МБОУ СОШ БАГАЕВСКАЯ СРЕДНЯЯ ОБЩЕОБРАЗОВАТЕЛЬНАЯ ШКОЛА № 1

Решение заданий ЕГЭ уровня

С4

2013 года

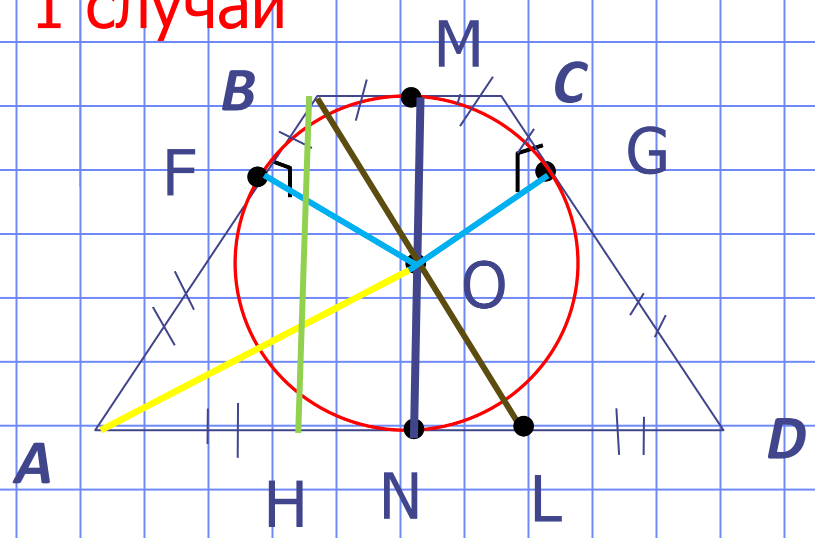
(2 часть)

Автор: *АЛИМОВА НАДЕЖДА ИВАНОВНА*

Задача №1

С4. ***В равнобедренную трапецию, периметр которой равен 136, вписана окружность. Точка касания с боковой стороной делит её в отношении 9:25. Через вершину и центр вписанной окружности проведена прямая. Найти отношение площади отсекаемого треугольника к площади данной трапеции.***

1 случай



Дано:

ABCD – равнобедренная трапеция

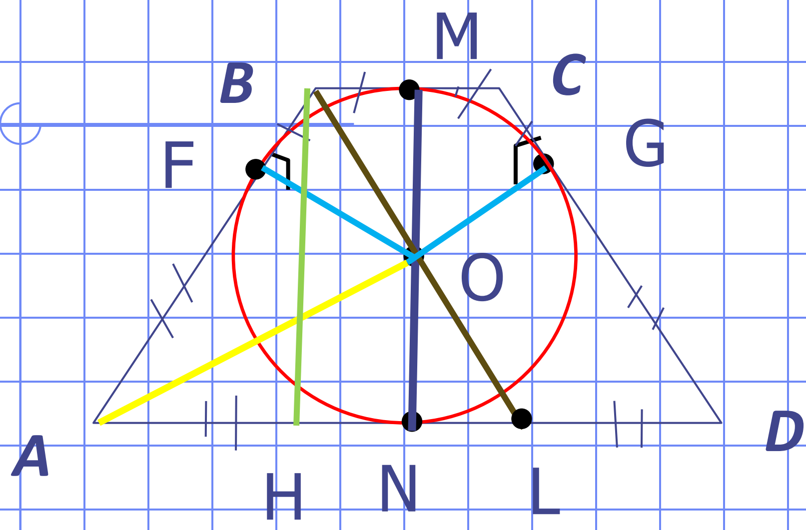
$P_{ABCD}=136$

впис. окр.(O;r); F, M, G и N – точки касания;

FB : AF = 9 : 25

Найти

$$\frac{S_{ABCD}}{S_{ABL}}$$



Решени
е

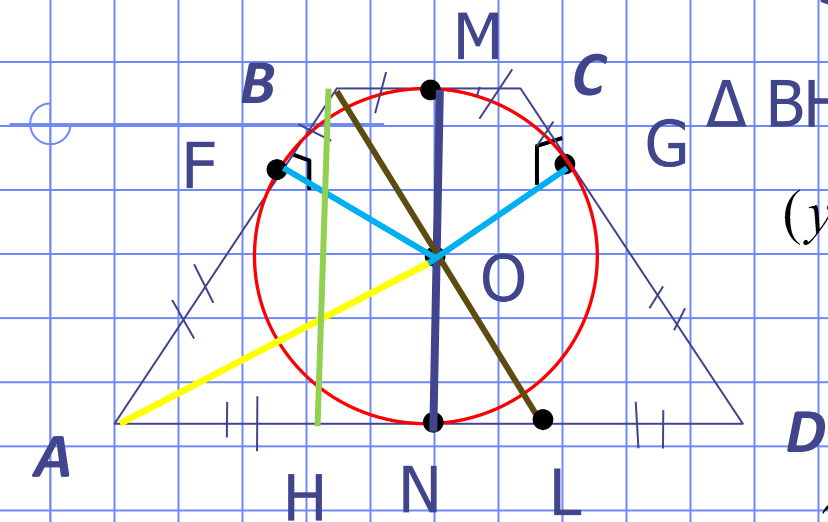
F, M, G и N – точки касания; значит BF=BM; BM=MC; MC=CG, откуда FB=BM=MC=CG=9x; аналогично AF=AN=ND=DG=25x.

Так как $P_{ABCD} = 136$

то 9x+9x+9x+9x+25x+25x+25x+25x=136;
136x=136, x=1.

FB=BM=MC=CG=9; AF=AN=ND=DG=25; BC=18;
AD=50; AH=(50-18):2=16; $BH = \sqrt{34^2 - 16^2} = 30;$

h=MN=30; MN – диаметр; r =15.



S тр.=(50+18):2 · 30=1020.

Δ BHL ~ Δ NOL

$$(угол BHL = ONL = 90^0;\ угол L - общий)$$

Пусть NL=y; тогда $\dfrac{BH}{ON} = \dfrac{HL}{NL}$

$$\frac{30}{15} = \frac{9+y}{y};$$

30y=135+15y;

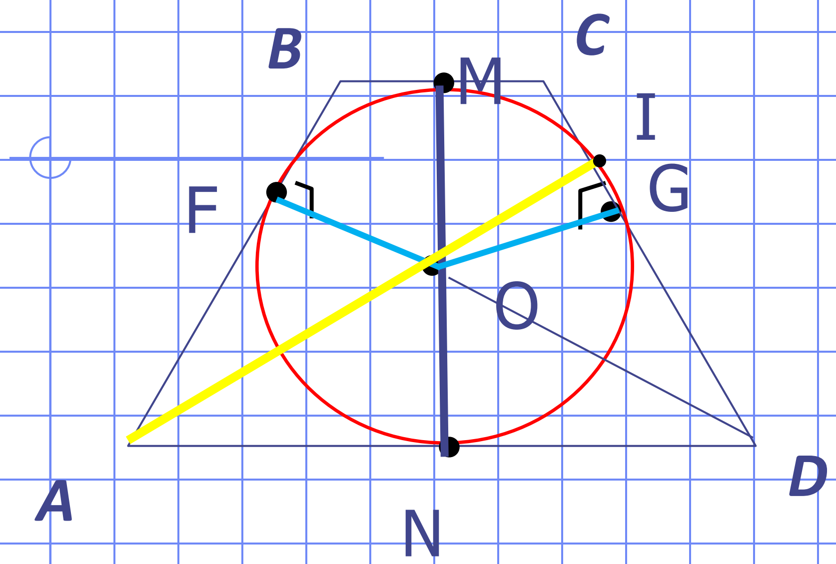
y = 9.

$$S_{ABL} = \frac{1}{2} AL \cdot h = \frac{1}{2} \cdot 34 \cdot 30 = 510.$$

$$\frac{S_{ABL}}{S_{ABCD}} = \frac{510}{1020} = \frac{1}{2};$$

2 случай

$$AO=\sqrt{25^2+15^2}=\sqrt{625+225}=\sqrt{850};$$



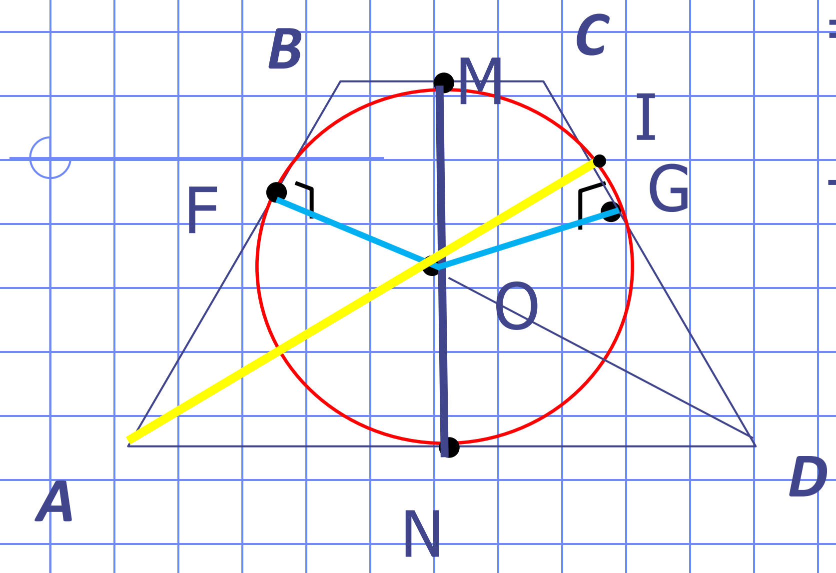
ΔAON=ΔAFO (AN=AF, FO=ON, AO- общая). Пусть /FAO=α; / NDO= α; / NDG=2α; в Δ APD: угол APD= $180^0-3\alpha$

Из Δ AON: $\sin\alpha=\frac{15}{\sqrt{850}}=\sqrt{\frac{225}{850}}=\sqrt{\frac{9}{34}}=\frac{3}{\sqrt{34}}$

$$\sin\angle ADC=\sin 2\alpha=2\sin\alpha\cos\alpha;$$

$$\cos\alpha=\sqrt{1-\sin^2\alpha}=\sqrt{1-\frac{9}{34}}=\sqrt{\frac{25}{34}}=\frac{5}{\sqrt{34}};$$

$$\sin 2\alpha=2\cdot\frac{5}{\sqrt{34}}\cdot\frac{3}{\sqrt{34}}=\frac{15}{17};$$



sinAPD=sin(180-3 α)=sin 3 α=
= sin(α+2 α) = sin α cos 2 α +

+sin 2 α cos α= $\dfrac{99}{17\sqrt{34}}$

Пусть IG = z; тогда ID = 25 +z;
по т. синусов в Δ AID :

$$\frac{50}{\sin 3\alpha} = \frac{25+z}{\sin\alpha}$$

$$z = \frac{25}{33};$$

$$GD = 25\frac{25}{33} = \frac{850}{33};$$

$$S_{\Delta AID} = \frac{1}{2}\cdot 50\cdot\frac{850}{33}\cdot\frac{15}{17} = \frac{6250}{11};$$

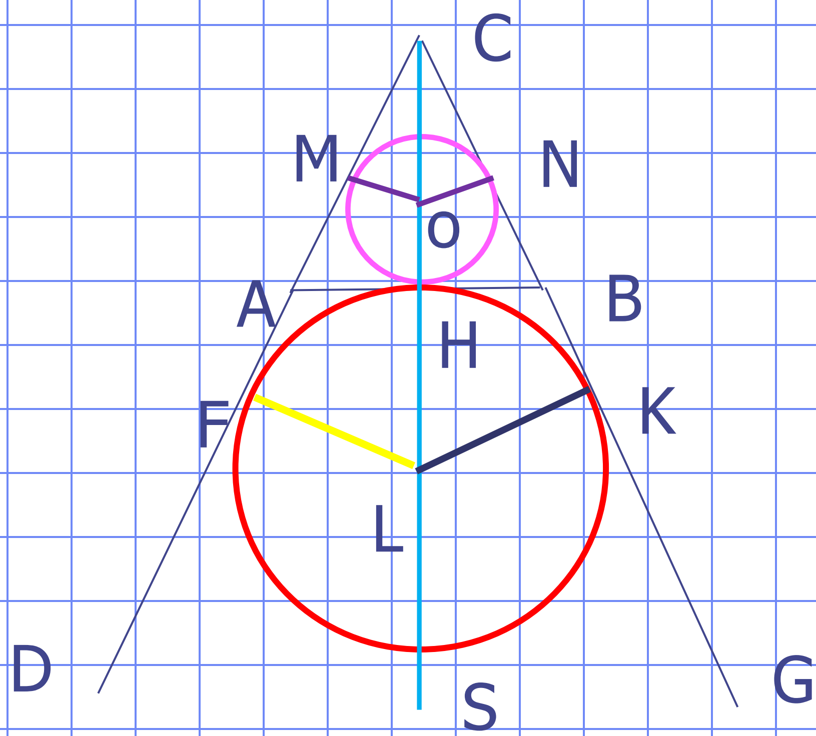
$$\frac{S_{\Delta AID}}{S_{ABCD}} = \frac{6250}{11} : \frac{1020}{1} = \frac{6250}{11220} = \frac{625}{1122}.$$

Ответ. $\dfrac{1}{2}$ *или* $\dfrac{625}{1122}$

Задача №2

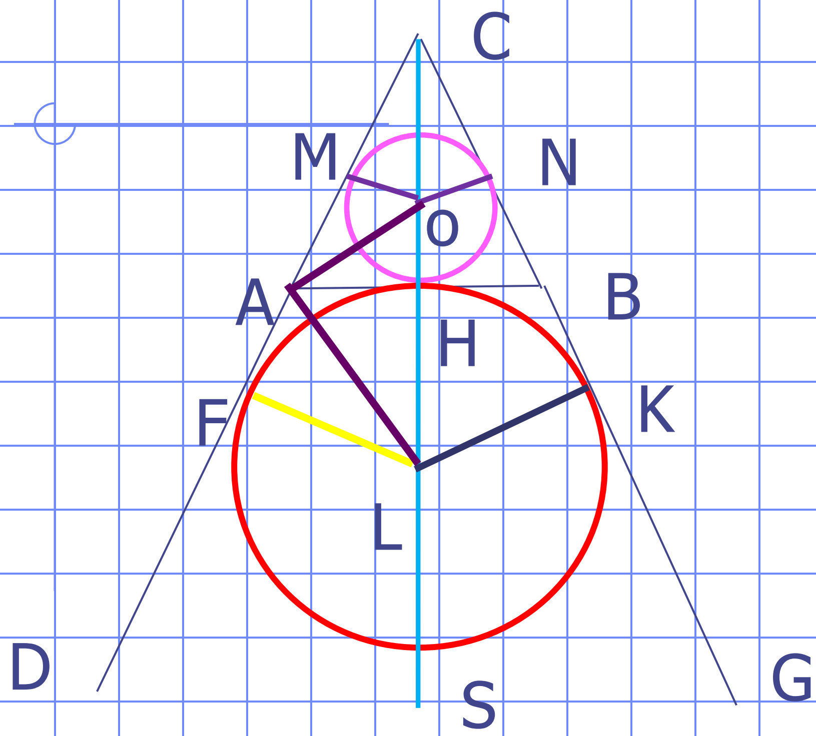
Высота равнобедренного треугольника, опущенная на основание, равна 18, а радиус вписанной в треугольник окружности равен 5. найти радиус окружности, касающейся стороны треугольника и продолжений двух его сторон.

1 случай



Дано: ∆ABC- равнобедренный; AC=CB; CH – высота; CH=18; впис. окр.(O;r); r=5; вневпис. Окр.(L;R); H-точка касания. Найти R.

Решение



1. OH=5; CO=13; CM=

$= \sqrt{169-25} = \sqrt{144} = 12.$

2. $\Delta CMO \sim \Delta ACH$

значит

$$\frac{18}{12} = \frac{AH}{5};$$

$$AH = \frac{90}{12} = \frac{15}{2} = 7{,}5$$

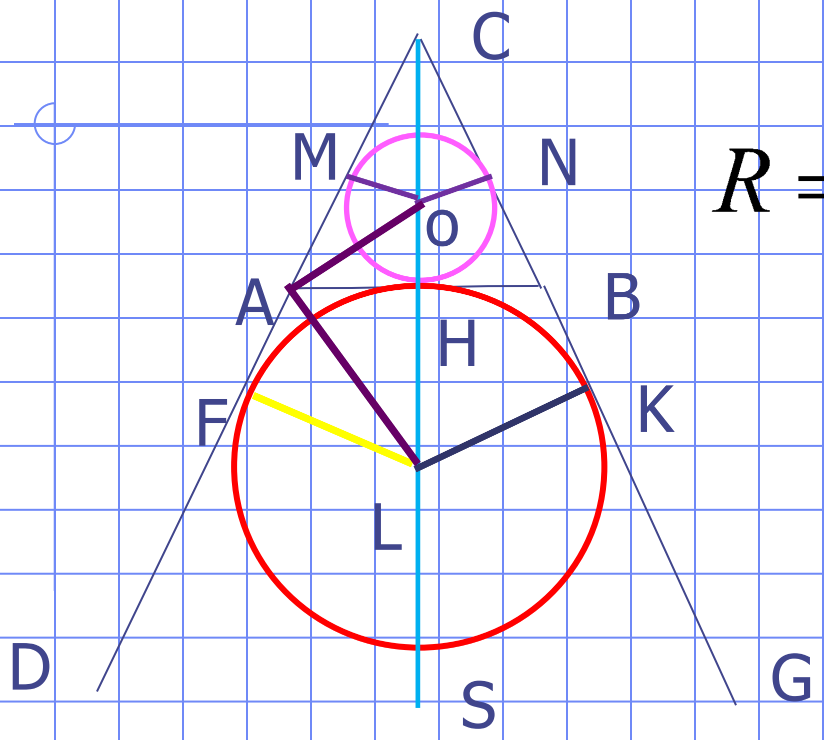
3. AO – биссектриса $\angle$ CAB; AL - – биссектриса $\angle$ DAB;

$\angle$ OAL = 90°

; ΔOAL – прямоугольный;

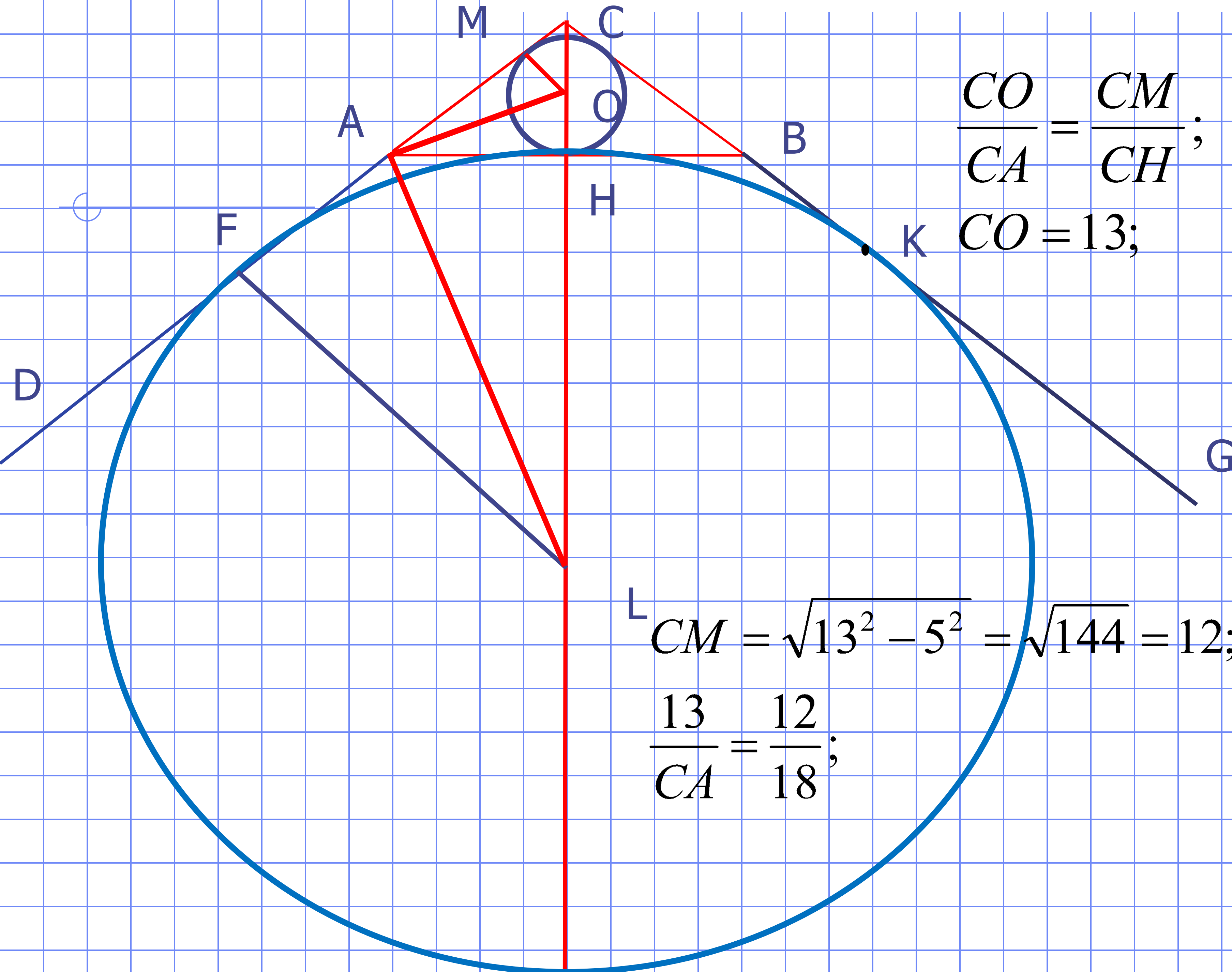
$$AH = \sqrt{R \cdot OH} = \sqrt{5R};$$

$$\sqrt{5R} = 7{,}5;$$



$$5R = 7{,}5^2;$$

$$R = \frac{7{,}5^2}{5} = 11{,}25.$$



$$\frac{CO}{CA} = \frac{CM}{CH};$$

$$CO = 13;$$

$$CM = \sqrt{13^2 - 5^2} = \sqrt{144} = 12;$$

$$\frac{13}{CA} = \frac{12}{18};$$

CA=19,5;   AH=7,5;

$$\Delta OAL - прямоугольный(доказано)$$

$$AL = \sqrt{(5+R)\cdot R};$$

$$AL = \sqrt{R^2 + 7{,}5^2};$$

$$\sqrt{(5+R)\cdot R} = \sqrt{R^2 + 7{,}5^2};$$

R = 11,25.

Ответ. R=11,25

Работа выполнена на основе заданий открытого банка ЕГЭ – 2013

29.03.2013 года