



# **ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ**

**9 класс**


**Последовательности** составляют  
такие элементы природы,  
которые можно пронумеровать!




Дни  
недели




Дома  
на улице



Список  
учащихся



Названия  
месяцев



Номер  
счёта  
в банке

# Найдите закономерности и покажите их с помощью стрелки

1; 4; 7; 10; 13;  
...

В порядке возрастания  
положительные  
нечетные  
числа

10; 19; 37; 73;  
145; ...

В порядке убывания  
правильные дроби  
с числителем,  
равным 1

6; 8; 16; 18; 36;  
...

В порядке  
возрастания  
положительные  
числа,  
кратные 5

$\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \frac{1}{6}$

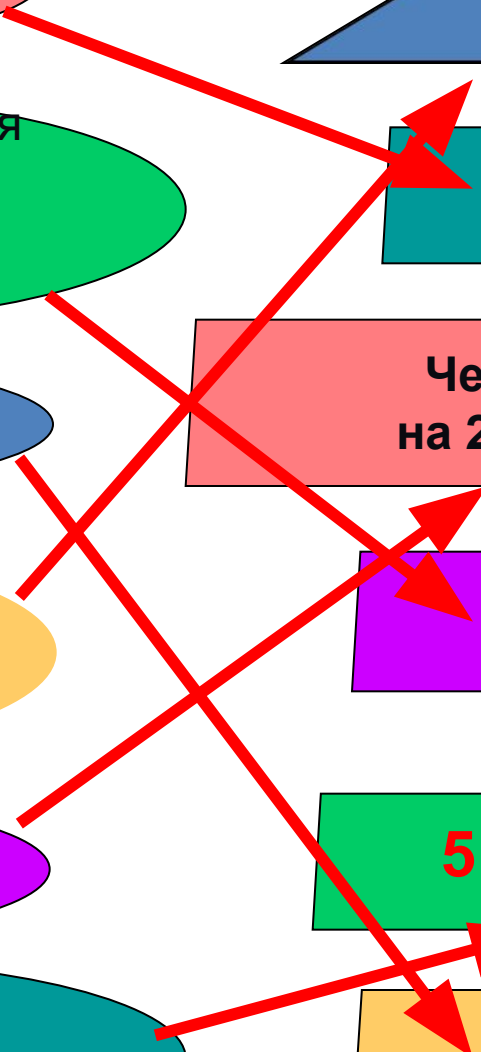
Увеличение  
на 3

Чередовать увеличение  
на 2 и увеличение в 2 раза

1; 3; 5; 7; 9; ...

5; 10; 15; 20; 25; ...

Увеличение в 2 раза  
и уменьшение на 1



# Рассмотренные числовые ряды – примеры числовых последовательностей

Обозначают члены последовательности так

$$a_1; a_2; a_3; a_4; \dots a_n$$

1, 2, 3, 4, ..., n - порядковый номер члена последовательности.

$(a_n)$  - последовательность,  $a_n$  - n-ый член  
последовательности

$a_{n-1}$  - предыдущий член последовательности

$a_{n+1}$  - последующий член последовательности

**Понятие числовой последовательности возникло и развилось задолго до создания учения о функции. Вот примеры бесконечных числовых последовательностей, известных еще в древности:**

**1, 2, 3, 4, 5, ... - последовательность натуральных чисел;**

**2, 4, 6, 8, 10, ... - последовательность четных чисел;**

**1, 3, 5, 7, 9, ... - последовательность нечетных чисел;**

**1, 4, 9, 16, 25, ... - последовательность квадратов натуральных чисел;**

**2, 3, 5, 7, 11, ... - последовательность простых чисел;**

**$1; \frac{1}{2}; \frac{1}{3}; \frac{1}{4}; \dots$  - последовательность чисел, обратных натуральным.**

# Способы задания последовательностей

## АНАЛИТИЧЕСКИЙ

С помощью формулы  $n$ -ого члена – позволяет вычислить член последовательности с любым заданным номером

$$X_n = 3n + 2$$

$$X_5 = 3 \cdot 5 + 2 = 17$$

$$X_{45} = 3 \cdot 45 + 2 = 137$$

## СЛОВЕСНЫЙ

С помощью описания

Например: Записать последовательность, все члены которой с нечётными номерами равны -10, а с чётными номерами равны 10.

-10; 10; -10; 10; -10; 10; ...

## РЕКУРЕНТНЫЙ

от слова recursio - возвращаться

$$x_1 = 1; \quad x_{n+1} = (n+1)x_n$$
$$n = 1; 2; 3; \dots$$

$$x_2 = (1+1)x_1 = 2 \cdot 1 = 2$$

$$x_3 = (2+1)x_2 = 3 \cdot 2 = 6$$

$$x_4 = (3+1)x_3 = 4 \cdot 6 = 24$$

$$x_5 = (4+1)x_4 = 5 \cdot 24 = 120$$

$$x_6 = (5+1)x_5 = 6 \cdot 120 = 720$$

Последовательность задана формулой:

$$a_n = n^4$$

Впишите пропущенные члены последовательности:

1; 16; 81; 256; 625; ...

Последовательность задана формулой:

$$a_n = n + 4$$

Впишите пропущенные члены последовательности:

5; 6; 7; 8; 9; ...



Последовательность задана формулой:

$$a_n = 2^n - 5$$

Впишите пропущенные члены последовательности:

- 3 ; -1 ; 3 ; 11 ; 27 ; ...

Последовательность задана формулой:

$$a_n = 3^n - 1$$

Впишите пропущенные члены последовательности:

2; 8; 26; 80; 242; ...

Дано:  $(a_n)$

$$a_n = (-1)^n n^2$$

Найти:  $a_4$  ,  $a_6$  ,  $a_9$

Решение:

$$a_4 = (-1)^4 \cdot 4^2 = 1 \cdot 16 = 16$$

$$a_6 = (-1)^6 \cdot 6^2 = 1 \cdot 36 = 36$$

$$a_9 = (-1)^9 \cdot 9^2 = -1 \cdot 81 = -81$$

Дано:  $(a_n)$

$$a_1 = 1 \quad a_2 = 1$$

$$a_{n+2} = a_n + a_{n+1}$$

Найти:  $a_3$  ,  $a_4$  ,  $a_5$  ,  $a_6$

Решение:

$$a_3 = a_1 + a_2 = 1 + 1 = 2$$

$$a_4 = a_2 + a_3 = 1 + 2 = 3$$

$$a_5 = a_3 + a_4 = 2 + 3 = 5$$

$$a_6 = a_4 + a_5 = 3 + 5 = 8$$

$$a_n ; a_{n+1} ; a_{n+2}$$

# Работа с учебником

**№ 560,**

**№ 562.**

При выполнении первых заданий внимание следует уделить правильной записи членов последовательности, чтобы не забывали указывать индексы.

**№ 563,**

**№ 564 (а, в).**

При решении этих упражнений следует еще раз обратить внимание учащихся, что индексы – это натуральные числа и порядковые номера членов последовательности. Возможно устное выполнение этого задания.

## ЛЕОНАРДО Пизанский (Фибоначчи)



Рекуррентное задание последовательности может быть и более сложным. Например, равенства:  $x_1=1$ ;  $x_2=1$ ;  $x_{n+2}=x_{n+1} + x_n$

Члены этой последовательности называются числами Фибоначчи – по имени средневекового итальянского ученого Леонардо Фибоначчи (1180 – 1240 ) из г. Пизы. Последовательность Фибоначчи рассмотрена им в 1202 году в книге «Liber abacci». Эти числа встречаются в математике и природе довольно часто: треугольник Паскаля, количество веток на дереве или приплод от пары кроликов за определенный период времени, семена в подсолнечнике.

## **7. Домашнее задание:**

№ 561, № 564 (б, г), № 565 (б, г, е), № 572 (а).

## **8. Подведение итогов урока**

Итак, мы разобрали понятие последовательности и способы ее задания.

Приведите примеры числовой последовательности: конечной и бесконечной.

Какие способы задания последовательности вы знаете.

Какая формула называется рекуррентной?