0,96)
- В среднем из 1400 садовых насосов, поступивших в продажу, 7 подтекают. Найдите вероятность того, что один случайно выбранный для контроля насос не подтекает.
- В среднем из 500 садовых насосов, поступивших в продажу, 4 подтекают. Найдите вероятность того, что один случайно выбранный для контроля насос не подтекает.
- Фабрика выпускает сумки. В среднем на 200 качественных сумок приходится четыре сумки со скрытыми дефектами. Найдите вероятность того, что купленная сумка окажется качественной. Результат округлите до сотых.
- Фабрика выпускает сумки. В среднем на 110 качественных сумок приходится пять сумок со скрытыми дефектами. Найдите вероятность того, что купленная сумка окажется качественной. Результат округлите до сотых.

Произведение вероятностей

- *Произведением событий A и B называется событие AB, которое наступает тогда и только тогда, когда наступают оба события: A и B одновременно.*
- ***Теорема об умножении вероятностей****. Вероятность произведения независимых событий A и B вычисляется по формуле:*

$$P(AB) = P(A) \cdot P(B)$$

Сложение вероятностей

- **Суммой событий** А и В называется событие А + В, которое наступает тогда и только тогда, когда наступает хотя бы одно из событий: А или В.
- **Теорема о сложении вероятностей**. Вероятность появления одного из двух несовместных событий равна сумме вероятностей этих событий.

$$P(A+B)=P(A)+P(B)$$

Желаю удачи!